

# Thèse de Doctorat

Yingjing LIU

*Mémoire présenté en vue de l'obtention du  
grade de Docteur de l'Ecole Centrale de Nantes  
sous le label de L'Université Nantes Angers Le Mans*

École doctorale : Sciences Pour l'Ingénieur, Géosciences, Architecture

Discipline : Génie civil  
Unité de recherche : GeM - UMR CNRS 6183

Soutenue le 28 Juillet 2014

## Modélisation de l'influence de la distribution granulométrique sur le comportement mécanique à l'état critique des matériaux granulaires

### JURY

Président :	<b>Yujun CUI</b>	Professeur,	Ecole des Ponts ParisTech, France
Rapporteurs :	<b>Yujun CUI</b>	Professeur,	Ecole des Ponts ParisTech, France
	<b>Hongwei HUANG</b>	Professeur,	Université de Tongji, Chine
Examineurs :	<b>Zhenyu YIN</b>	Maître de conférences et HDR,	Ecole Centrale de Nantes, France
	<b>Xiaohe XIA</b>	Professeur,	Université de Jiao Tong de Shanghai, Chine
Directeur de thèse:	<b>Zhenyu YIN</b>	Maître de conférences et HDR,	Ecole Centrale de Nantes, France
Co-Directeur de thèse:	<b>Xiaohe XIA</b>	Professeur,	Université de Jiao Tong de Shanghai, Chine

# Thèse de Doctorat

Yingjing LIU

## Modélisation de l'influence de la distribution granulométrique sur le comportement mécanique à l'état critique des matériaux granulaires

Modeling the Influence of the Particle Size Distribution On the Critical State Mechanical Behavior Of Granular Materials

### Résumé

L'évolution de la distribution granulométrique des sols granulaires est largement rependue en géotechnique, comme dans le cas des barrages en enrochements, de l'installation des pieux et des fondations sur du sable à grains fragiles, etc. L'élargissement de la distribution granulométrique permettra d'accroître la contraction, et de réduire la résistance au cisaillement du matériau granulaire. Il va influencer de manière significative la capacité portante de la fondation sur sol granulaire, ce qui conduit à une déformation importante ou même à l'effondrement des structures. L'état critique est un état de résistance ultime et le comportement clé pour le matériau granulaire. Par conséquent, l'étude de l'influence de la distribution granulométrique sur le comportement mécanique des matériaux granulaires est nécessaire.

Par la méthode des éléments discrets (DEM), cette étude tout d'abord vise à étudier les mécanismes à échelles macro et micro de la réponse mécanique du matériau granulaire avec le changement de la distribution granulométrique. La simulation des essais triaxiaux par DEM sur quatre types de distribution granulométrique est effectuée pour un matériau granulaire idéal. Les effets de la distribution granulométrique sur la contraction ou la dilatance et le comportement à l'état critique de matériaux granulaires sont ainsi étudiés. Le changement de la ligne d'état critique dans le plan  $e-p'$  est confirmé être lié à l'augmentation du coefficient d'uniformité  $C_u$  du matériau granulaire et la ligne d'état critique en  $q-p'$  ne change pas avec la distribution granulométrique. En raison de certaines divergences de l'indice de la distribution granulométrique  $C_u$  et  $I_G$  sur la description du comportement mécanique des matériaux granulaires, un nouvel indice  $I_{gu}$  est présenté qui combine à la fois  $C_u$  et  $I_G$ . Ensuite, les relations hyperboliques entre les paramètres d'état critique et l'indice  $I_{gu}$  sont établies et intégrées dans un modèle élasto-plastique. Le modèle est finalement mis en œuvre dans un code éléments finis pour simuler la capacité portante d'une fondation superficielle.

### Mots clés

Distribution granulométrique, état critique, sable, micromécanique, méthode aux éléments discrets, méthode aux éléments finis.

### Abstract

Grading changing of granular soils is widely taking place in geotechnical engineering, such as Rock-fill dam, pile installation and crushable sandy foundation etc. The broadening of grading will enlarge the contractiveness, reduce the shear strength of granular material. At a large strain level, it will significantly influence the bearing capacity of granular soil foundation, which leads to large deformation or even collapse of the related structures. The critical state is an ultimate bearing state and the key behavior for granular material. Therefore, the study of the influence of grading evolution on the critical state behavior of granular material is necessary.

Through discrete element method (DEM), this study aims to investigate the macro and micro mechanism of the mechanical response of granular material with the grading changing. DEM simulations of triaxial tests on four types loading modes are carried out for idealized granular material. The effects of grading on the stress dilatancy and the critical state behavior of granular material are thus investigated. The moving of critical state line in  $e-p'$  plane is confirmed to be related to the increasing of the coefficient of uniformity  $C_u$  of the granular material and the critical state line in  $q-p'$  plane is not changing with the grading. Because of some discrepancies of the grading index  $C_u$  and  $I_G$  on describing the mechanical behavior of granular material, a new grading index  $I_{gu}$  is presented to combine both  $C_u$  and  $I_G$ . Then hyperbolic relationships between critical state parameters and grading index  $I_{gu}$  are established and embedded into an elasto-plasticity constitutive model. The constitutive model is finally implemented into the commercial finite element code ABAQUS as a user defined model to simulate the bearing capacity of shallow footing.

### Key Words

Grain size distribution, critical state, sand, micromechanics, discrete element method, finite element method.

Ecole Centrale de Nantes

ÉCOLE DOCTORALE

SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR, GÉOSCIENCES, ARCHITECTURE

Année 2013 - 2014

N° B.U. :

Thèse de DOCTORAT

*Diplôme délivré conjointement d'une part par L'École Centrale de Nantes  
et par l'Université de Jiao Tong de Shanghai, d'autre part*

Spécialité : GENIE CIVIL  
Présentée et soutenue publiquement par :

YINGJING - LIU

le .....07-2014.....  
à l' Université de Jiao Tong de Shanghai

TITRE

**MODELISATION DE L'INFLUENCE DE LA DISTRIBUTION GRANULOMETRIQUE SUR LE COMPORTEMENT  
MECANIQUE A L'ETAT CRITIQUE DES MATERIAUX GRANULAIRES**

JURY

Président :	<b>Yujun CUI</b>	Professeur- Ecole des Ponts ParisTech, France
Rapporteurs :	<b>Yujun CUI</b> <b>Hongwei HUANG</b>	Professeur- Ecole des Ponts ParisTech, France Professeur- Université de Tongji, Chine
Examineur:	<b>Zhenyu YIN</b> <b>Xiaohu XIA</b>	Maître de conférences et HDR- Ecole Centrale de Nantes, France Professeur- Université de Jiao Tong de Shanghai, Chine

---

Directeur de thèse:

Zhenyu YIN

Laboratoire : Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique, Ecole Centrale de Nantes, France

Xiaohu XIA

Laboratoire : Département de Génie Civil, Université de Jiao Tong de Shanghai, Chine

N° ED ...



Ecole Centrale de Nantes

ÉCOLE DOCTORALE

SCIENCES POUR L'INGENIEUR, GEOSCIENCES, ARCHITECTURE

Année 2013 - 2014

N° B.U. :

**DOCTORAL THESIS**  
***Diploma issued jointly by Ecole Centrale de Nantes***  
***and Shanghai Jiao Tong University***

Subject : CIVIL ENGINEERING

Written by :

YINGJING - LIU

Defenced on July 2014  
at Shanghai Jiao Tong University

**TITLE**

**MODELING THE INFLUENCE OF THE PARTICLE SIZE DISTRIBUTION ON THE  
CRITICAL STATE MECHANICAL BEHAVIOR OF GRANULAR MATERIALS**

**JURY**

President :	<b>Yujun CUI</b>	Professeur- Ecole des Ponts ParisTech, France
Reviewers:	<b>Yujun CUI</b>	Professor- Ecole des Ponts ParisTech, France
	<b>Hongwei HUANG</b>	Professor- Tongji University, China
Examinators :	<b>Zhenyu YIN</b>	Associate professor-Ecole Centrale de Nantes, France
	<b>Xiaohe XIA</b>	Professor- Shanghai Jiao Tong University, China

---

Thesis supervisor:

Zhenyu YIN

Laboratory : Research Institute in Civil and Mechanical Engineering, Ecole Centrale de Nantes, France

Xiaohe XIA

Laboratory : Department of Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, China

N° ED ...



南特中央理工大学

上海交通大学

博士生院

工程科学，地球科学与建筑

2013 - 2014 年

N° B.U. :

联合培养博士论文

文凭颁发:

由南特中央理工大学颁发法国博士学位，  
由上海交通大学颁发中国博士学位

专业：土木工程  
撰写及答辩者

刘映晶

2014 年 7 月  
于上海交通大学

论文题目

颗粒材料的级配相关临界状态力学特性模拟

答辩委员会

主 席:	崔玉军	先生	教授，巴黎国立路桥大学，法国
评审人:	崔玉军	先生	教授，巴黎国立路桥大学，法国
	黄宏伟	先生	教授，同济大学，中国
检查员:	尹振宇	先生	副教授，南特中央理工大学，法国
	夏小和	先生	教授，上海交通大学，中国

---

指导老师:

尹振宇 副教授，法国博导  
实验室：法国土木与力学工程研究院  
夏小和 教授  
实验室：上海交通大学土木工程系

N° ED ...



---

---

## RESUME

L'évolution de la distribution granulométrique des sols granulaires est largement d'école en géotechnique, comme le barrage de remplissage de roche, installation des pieux et la fondation de sable cassable etc. L'élargissement de la distribution granulométrique permettra d'élargir la contraction, et réduire la résistance au cisaillement du matériau granulaire. À un grand niveau de la déformation, il va influencer de manière significative la capacité portante de la fondation du sol granulaire, ce qui conduit à une déformation importante ou même l'effondrement des structures. L'état critique est un état de résistance ultime et le comportement clé pour matériau granulaire. Par conséquent, l'étude de l'influence de la distribution granulométrique sur le comportement mécanique des matériaux granulaires est nécessaire.

Par la méthode des éléments discrets (DEM), cette étude vise à étudier le mécanisme macro et micro de la réponse mécanique du matériau granulaire avec le changement de la distribution granulométrique. Simulations des essais triaxiaux par DEM sur quatre types de la distribution granulométrique sont effectués pour matériau granulaire idéal. Les effets de la distribution granulométrique sur la contraction ou dilatance et le comportement de l'état critique de matériau granulaire sont ainsi étudiés. Le changement de la ligne d'état critique dans le plan  $e-p'$  est confirmé être lié à l'augmentation du coefficient d'uniformité  $C_u$  du matériau granulaire et la ligne d'état critique en  $q-p'$  ne change pas avec la distribution granulométrique. En raison de certaines divergences de l'indice de la distribution granulométrique  $C_u$  et  $I_G$  sur la description du comportement mécanique des matériaux granulaires, un nouvel indice  $I_{gu}$  est présenté à combiner à la fois  $C_u$  et  $I_G$ . Ensuite, les relations hyperboliques entre les paramètres d'état critique et

---

---

l'indice  $I_{gu}$  sont établis et intégrés dans un modèle élasto-plastique. Le modèle est finalement mis en œuvre dans un code éléments finis pour simuler la capacité portante de la fondation superficielle. La thèse est organisée comme indique ci-dessous.

(1) Basé sur des essais au laboratoire sur les matériaux granulaires réels, l'influence de la distribution granulométrique sur le comportement mécanique, en particulier le comportement d'état critique, est étudié. Relations non linéaires entre les paramètres critiques et indice de la distribution granulométrique  $C_u$  sont établis. La position de la ligne d'état critique a tendance à être stable dans le plan  $e-p'$  lorsque le coefficient d'uniformité dépasse 10. La ligne d'état critique dans le plan  $q-p'$  peut être considérée comme étant la même pour les différentes granulométries.

(2) Des essais numériques par DEM avec sept types de la distribution granulométrique ( $C_u = 1,0 \sim 6,0$ ) sont réalisés sous différents chemins de contrainte pour étudier la réponse mécanique du matériau granulaire. Les résultats ont révélé que, avec les mêmes conditions de charge initiales, le matériau granulaire avec une distribution granulométrique plus large mais le même indice des vides contracte plus; et la résistance au cisaillement non drainé diminue lorsque le coefficient d'uniformité du matériau augmente.

(3) L'analyse micromécanique sur des simulations numériques avec différentes granulométries précise en outre le mécanisme interne du changement de la ligne d'état critique. Les résultats démontrent que, comme la distribution granulométrique élargie, la fréquence du nombre de coordination dominant diminue et tend à se stabiliser à 4. L'indice de coordination moyenne tend à être stable dans un petit niveau de déformation sous une condition drainée mais en très grand niveau de déformation sous une condition non-drainée. L'indice des vides critique a une relation linéaire avec le nombre de coordination moyen essentiel pour chaque granulométrie. La relation entre le nombre de

coordination moyen et la contrainte moyenne effective est unique et rétrograde que le granulométrie élargissement et tend à être stable lorsque l'indice de granulométrie  $C_u$  dépasse 10. Ceci explique le micro-mécanisme de la macro phénomène du changement de la ligne d'état critique dans le plane  $e-p'$ . En outre, par analyse de la contrainte-fabrique-force à contact, il est conclu que la contribution de chacun micro variables sur la rapport de contrainte locale est indépendant de la granulométrie. Ceci explique que la ligne d'état critique dans le plane  $q-p'$  est unique et indépendant de la granulométrie.

(4) Des essais numériques ont été réalisés et montrent que l'indice de la distribution granulométrique  $C_u$  ou  $I_G$  ne peuvent pas décrire avec précision le comportement mécanique dépend de la distribution granulométrique de matériau granulaire. Ainsi, un nouvel indice  $I_{gu}$  héritant les mérites de indices  $C_u$  et  $I_G$  est déduite et d'unifier le comportement dépend de la distribution granulométrique. La relation non linéaire entre les paramètres d'état critique et l'indice  $I_{gu}$  est introduite dans un modèle élasto-plastique. Ainsi, le modèle peut être utilisé pour prédire le comportement mécanique du matériau granulaire avec les distributions granulométriques différentes. Vérifications par simulations des essais montrent que le modèle amélioré peut bien prédire le comportement mécanique du matériau granulaire avec une courbe granulométrique donné.

(5) Le modèle est finalement mis en œuvre dans un code d'éléments finis ABAQUS comme un modèle défini par l'utilisateur. Le modèle est étendu à la rupture des particules en ajoutant une équation de l'évolution de la distribution granulométrique avec le travail plastique. Simulations de la capacité portante de la fondation superficielle sont effectuées. Les résultats montrent que la rupture des particules réduit la capacité portante de fondation des sols cassables; lorsque la distribution granulométrique initiale élargit, la rupture diminue ainsi que la réduction de la capacité portante.

Dans l'ensemble, cette étude fournit une référence sur la recherche de la relation constitutive et de l'analyse micromécanique des sols granulaires. Problèmes géotechniques avec l'évolution de la distribution granulométrique peuvent également être bénéficiés de cette étude.

**Mots-clés:** Distribution granulométrique, état critique, sable, micromécanique, méthode aux éléments discrets, méthode aux éléments finis

## ABSTRACT

Grading changing of granular soils is widely taking place in geotechnical engineering, such as Rock-fill dam, pile installation and crushable sandy foundation etc. The broadening of grading will enlarge the contractiveness, reduce the shear strength of granular material. At a large strain level, it will significantly influence the bearing capacity of granular soil foundation, which leads to large deformation or even collapse of the related structures. The critical state is an ultimate bearing state and the key behavior for granular material. Therefore, the study of the influence of grading evolution on the critical state behavior of granular material is necessary.

Through discrete element method (DEM), this study aims to investigate the macro and micro mechanism of the mechanical response of granular material with the grading changing. DEM simulations of triaxial tests on four types loading modes are carried out for idealized granular material. The effects of grading on the stress dilatancy and the critical state behavior of granular material are thus investigated. The moving of critical state line in  $e$ - $p'$  plane is confirmed to be related to the increasing of the coefficient of uniformity  $C_u$  of the granular material and the critical state line in  $q$ - $p'$  plane is not changing with the grading. Because of some discrepancies of the grading index  $C_u$  and  $I_G$  on describing the mechanical behavior of granular material, a new grading index  $I_{gu}$  is presented to combine both  $C_u$  and  $I_G$ . Then hyperbolic relationships between critical state parameters and grading index  $I_{gu}$  are established and embedded into an elasto-plasticity constitutive model. The constitutive model is finally implemented into the commercial finite element code ABAQUS as a user defined model to simulate the bearing capacity

---

---

of shallow footing. The thesis is organized as follow.

(1) Based on laboratory tests on real granular materials, the influence of grading on the mechanical behavior, especially the critical state behavior, is investigated. Nonlinear relationships between critical parameters and grading index  $C_u$  are established. The position of the critical state line tends to be stable in the  $e-p'$  plane as coefficient of uniformity of the granular material surpasses 10. The critical state line in the  $q-p'$  plane can be considered to be the same for different gradings.

(2) Numerical tests of specimens by DEM with seven Talbot-type grain size distributions ( $C_u = 1.0 \sim 6.0$ ) are performed under different stress path to study the mechanical response of granular material duo to grading changing. The results revealed that with the same initial loading conditions, granular materials with a wider particle distribution but the same void ratio display more contractive behavior and also strain hardening upon shearing; and the undrained shear strength decreases as the coefficient of uniformity of the material increases.

(3) Micro-mechanical analysis on numerical samples with different gradings further elaborates internal mechanism of the shifting down of critical state line in the  $e-p'$  plane and its linear feature in the  $q-p'$  plane. The results demonstrate that, as the grading broadened, the frequency of the dominant coordination number decreases, and tends to stabilize at 4. The average coordination number tends to be stable in small strain level under drained condition but in very large strain level under undrained condition. The critical void ratio has a linear relation with the critical average coordination number for each grading. The relationship between the average coordination number and mean effective stress is unique and shifts down as grading broadening and tends to be stable as grading index  $C_u$  exceeds 10, which explains the micro mechanism of the macro critical state line's moving down in the  $e-p'$  plane with grading broadening. Furthermore, by

---

stress–fabric–contact force analysis, it is concluded that the contribution of each micro fabric anisotropy variables to the micro stress ratio is the same for granular material regardless of gradings and confining pressure. This explains the macro finding that the critical state line in the  $q$ - $p'$  plane is unique and grading independent.

(4) Numerical tests were performed and find out that one grading index  $C_u$  or  $I_G$  cannot accurately describe the grading dependent mechanical behavior of granular material. Thus, a new index  $I_{gu}$  inheriting the merits from both  $C_u$  and  $I_G$  is deduced and used to unify the grading-dependent behavior of granular material. The nonlinear relationship between the critical state parameters and the grading index  $I_{gu}$  is introduced into an elasto-plasticity constitutive model. Thus, the model can be used to predict mechanical behavior of granular material with any gradings. Test verifications show that the improved constitutive model can well predict the mechanical behavior of granular material with any grading curve.

(5) The constitutive model is finally implemented into a finite element code ABAQUS as a user defined model. The model is extended to particle breakage by adopting one more equation of grading change with the plastic work. Simulations of the bearing capacity of footing are carried out. The results show that particle breakage reduces the bearing capacity of the foundation soils; as the initial grading broadens, the breakage decreases as well as the trend of bearing capacity reduction.

Overall, this study provides a reference on the research of constitutive relation and micro-mechanics analysis for granular soils. Geotechnical problems due to the grading change can also be benefited from this study.

**Keywords:** Grain size distribution, critical state, sand, micromechanics, discrete element method, finite element method

## 摘要

岩土工程中颗粒材料的级配变动会在很大程度上影响材料在临界状态下的承载能力，可能引发结构物的大变形甚至导致整体失稳。因此，研究颗粒级配变动对材料临界状态特性的影响很有必要。

通过室内实验结合数值试验，研究了不同初始级配对颗粒材料临界状态力学特性的影响；建立颗粒级配与材料临界状态的关系，并将其引进弹塑性本构模型，模拟颗粒级配变化引起的力学问题。

(1) 综合大量室内实验，研究了玻璃球和 Hostun 砂随颗粒级配变化的力学特性，得出临界状态与颗粒级配的关系。结果表明相同初始密实度材料的不排水剪切强度和相变偏应力比随着材料不均匀系数  $C_u$  的增加而降低，并在  $C_u$  达到 10 以后趋于稳定。通过二阶功分析指出颗粒级配对颗粒材料的不稳定性有很大影响，随着  $C_u$  的提高材料的静态液化潜能提高，变得更加不稳定。试验总结出颗粒材料临界状态参数随颗粒级配指标  $C_u$  变化的非线性规律。在  $e-p'$  平面上临界状态线的位置和斜率随着颗粒级配的拓宽而降低，在  $C_u$  达到 10 以后两者皆趋于稳定。在  $q-p'$  平面上颗粒材料的临界状态线则是一条直线，不受级配的影响。

(2) 数值试验拓展分析了多个应力路径下颗粒材料级配相关的力学响应。分析结果表明在相同加载条件下，材料的剪胀性随着颗粒级配的拓宽而下降，出现从剪胀到剪缩的转变；材料的不排水抗剪强度随着级配的拓宽而下降。试验结果进一步确认了临界状态参数与颗粒级配指标  $C_u$  的非线性关系，不受排水条件和拉压剪切模式的影响。在  $e-p'$  平面上的临界状态线是唯一的，并随着级配的拓宽而下移； $q-p'$  平

面上的临界状态线则为直线，与级配无关。

(3) 基于细观力学分析，证明了颗粒材料临界状态线在  $e-p'$  平面上随颗粒级配移动以及在  $q-p'$  平面上呈直线且与级配无关的内在机理。由平均配位数的演变规律表明，颗粒材料在不排水剪切状态下较之排水剪切具有更高的不稳定性。在临界状态下平均配位数与平均有效应力的关系是唯一的，并随颗粒级配的拓宽而下移。应力-组构-接触力分析显示，临界状态下颗粒材料的各个细观组构各向异性分量对细观应力比的贡献程度相同，且与围压和级配无关，从而证实了在  $q-p'$  平面上颗粒材料的临界状态线呈直线，且与级配无关。

(4) 通过引入颗粒级配指标与临界状态的非线性关系，建立了颗粒材料的级配相关弹塑性本构模型。该模型可以描述任意颗粒级配材料的排水和不排水力学响应。与已有考虑级配效应的本构模型进行对比，指出不同模型预测效果差异的主要原因是临界状态参数与级配指标的关系不同。通过数值试验得出现有级配指标 ( $C_u$  和  $I_G$ ) 都无法准确地描述颗粒材料级配相关的力学性能。提出了一个综合  $C_u$  和  $I_G$  优点的级配新指标  $I_{gu}$  并将其用于改进本构模型。模拟验证表明改进的本构模型能够更好地模拟任意级配颗粒材料的力学特性。

(5) 对本构模型进行有限元二次开发，用于分析可破碎地基土上浅基础的承载力问题。将本构模型编译成 UMAT 子程序，通过 Abaqus 模拟浅基础的承载力问题。分析结果得出颗粒破碎引起了地基承载力的降低；随着地基土初始颗粒级配的拓宽，基础下压引起的颗粒破碎逐渐减弱，承载力下降趋势减弱。

综上，本文的研究成果可为砂性土的本构研究、细观力学分析等提供借鉴，给颗粒级配变化引起的岩土工程问题提供有益的分析手段和借鉴。

**关键词：**颗粒级配，临界状态，砂土，细观力学，离散单元法，有限单元法

---

---

# 目 录

<b>RESUME</b> .....	<b>I</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>I</b>
<b>摘 要</b> .....	<b>IV</b>
<b>主要符号表</b> .....	<b>XII</b>
<b>第一章 绪论</b> .....	<b>1</b>
1.1 研究背景与意义.....	1
1.2 颗粒材料临界状态的研究进展.....	3
1.2.1 颗粒材料的临界状态.....	3
1.2.2 临界状态的影响因素.....	8
1.2.3 颗粒级配对临界状态的影响.....	11
1.2.4 颗粒级配相关的本构模型研究.....	17
1.2.5 临界状态宏细观的统一.....	18
1.3 本文主要研究内容.....	21
1.4 本文创新点.....	22
<b>第二章 颗粒材料级配相关的力学特性室内试验研究</b> .....	<b>23</b>
2.1 引言.....	23
2.2 颗粒形状分析.....	23
2.3 实验过程.....	25
2.3.1 实验设备.....	25
2.3.2 试样制备.....	26
2.3.3 颗粒级配和基本物理指标.....	31
2.3.1 加载方案和材料的破碎评估.....	33
2.3.2 玻璃球实验数据的粘滑现象及处理.....	33
2.4 实验结果分析.....	35
2.4.1 各向同性压缩固结特性.....	35

---

2.4.2 颗粒级配对颗粒材料应力应变响应的影响.....	36
2.4.3 颗粒材料临界状态影响因素评估.....	43
2.4.4 平行级配对材料临界状态的影响.....	49
2.4.5 颗粒级配对材料临界状态的影响.....	52
2.5 本章小结.....	55
<b>第三章 颗粒材料级配相关力学特性的数值试验分析.....</b>	<b>56</b>
3.1 引言.....	56
3.2 颗粒流基本理论.....	56
3.2.1 基本理论.....	56
3.2.2 基本假定.....	57
3.2.3 接触本构.....	57
3.3 颗粒材料级配相关力学特性模拟方案设计.....	59
3.3.1 颗粒级配配置方案.....	59
3.3.2 颗粒材料试样的制备.....	61
3.3.3 计算参数监测及控制.....	61
3.3.4 不同应力路径数值试验的实现.....	62
3.4 若干 DEM 模拟问题讨论.....	63
3.4.1 颗粒数量.....	63
3.4.2 样本的变异性.....	65
3.4.3 加载速率的影响.....	66
3.4.4 潜在应变局部化.....	68
3.5 加载条件对颗粒材料力学响应的影响.....	70
3.5.1 初始孔隙比的影响.....	70
3.5.2 围压的影响.....	71
3.5.3 应力路径的影响.....	73
3.6 颗粒级配对材料力学响应的影响.....	74
3.7 颗粒材料的级配相关临界状态线.....	77
3.8 本章小结.....	79
<b>第四章 颗粒材料级配相关的力学特性细观机理.....</b>	<b>80</b>

---

4.1 引言.....	80
4.2 颗粒材料的细观表征.....	81
4.2.1 配位数及平均配位数.....	81
4.2.2 组构及接触力.....	82
4.2.3 应力-组构-接触力相关关系.....	85
4.3 颗粒材料细观力学特征.....	88
4.3.1 配位数分布.....	88
4.3.2 级配相关平均配位数的演化规律.....	92
4.3.3 接触法向和接触力分布.....	95
4.3.4 接触力概率分布.....	99
4.3.5 细观组构各向异性演化.....	103
4.4 级配相关临界状态力学特性的细观机理.....	107
4.4.1 级配相关宏细观临界状态线.....	107
4.4.2 不同颗粒级配材料临界状态下各向异性的统一.....	109
4.5 本章小结.....	113
<b>第五章 颗粒材料级配相关的力学特性本构模型研究.....</b>	<b>115</b>
5.1 引言.....	115
5.2 弹塑性本构的基本数值框架.....	116
5.2.1 增量方程.....	116
5.2.2 隐式积分方法：单步向后欧拉法.....	118
5.3 级配相关力学特性的弹塑性本构模型.....	120
5.3.1 弹性行为.....	120
5.3.2 屈服函数.....	121
5.3.3 塑性势函数.....	121
5.3.4 硬化法则.....	123
5.3.5 塑性因子 $d\lambda$ 的推导.....	124
5.3.6 级配相关临界状态线.....	125
5.4 本构模型参数确定及验证.....	126
5.4.1 参数确定.....	126
5.4.2 Hostun 砂试验验证.....	132

---

5.4.3 DEM 试验验证 .....	137
5.5 级配相关的本构模型比较 .....	138
5.5.1 模型 Model-Ig 概要 .....	138
5.5.2 模型 Model-Ig 的临界状态参数.....	140
5.5.3 模型模拟三轴剪切实验的结果.....	147
5.5.4 级配相关本构模型讨论.....	149
5.6 基于级配指标的颗粒材料力学描述 .....	150
5.6.1 颗粒级配指标 .....	151
5.6.2 应力应变响应的级配指标描述.....	155
5.6.3 临界状态的级配描述 .....	158
5.6.4 新颗粒级配指标的提出.....	160
5.7 级配相关的本构模型改进与预测 .....	164
5.7.1 基于新级配指标的临界状态线/面.....	164
5.7.2 改进本构模型的预测 .....	166
5.8 本章小结 .....	168
<b>第六章 有限元二次开发及简单验证.....</b>	<b>170</b>
6.1 引言.....	170
6.2 基于塑性功的破碎机制 .....	170
6.3 有限元本构开发 .....	171
6.3.1 Abaqus 软件介绍 .....	171
6.3.2 UMAT 子程序 .....	172
6.4 室内试验验证.....	175
6.5 浅基础承载力模拟 .....	178
6.5.1 计算模型及方案 .....	178
6.5.2 计算结果分析 .....	179
6.6 本章小结 .....	189
<b>第七章 全文总结.....</b>	<b>190</b>
7.1 主要结论 .....	190
7.2 研究展望 .....	192

---

---

参 考 文 献 .....	194
CT 扫描实验详细结果（附录 1） .....	209
详细室内实验数据（附录 2） .....	211
致 谢 .....	220
攻读博士学位期间已发表或录用的论文.....	222

## 主要符号表

$a^r$ —— 接触法向各向异性系数	$\mathbf{D}$ —— 刚度矩阵
$a_{ij}^r$ —— 接触法向分布密度张量, 其三个主值 $a_1^r$ 、 $a_2^r$ 、 $a_3^r$ 分别用于描述三个主方向的各向异性度。	$D$ —— 是剪胀参数
$a^n$ —— 接触法向力各向异性系数	$d\lambda$ —— 塑性乘子
$a_{ij}^n$ —— 接触法向力组构张量	$e$ —— 孔隙比
$a_{ij}^t$ —— 接触切向力组构张量	$e_0$ —— 初始孔隙比 (固结完成后)
$a^t$ —— 接触切向力各向异性系数	$e_{cs}$ —— 临界孔隙比
$B$ —— Skempton 参数	$e_{ref}$ —— 参考孔隙比
$B_g$ —— 颗粒破碎指标	$e_{max}$ —— 最大孔隙比
$I_{guB}$ —— 破碎情况下的当前颗粒级配指标	$e_{min}$ —— 最小孔隙比
$B_x$ —— 破碎参数	$E(\Omega)$ —— 接触密度函数
$C$ —— 颗粒体系中存在的接触对数目	$F_{ij}^n$ —— 接触法向力张量
$C_c$ —— 颗粒级配指标, 曲率系数	$F_{ij}^t$ —— 接触法向力张量
$C_u$ —— 颗粒级配指标, 不均匀系数	$F_{ij}$ —— 组构张量
$d_M$ —— 材料中最大的颗粒直径	$f$ —— 屈服函数
$d_{10}$ —— 过筛重量占 10% 的粒径, 也称有效粒径	$\bar{f}_i^t(\Omega)$ —— 接触切向力分布密度函数
$d_{30}$ —— 过筛重量占 30% 的粒径	$\bar{f}^n(\Omega)$ —— 接触法向力分布密度函数
$d_{50}$ —— 过筛重量占 50% 的粒径, 平均粒径	$f_0^n$ —— 平均接触法向力
$d_{60}$ —— 过筛重量占 60% 的粒径, 也称控制粒径	$fric$ —— 颗粒接触摩擦系数修改为
$D_r$ —— 相对密实度	$F(d)$ —— 级配分布函数
	$g$ —— 塑性势函数
	$G$ —— 次弹性剪切模量
	$G_0, K_0$ 和 $n$ —— 分别为初始弹性参数
	$H$ —— 硬化变量
	$I_G$ —— 颗粒级配指标, 由 Muir Wood 定

义	$p'$ ——平均有效应力
$I_{gu}$ ——颗粒级配指标, 由本文定义	$p_0'$ ——初始平均有效应力
$I_{cu}$ ——颗粒级配指标, 由本文定义	$p_a$ ——大气压强
$k^n$ ——接触法向刚度	$p_{cs}'$ ——临界状态平均有效应力
$k^s$ ——接触切向刚度	pcst——常平均应力实验
$k_n$ ——理想单元体的法向刚度	$q$ ——偏应力
$k_s$ ——理想单元体的切向刚度	$q_{pt}$ ——相变偏应力
$K^n$ ——接触法向刚度 (割线刚度)	$q_{qt}$ ——不排水抗剪强度
$K$ ——体积模量	$r^A, r^B$ ——分别是发生接触的球形颗粒的半径
$l_i^c$ ——枝向量	$\Delta u_{\text{sphere}}$ ——两个颗粒在接触处的重叠量
$L_M$ ——单颗粒最小外切矩形的长边	$\Delta u$ ——孔隙水压力
$L_m$ ——单颗粒最小外切矩形的短边	$V$ ——试样的总体积
$L_0$ ——加载方向试样的初始长度	$V_s$ ——颗粒材料的总体积
$L_1$ ——加载方向试样的当前长度	$V_a$ ——孔隙体积
$M$ ——应力比	$Z_m$ ——平均配位数
$M_{cs}$ ——临界状态应力比	$\alpha$ ——分形维度参数
$M_c$ ——压缩剪切条件下的临界状态应力比	$\alpha_d$ ——阻尼常数
$M_e$ ——拉伸剪切条件下的临界状态应力比	$\beta$ ——颗粒形状参数
$M_v$ ——颗粒集合体系内接触总数目	$\varepsilon_a$ ——轴向应变
$M_p$ ——表观应力比	$\varepsilon_d$ ——偏应变
$M_{pt}$ ——相变应力比	$\varepsilon_v$ ——体积应变
$n$ ——孔隙率	$\varphi$ ——总摩擦角
$n_i^c$ ——接触法向	$\varphi_{cs}$ ——临界摩擦角
$N_0$ ——处于无接触状态的颗粒数目	$\varphi_p$ ——表观摩擦角
$N_1$ ——只有一个接触的颗粒数目	$\varphi_\psi$ ——剪胀角
$N_p$ ——颗粒集合体总的颗粒数目	$\phi_{ij}$ ——组构张量
$p$ ——平均应力	$\gamma_{\min}$ ——最小平均坐标数目为
	$\xi$ ——材料常数

---

$\eta$ ——剪切应力比, $q/p'$	的一阶贡献
$\lambda$ ——临界状态线梯度	$\sigma_{ij}^f$ ——接触力各向异性对颗粒体系应
$\mu$ ——颗粒间摩擦系数 (DEM 中)	力的一阶贡献
$\mu_{mi}$ ——摩擦系数 (初始摩擦系数, 颗粒	$\sigma_{ij}^{rf}$ ——组构和接触力交叉的二阶贡献
生成时)	$\delta_{ij}$ ——克朗内克符号
$\psi$ ——状态参数	$\nu$ ——泊松比
$\sigma_{ij}^o$ ——球应力张量	
$\sigma_{ij}^r$ ——组构各向异性对体系整体应力	

# 第一章 绪论

## 1.1 研究背景与意义

岩土材料，如砂，砾石等具颗粒材料特征，被广泛运用于土木工程的各个方面，如堆石大坝，铁路道砟，碎石路基、砂性地基等。颗粒材料相关的岩土工程问题在很长一段时期内都是讨论的热点。研究者对颗粒材料的力学行为进行了深入的研究，主要包括剪切诱导的剪胀特性<sup>[1-3]</sup>，试样初始状态和排水条件的敏感性<sup>[4-7]</sup>，加载历史<sup>[8,9]</sup>，各向异性<sup>[10-12]</sup>，临界状态力学特性<sup>[5, 13-15]</sup>等等。

在实际工程中，颗粒材料常常由于受到静动荷载的作用而产生一定的破碎，引起原始材料级配的变化，如海岛钙质砂基础在波浪荷载作用下产生颗粒破碎<sup>[16, 17]</sup>，长期处于高围压下的堆石坝填石破碎<sup>[18-20]</sup>、滑坡中的颗粒破碎<sup>[21]</sup>、打桩过程砂性土地基产生的破碎<sup>[22-26]</sup>、碎石路基<sup>[27]</sup>和铁路道砟长期受到静动荷载的交替作用<sup>[28-33]</sup>等工程实践。这种颗粒材料破碎引起材料的抗剪强度和剪胀特性的变化，增大了材料的压缩性，增强了软化特性，会进一步引发结构物的大变形严重的甚至导致结构整体失稳<sup>[34, 35]</sup>。

在颗粒材料破碎方面考虑的不足，以标准试验的材料参数为依据的设计往往由于颗粒材料破碎考虑的欠缺而引起工程事故。如巴西 Canoas Novos 大坝的设计高度为 202 m，在大坝的底部堆石材料产生大量破碎而引发了坝体的整体破坏，如图 1-1 所示<sup>[35]</sup>。

可见工程中颗粒材料的破碎不容忽视。研究可破碎粒状土材料的工程特性需要考虑颗粒破碎引起的材料物理构形的影响。许多学者<sup>[36-41]</sup>采用了不同指标来定义材料的破碎情况。研究者<sup>[42-45]</sup>发现颗粒材料的发生破碎的过程是颗粒材料级配（GSD）的改变，进而会引起颗粒材料力学性质的改变，例如：Coop<sup>[46]</sup>、刘崇权等<sup>[47]</sup>、吴京平等<sup>[48]</sup>以及 Verdugo R 和 Hoz K<sup>[49]</sup>等发现，加载过程中颗粒破碎导致的颗粒级配的变化将引起的试样体积收缩以及峰值强度的降低等。颗粒破碎过程是一个材料体系中的若干大颗粒分裂成小颗粒；原有材料体系中的颗粒粒径组成

在破碎过程中不断变化，并形成新的颗粒级配，直至形成一个稳定的级配分布，也就是所谓的分形级配<sup>[50, 51]</sup>。在这个稳定的级配下，颗粒破碎仍然在发生。颗粒破碎是一个动态过程，材料在不同围压下的破碎特征也存在差异，很难对颗粒材料的破碎过程进行定量评估。颗粒破碎是一个不可逆的过程，其基本现象是颗粒级配的不断演化拓宽；对于破碎的每一个时刻材料级配构形是唯一的。因此，把握住颗粒材料的级配变动是研究颗粒材料破碎力学问题的重要方法。通过研究颗粒级配对材料力学性能的影响而不直接研究颗粒破碎过程，可以更准确地将材料在不同破碎情况下的力学特性统一起来，进而更好地用于分析岩土工程中颗粒级配变动引起的力学问题。



图 1-1 Canoas Novos 混凝土面板堆石坝<sup>[35]</sup>

Fig.1- 1 Concrete faced rockfill dam of Canoas Novos

工程中，许多设计将颗粒材料被剪切到大应变下出现的临界状态力学特性作为基本理论依据。临界状态是材料的一种极限承载状态，工程实践中常常用它来设计和评估建（构）筑物的长期强度。例如，Poulos<sup>[52]</sup>提出的砂土液化评估方法就是基于砂土临界状态下的不排水强度。水力人工砂填岛的设计也依赖于临界状态强度的概念<sup>[53-55]</sup>。

颗粒破碎引起的级配变动对颗粒材料的临界状态力学特性产生明显的影响<sup>[81]</sup>。为了更好地服务岩土工程实践，有必要建立颗粒级配与材料临界状态力学特性之间的关系，并将其运用于工程实践分析。

本文拟通过室内实验研究不同初始级配下不破碎颗粒材料的力学响应，定量

颗粒级配变化对材料临界状态的影响，推演材料力学行为随颗粒级配变化的极限趋势，并采用数值手段进一步验证和拓展分析颗粒材料的级配相关力学特性。考虑到颗粒材料的离散特性，采用离散单元法模拟颗粒材料的三轴试验，能够更准确地模拟颗粒材料的非连续力学特性。

受到计算能力的限制，离散单元法目前更多地运用于理论分析和试验模拟，对实际工程案例的分析的能力尚未成熟。而连续介质力学发展至今已经非常成熟，有限单元法（FEM）技术在不同工程领域的应用已经十分完善。

故而本文总结室内实验和数值试验得到的颗粒级配与材料临界状态力学行为的关系，引进本构模型。为了方便地服务于实际工程问题，并植入到有限单元法（FEM）程序并用于模拟岩土工程问题，增进对颗粒材料相关工程问题的了解，有助于工程师更好的预测和解决实际工程问题，具有重要的科研和工程价值。

下面将就本文研究所涉及的级配对颗粒材料临界状态力学响应影响的相关研究进行综述讨论。

## 1.2 颗粒材料临界状态的研究进展

### 1.2.1 颗粒材料的临界状态

从 1936 年 Casagrande<sup>[56]</sup>提出了在排水连续剪切作用下，试样孔隙比以及剪切应力达到并保持常量时，可以认为此时土体处在临界状态。Roscoe 等<sup>[57]</sup>在 1958 年发表题为《On the yielding of soils》的学术论文将土体临界状态力学的研究向前推进了一大步。土体临界状态概念先是用于描述重塑黏土的力学性能，然后才被应用到颗粒材料的研究上<sup>[58, 59]</sup>。在很长一段时间内，许多学者针对砂土材料的临界状态是否存在进行了深入讨论<sup>[53, 60, 61]</sup>。临界状态土力学很难被应用到砂土，主要原因是砂土样的初始压缩曲线很难准确定义以及砂土的临界状态线难以被精确量测。随着室内实验技术的发展，量测精度的问题得到了较好的解决。下面对颗粒材料临界状态的研究进行简单的回顾。

#### (1) 临界状态和稳定状态的定义

Casagrande<sup>[56]</sup>创造了第一个关于粒状土材料临界状态力学特性的词汇——临界孔隙比，定义为无黏性土能够承受任何变形或者流动而不产生体积改变时的孔

隙比。Schofield 和 Wroth<sup>[62]</sup>将土体在常应力水平下发生连续剪切变形而没有发生体积改变的状态定义为“临界状态”。Casagrande<sup>[60]</sup>将砂土承受循环剪切甚至产生液化的情况下出现的类似土体状态也被称之为“稳定状态”。

对于砂土材料而言，临界状态和稳定状态之间的差别在于量测方法的不同。砂土临界状态通常是基于排水剪切条件下量测的试样的一个极限承载状态；而稳定状态则是针对不排水剪切条件，通常对于松散试样。临界状态是土体在外荷载作用下保持的一个特定状态；在这个状态下，土体的变形不断发展而应力水平和孔隙比保持稳定<sup>[57]</sup>。

为了研究砂土临界状态和稳定状态之间的关系，许多学者采用不同排水条件对砂土进行实验研究。Poulos<sup>[61]</sup>对 Manchester 细砂进行了排水和不排水剪切实验并指出稳定状态发生时，砂土颗粒体系必须存在一种流动的结构或者一个特定的颗粒排列形式。将砂土的稳定状态描述为：砂土质量体在该状态下保持常体积变形，常有效应力水平，常剪切应力和常变形速率。Been 等<sup>[5]</sup>采用 Erksak 砂进行了一系列排水和不排水三轴实验：得出砂土在  $e-p'$  平面上的临界状态线不受排水条件的影响，也就是砂土材料的临界状态和稳定状态是一致的，见图 1-2。

Verdugo 和 Ishihara<sup>[14]</sup>采用 Toyoura 砂进行了排水和不排水三轴压缩剪切并指出排水条件下获得的临界状态和不排水条件下获得的临界状态是一致的。Riemer 和 Seed<sup>[63]</sup>、蔡正银和李相菘<sup>[64]</sup>也报告了相似的结果。Sitharam 和 Vinod<sup>[65]</sup>通过 DEM 模拟颗粒材料的三轴实验，指出在排水不排水条件下达到的临界状态共线。

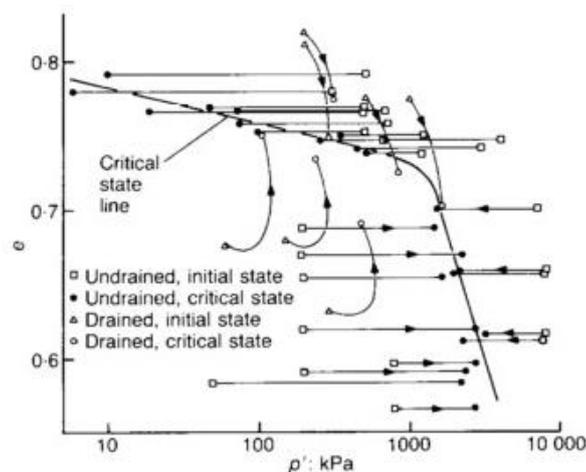


图 1-2 排水和不排水试验条件下试样的临界状态<sup>[5]</sup>

Fig.1- 2 Critical state of drained and undrained tests

综合以上分析，可以总结为当颗粒材料集合体中所有颗粒的排列达到一个统计的稳定状态的时候就可以获得临界状态或稳定状态的变形特征，也就是使得土体保持常体积变形的剪切应力和剪切速率必须是常量。

粒状土材料的临界状态和稳定状态是统一的（以下统称临界状态），可以简单采用以下数学表达式表述为：

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial \mathbf{e}} &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{e}} &= 0 \\ \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial \mathbf{e}} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

其中， $p$  是应力张量的平均部分， $\mathbf{s}$  是偏应力张量， $\mathbf{e}$  是偏应变张量，而  $\varepsilon_v$  是土体体积应变。

## (2) 临界状态线或稳定状态线

将相同颗粒材料在不同剪切条件下达到的临界状态点绘制到  $e-\log p'$  或者  $e-p'$  平面上，并采用一个曲线来表达这些点的分布，就成所谓的临界状态线。Casagrande<sup>[60]</sup>基于排水剪切试验定义了一个 S 线，这条线可以认为是临界状态线；Castro<sup>[66]</sup>基于不排水剪切试验，定义了一个 F 线，也就是稳定状态线。

在早期研究中，研究者假定临界状态线在  $e-\log p'$  平面上是一条直线，例如，Schofield 和 Wroth<sup>[67]</sup>在 1968 年建议的临界状态线如下：

$$v = \Gamma - \lambda \ln(p') \quad (1.2)$$

其中， $v$  是指定体积， $p'$  是临界状态下的围压， $\Gamma$  和  $\lambda$  是材料参数。

方程(1.2)的提出是基于黏土的实验结果，后来才运用到颗粒材料上，如文献<sup>[68]</sup>。Been 和 Jefferies<sup>[69]</sup>采用颗粒材料进行三轴试验并且发现颗粒材料的临界状态线在  $e-\log p'$  平面也是一条直线。Manzari 和 Dafalias<sup>[70]</sup>基于不同的颗粒材料试验结果，采用以下方程描述  $e-\log p'$  平面上的临界状态线：

$$e_{cs} = \Gamma - \lambda \log \left( \frac{p'_{cs}}{p_a} \right)^\xi \quad (1.3)$$

其中,  $p_a$  是大气压强, 用于无量纲化 ( $p_a=101.325\text{kPa}$ ),  $e_{cs}$  是临界状态孔隙比,  $p'_{cs}$  是临界状态围压,  $\Gamma$  有时又称为参考孔隙比, 记为  $e_{ref}$ ,  $\zeta$  和  $\lambda$  是材料常数。方程 (1.2) 是方程 (1.3) 在  $\zeta = 1$  下的特例。

对于颗粒材料, 研究者<sup>[14, 63, 71]</sup>认为其临界状态线则不是直线。Muir Wood 等<sup>[71]</sup>假定颗粒材料的指定体积存在上限和下限, 引进了临界状态方程如下:

$$v_{cs} = v_0 - v_G I_G + \Delta v \exp \left[ - \left( \frac{p'}{p_{ref}} \right)^\omega \right] \quad (1.4)$$

其中  $I_G$  是描述材料颗粒级配的指标<sup>[68]</sup>, 取值为 0~1。  $v_0$  是单颗粒材料  $I_G=0$  对应的最密实状态下的指定体积, 对于单颗粒球体为 1.35<sup>[72]</sup> (对于二维圆盘集合体为  $v_0=1.103$ ); 随着  $I_G$  从 0~1 变化, 临界状态线的变化量为  $v_G$ , 也就意味着  $v_G \approx 0.35$ 。  $\Delta v$  为极低和极高应力水平下指定体积之差。  $p'$  是平均有效应力,  $p_{ref}$  是参考应力,  $\omega$  是材料常数。

Li 和 Wang<sup>[73]</sup>对早期文献的数据整理研究后建议砂土的临界状态线在  $e - (p'/p_a)^\zeta$  平面上可以近似为直线, 表达式如下:

$$e_{cs} = e_{ref} - \lambda \left( \frac{p'}{p_a} \right)^\zeta \quad (1.5)$$

其中  $e_{ref}$  固定了临界状态线的位置,  $\lambda$  决定了临界状态线的斜率,  $\zeta$  是材料常数,  $p_a$  是大气压强。

以上列出的这些表达式在 10~500 kPa 的应力范围内可以很好的拟合稍有棱角或者近圆形石英砂的临界状态线而被广泛使用。Been 等<sup>[5]</sup>采用 Leighton Buzzard 砂和 Erksak 砂进行了一系列三轴试验, 结果表明了临界状态线存在某个二阶曲率。在超过平均应力水平阈值 1 MPa 时, 临界状态线在  $e-p'$  平面上的斜率变得非常陡, 见图 1-3。当应力水平超过 1 MPa 之后, 砂土颗粒的破碎非常明显, 在这样的假定下临界状态线才是双线性的; 在围压小于 10 kPa 的条件下, 临界状态线难以用实验准确获得。Tatsuoka<sup>[74]</sup>等针对 5 kPa 左右的应力水平做了大量的实验, 实验数据表明砂土的临界状态线在低应力水平下显得很平缓。可见对于不可破碎颗粒材料的临界状态线采用单一线性方程来表达, 可以获得良好的效果, 例如方程 (1.5)。

确立了临界状态线后就可以采用临界状态理论对颗粒材料的力学状态进行分

析。Mitchell 和 Soga<sup>[75]</sup>简洁地阐释了颗粒材料的初始状态对到达临界状态的应力应变、体积变化、孔隙水压力变化的影响，见图 1-4。在给定的变形模式下，对于给定的土体，唯一的临界状态是存在的。当土体处在临界状态下时，土体在剪切过程中没有体积或者孔隙水压力的改变。

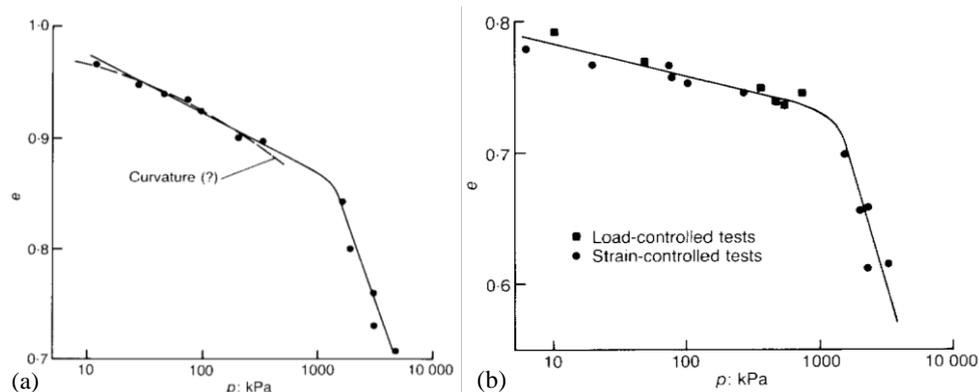


图 1-3 稳定状态线/临界状态线<sup>[5]</sup> (a) Leighton Buzzard 砂 (b) Erksak 砂

Fig.1-3 Steady state line or critical state line (a) Leighton Buzzard sand (b) Erksak sand

在分析土体的力学特性时将土体临界状态当作一个参考状态。根据这个参考状态设定一定的参数来描述土体当前的状态，从而为土体的本构研究提供一种可能的方法。比如 Been 和 Jefferies<sup>[69]</sup>在 1985 年提出的状态参数  $\psi$  就是基于临界状态孔隙比得到的。 $\psi$  是一个半经验归一化参数，定义为在给定的平均有效应力水平下，土体当前的孔隙比与其相应平均有效应力下的临界状态孔隙比的差值，见式(1.6)。通过这个状态参数的表达，可以清晰描述砂土在剪切过程中的剪胀剪缩特性，被大量土体本构模型<sup>[12, 15, 76-80]</sup>所采用。

$$\psi = e - e_{cs} \quad (1.6)$$

又如 Biarez 和 Hicher<sup>[81]</sup>定义了另一种形式的状态变量：

$$\psi_{BH} = e_{cs} / e \quad (1.7)$$

其中， $e$  和  $e_{cs}$  分别为相同压力下对应的当前孔隙比和临界状态孔隙比。该密实状态参量同样简洁概念清晰。它可以清楚的表达颗粒材料所处状态与同等平均应力下的临界状态密实状态的相对比值，也被广泛运用在本构模型中<sup>[82-85]</sup>。

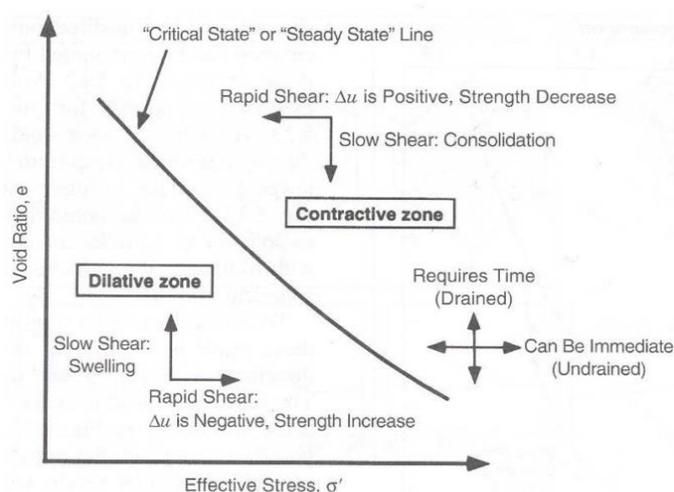


图 1-4 初始状态对到达临界状态线的应力应变、体积变化或者孔隙水压力变化的影响<sup>[75]</sup>

Fig.1- 4 Effect of initial state on stress-strain and volume change or pore pressure response to reach CSL

如图 1-4 中，一方面，当土体的初始状态位于临界状态线的右上方，当前孔隙比大于相同压力下的临界孔隙比， $\psi_{BH} < 1$  或  $\psi > 0$ ，材料较为松散，土体在慢的剪切速率下表现为剪缩（当剪切速率较快时，土体中会产生正孔隙水压力）；另一方面，当土体的初始状态位于临界状态线的左下方时，当前孔隙比小于相同压力下的临界孔隙比， $\psi_{BH} > 1$  或  $\psi < 0$ ，材料较为密实，土体在慢的剪切速率下表现出剪胀特性（当剪切速率较快时，土体中会产生负孔隙水压力）。

然而临界状态本质上是一种观察现象。不同材料不同实验类型得到的临界状态特性可能不同。大量学者<sup>[61, 63, 86, 87]</sup>对影响材料临界状态线唯一性的因素进行了讨论。包括实验条件如加载速率、剪切模式、初始结构（试样制备方法）和排水条件等，以及颗粒材料的物理属性，如颗粒形状、材料颗粒级配等。实验条件属于量测和统计问题而物理属性则是影响材料最终力学性能的根本。下面就这些影响因素进行分析。

## 1.2.2 临界状态的影响因素

### (1) 加载速率和模式对临界状态的影响

Casagrande<sup>[60]</sup>认为应变速率是影响临界状态/稳定状态的潜在因素。Castro<sup>[66]</sup>通过实验指出临界状态只是孔隙比的函数，并且这个状态是独立于初始应力状态

和加载速率。然而 Poulos 等<sup>[52]</sup>对辛克鲁德 (Syncrude) 尾矿渣进行分析, 指出采用应力控制和应变控制加载得到的临界状态没有差别。Been 等<sup>[5]</sup>给出了应力控制和应变控制的实验结果。应变率从应变控制实验的 4 %/h 到应力控制实验的 300000 %/h, 对材料稳定状态没有产生明显的影响, 意味着砂土在进行三轴试验时剪切到较大变形的情况下应变率的影响也是很小的。可见加载速率对材料临界状态 (线) 没有影响。

## (2) 剪切模式对临界状态线的影响

Kuerbi 等<sup>[88]</sup>和 Vaid 等<sup>[89]</sup>指出各向异性的存在导致的颗粒材料拉伸和压缩实验得到的临界状态存在一定差异。尽管如此, 他们把稳定状态称作相变状态, 这个是和临界状态的定义完全不同的。Been 等<sup>[5]</sup>采用 Erksak 砂进行了不排水拉伸和压缩试验得出临界状态不受拉压剪切模式的影响, 他用 Toyoura 砂得到相同的结论。同时通过以上对临界状态和稳定状态的分析中也指出颗粒材料的临界状态线是不受排水条件的影响的。可见, 对于颗粒材料在拉伸和压缩剪切得到的临界状态是否一致仍不能达成共识, 需要更多的深入探讨。但是可以推断对于各向异性较小或者颗粒形状较为圆形的材料, 其压缩和拉伸剪切得到的临界状态差异会小。

## (3) 初始组构对临界状态的影响

Vaid 等<sup>[89]</sup>指出不排水条件下的临界状态位置的变异性可能是由土体初始各向异性组构。不同的初始组构可能是由不同的试样制备方法形成的<sup>[4]</sup>。振捣法和落沙法技术的不同会导致不同的初始组构。使用落沙法和湿砂法, Been 等<sup>[5]</sup>得到了这些制样方法对临界状态没有明显的影响。Zlatovic 和 Ishihara<sup>[90]</sup>对不同制样方法 (湿砂法, 干沙法) 的砂土试样进行了三轴压缩试验来研究组构对临界状态的影响。他们得出了当砂土试样被剪切到很大的应变达到临界状态后, 初始组构的影响消失。Ishihara<sup>[91]</sup>也得出不同制样方法对砂土的临界状态没有影响。Miura 和 Toki<sup>[92]</sup>, Poulos 等<sup>[52]</sup>, Been 和 Jefferies<sup>[69]</sup>等研究者都发现了类似的规律。

然而 Verdugo<sup>[93]</sup>得到一个不同的结论: 试样的制备方法对临界状态的位置有明显的影响。他解释说这是由于试样在水中沉积形成一个不均匀的层理结构; 而这个结构状态在很大变形的情况下也不能消失。值得注意的是原状土样和重塑土样所获得的临界状态线是不同的。在这种情况下, 即使是同一种类型的土, 它们事实上也是不同的, 因为土样的初始组构在试样制作过程中已经受到扰动。

Papadimitriou 等<sup>[94]</sup>也给出了相似的结论。他们使用不同的制样方法并结合一些模型模拟。结果表明不同的组构会导致  $e-p'$  平面上临界状态线位置的不同。

对于给定的颗粒材料，临界状态作为一种参考状态是非常重要的概念。遗憾的是，临界状态的存在本身就是一种观察现象。受限于实验室内的量测方法和实验手段等，研究者们对临界状态唯一性的讨论始终没有停止。但是可以确定的是：加载速率对材料临界状态影响不大；排水条件对颗粒材料的临界状态线没有影响；相同制样方法下材料的临界状态点都能落到一个线上。

#### (4) 颗粒形状对临界状态线的影响

颗粒的形状对于材料的力学性质影响很大，研究发现：随着颗粒材料的形状不规则程度的增加，最大孔隙率  $e_{\max}$  和最小孔隙率  $e_{\min}$  均会增大<sup>[81, 95, 96]</sup>；试样的刚度会减小<sup>[97]</sup>；临界状态摩擦角  $\varphi_{cs}$  会增大<sup>[81, 97, 98]</sup>；甚至颗粒的形状会影响临界状态线在  $e-p'$  平面上的位置<sup>[81, 99]</sup>。

Maeda 等<sup>[100]</sup>采用 2D-DEM 模拟了不同颗粒形状颗粒材料在不同应力水平和密实度下的剪切变形。数值实验结果表明的临界状态线在  $e-p'$  平面上的位置随着颗粒的棱角度的提高而上升，见图 1-5。室内实验结果也发现了类似的规律<sup>[97, 101, 102]</sup>。他们还发现临界状态摩擦角不仅仅取决于矿物质之间的摩擦角，而且强烈受到颗粒形状的影响。在颗粒尺度的力学框架内，颗粒的球形度，棱角度和粗糙度会增加颗粒转动的难度，增强了材料的剪胀性和各向异性的发展，最后影响材料的临界状态。

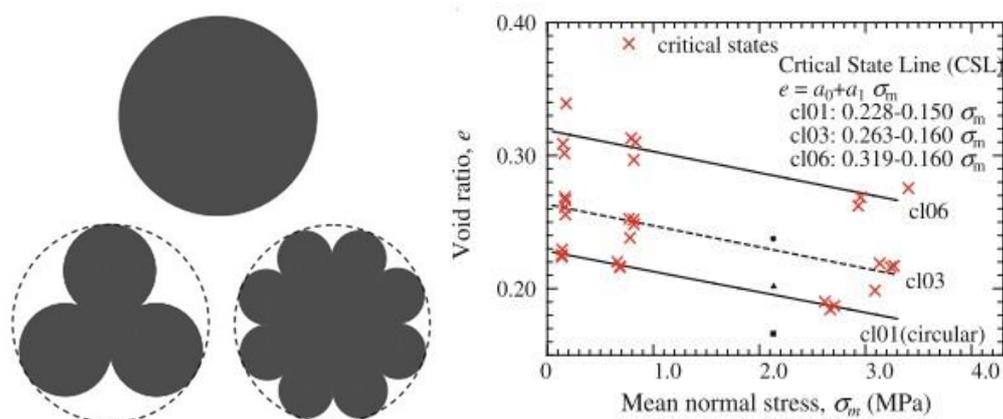


图 1-5 颗粒形状对临界状态的影响<sup>[100]</sup>

Fig.1- 5 Shape effect on critical state

砂土的工程分类通常是基于颗粒尺寸的分布和土体的相对密实度的大小，没有考虑颗粒的形态因素（颗粒形状）。关于颗粒形状对材料力学特性的影响的研究虽然很多，但仍然存在一些局限性，如研究者采用不同材料来研究颗粒的形状效应<sup>[97, 103]</sup>，这同时也很容易混淆颗粒形状和矿物成分等其它因素的影响。因此，在研究砂土力学特性时，必须将颗粒形状作为单一因素考虑。

综合以上分析临界状态影响的因素可以发现：对于理想材料，采用的材料颗粒形状是完全一致的，得到的临界状态线对于相应的颗粒材料是唯一；而对于室内实验，尽管采用的是同一种材料可能包含各种不同的颗粒形状，研究者并没有研究其颗粒形状或者没有明确给出颗粒形状对临界状态的影响，笔者推测部分实验得到的临界状态线的不唯一性可能和颗粒形状的影响有关。在研究单一因素对颗粒材料临界状态影响时，应该尽可能的将其他因素的影响降低或者消除。

同样作为颗粒材料的物理属性，与颗粒形状类似的，颗粒级配对粒状材料的临界状态影响更是显著的，而且更加具有工程应用背景。工程中构筑物或者路基等选用不同颗粒级配材料来达到其填筑效果或者强度要求。下面单独就颗粒级配对材料的临界状态的影响进行分析。

### 1.2.3 颗粒级配对临界状态的影响

近年来，关于改变颗粒材料级配引起的临界状态力学特性变化的研究很多。许多研究者<sup>[104-107]</sup>通过在纯砂土里面添加细颗粒来研究细颗粒含量对其力学特性的影响。这些研究表明，对于给定孔隙比的砂土试样，随着材料不均匀系数  $C_u$  的提高，其压缩性和坍塌性增强。一些研究者<sup>[69, 108]</sup>指出细颗粒含量增加会减小  $e-\log p'$  平面上临界状态线的斜率。另一些研究者<sup>[34, 107, 109]</sup>指出细颗粒含量的增加对  $e-\log p'$  平面上临界状态线的斜率影响不大，但使得临界状态线的位置下移。一些研究表明<sup>[105, 108, 110]</sup>随着细颗粒含量增加到一定程度，试样的临界状态线在  $e-\log p'$  平面上开始往回移动。对于这些现象存在两种可能解释：一随着细颗粒含量的增加，大颗粒慢慢变成了试样中的少数体，材料的主体是细颗粒体<sup>[108]</sup>。细颗粒起到有益的二次缓冲垫作用或者对试样整体的脆性有很大贡献；二为细颗粒本身的物理属性影响了整体的力学性能，若细颗粒带有一定黏性或者粘聚力会使得材料表现出某些黏土的特性而改变了颗粒材料的物理属性<sup>[91]</sup>。可见细颗粒含量对颗粒材料的力学特性的影响是十分复杂的。

尽管如此，很少研究涉及颗粒级配演化对材料力学特性的影响，特别是临界状态力学特性。

### (1) 颗粒破碎引致的颗粒级配演化

室内实验总是假定土体的物理构形在试样制备好时和加载结束时是一致的。原则上，加载结束后的土体又可以用于重复试验并获得本质上与之前相同的响应<sup>[68]</sup>。然而由于可能存在个体颗粒的破碎，研究者通常在实验结束后就将该试样抛去。

颗粒破碎的现象在颗粒材料中是非常普遍的，如砾石颗粒的破碎和玻璃球的破碎，如图 1-6a。颗粒的破碎是指在外荷载的作用下，颗粒破裂成若干个粒径不相等的小颗粒，导致颗粒粒径级配发生改变，同时也改变了土的物理力学性质，如糖块试样在直剪作用下产生颗粒破碎引起的颗粒级配的变化，见图 1-6b。

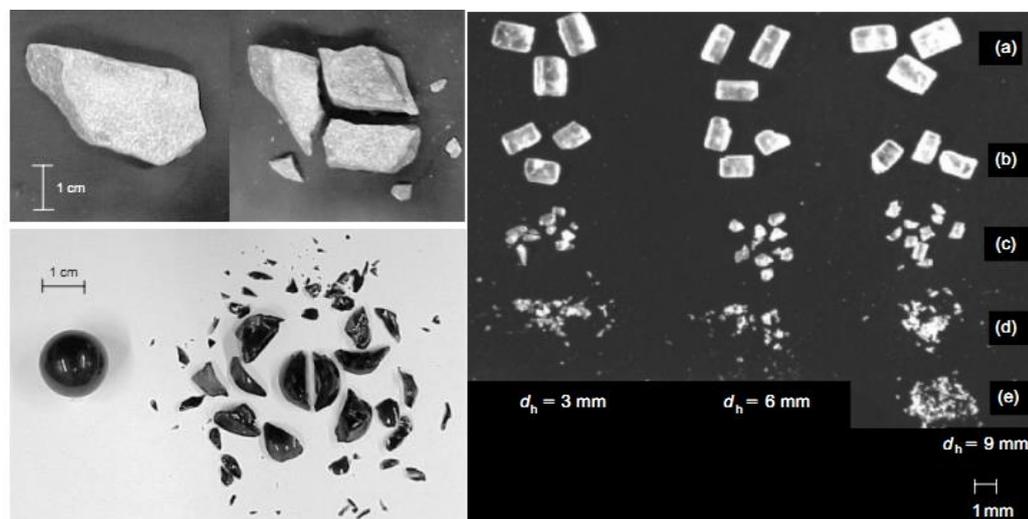
颗粒材料破碎主要可以分为三种类型，如图 1-7 所示<sup>[11]</sup>：

破裂（fracture）：大颗粒破裂成若干小颗粒。

磨碎（attrition）：大颗粒分解成一个稍小颗粒和若干更小的颗粒。

磨耗（abrasion）：颗粒粒度基本不变，伴随若干细微颗粒。

在岩土工程中，较为常见的颗粒破碎形式是破裂和磨碎。这两种类型的破碎会引起材料颗粒级配的明显演变从而导致颗粒材料力学性能发生变化。这种颗粒级配变化引起的颗粒材料力学特性的演化规律正是本文的研究对象。



(a) 卵石和玻璃球加载前后物理构形对比 (b) 直剪试验后的糖块试样的颗粒破碎情况

图 1-6 不同材料颗粒破碎

Fig.1- 6 Breakage of different materials

近年来，颗粒材料的破碎问题导致的工程问题引起研究者对可破碎材料力学性能的重新审视。许多研究集中在可破碎颗粒材料，例如对于钙质砂，即使是在相对低的应力水平下，颗粒破碎也是不可避免的。一些实验研究结果<sup>[35,37,112-114]</sup>表明颗粒材料在偏应力路径和各向同性压应力路径下产生破碎。

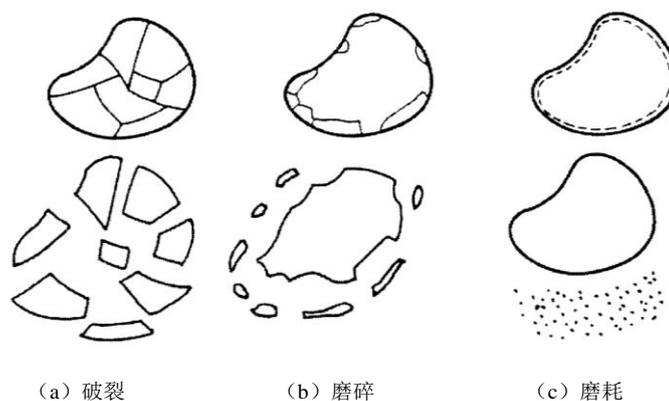


图 1-7 颗粒破碎的不同模式<sup>[111]</sup>

Fig.1- 7 Different modes of breakage

对于诸如此类的可破碎颗粒材料，在加载过程中一旦试样中发生颗粒破碎，颗粒集合体的物理构形也就发生变化。颗粒破碎代表了一个不可逆的过程，伴随了较小的颗粒再试样中单向增长；从颗粒大小和级配组成的角度可以认为该试样的材料属性也就发生了变化了；假如继续使用破碎的颗粒进行试验，就不太可能期望得到与加载前材料相同的力学响应。可见分析破碎后材料颗粒级配的变化情况对颗粒材料的力学变形和强度特性的影响，既有理论研究价值，又有实际工程意义。

## (2) 初始颗粒级配与当前颗粒级配对材料临界状态的影响

颗粒破碎引起材料颗粒级配的一个连续性演化<sup>[39, 50]</sup>，进而促使材料的临界状态连续演化<sup>[81]</sup>。如图 1-8 所示，在  $e-\log p'$  平面上临界状态线的位置取决于当前材料的颗粒级配。假如颗粒破碎发生在加载过程中，材料的颗粒级配得到拓宽，其不均匀系数  $C_u$  会增大。与此同时，材料的临界孔隙比也会下降到更低的位置，引起临界状态线的移动。Kim<sup>[113]</sup>、Daouadji 等<sup>[115]</sup>和 Hu<sup>[35]</sup>也得出了类似的结论。

Bandini 和 Coop<sup>[116]</sup>进行了一系列三轴试验去研究颗粒破碎对材料临界状态位置的影响。试验总共分两个部分：一是将材料剪切到产生一定颗粒破碎，第二个是研究试验后材料再次用于剪切。实验结果表明颗粒材料在  $e-p'$  平面上的临界状

态线确实随着颗粒破碎的进行而下移。与此同时，他们发现与预剪切试样（已经破碎土样）一样颗粒级配的重塑土样的临界状态线在  $e-p'$  平面上的位置与先前破碎未重塑的情况下差别非常大，而在  $q-p'$  平面上的临界状态线并没有移动，如图 1-9 所示。

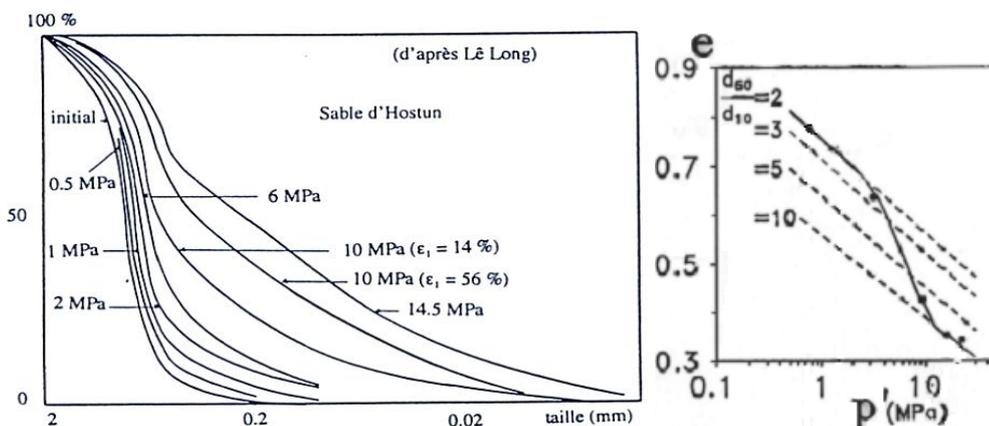


图 1-8 试验前后的颗粒级配曲线和在  $e-\log p'$  平面上相应的临界状态线<sup>[81]</sup>

Fig.1- 8 GSD before and after the test and its critical state line in the  $e-\log p'$  plane

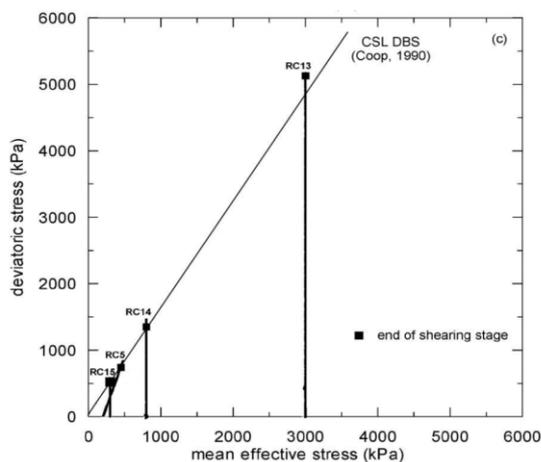


图 1-9 重塑试样的临界状态<sup>[116]</sup>

Fig.1- 9 Critical state on reconstituted samples

从以上研究可以得出，颗粒破碎问题会影响颗粒材料在  $e-\log p'$  或  $e-p'$  平面上临界状态线的位置，而对  $q-p'$  应力平面上临界状态线的位置不影响。然而这是可破碎颗粒材料的力学特性。而颗粒破碎过程中，材料的颗粒级配是不停演变的，也就是剪切过程中的每一时刻的级配存在（当前级配）都是唯一的构形。而不同材料在不同的受力情况下会产生不同的颗粒破碎演化，产生不同的颗粒级配构形。可见当前级配的演化对颗粒材料力学行为，特别是临界状态力学特性的影响重大，

有必要对其进行深入剖析。

### (3) 级配对颗粒材料临界状态影响的实验研究

Castro 等<sup>[117]</sup>对不同砂土种类进行了应力控制三轴循环剪切实验得出砂土的颗粒级配 (GSD) 和棱角对临界状态线 ( $e-\log p'$  平面上) 有很大的影响。Igwe 等<sup>[118]</sup>构造了三种不同级配的硅质砂试样, 良好级配砂 (WG), 中等级配砂 (ING) 和差级配砂 (NAG), 研究了颗粒级配对砂土力学特性的影响。实验结果表明, 对于不同级配, 随着不均匀系数  $C_u$  的增大, 砂土试样临界状态强度都增大。

李声立<sup>[119]</sup>使用平潭砂进行不排水三轴试验, 通过改变材料的  $C_u$  和  $C_c$  来研究颗粒材料力学性能变化对级配指标的敏感度, 并量测了不同系列实验的临界状态线, 如图 1-10 所示。

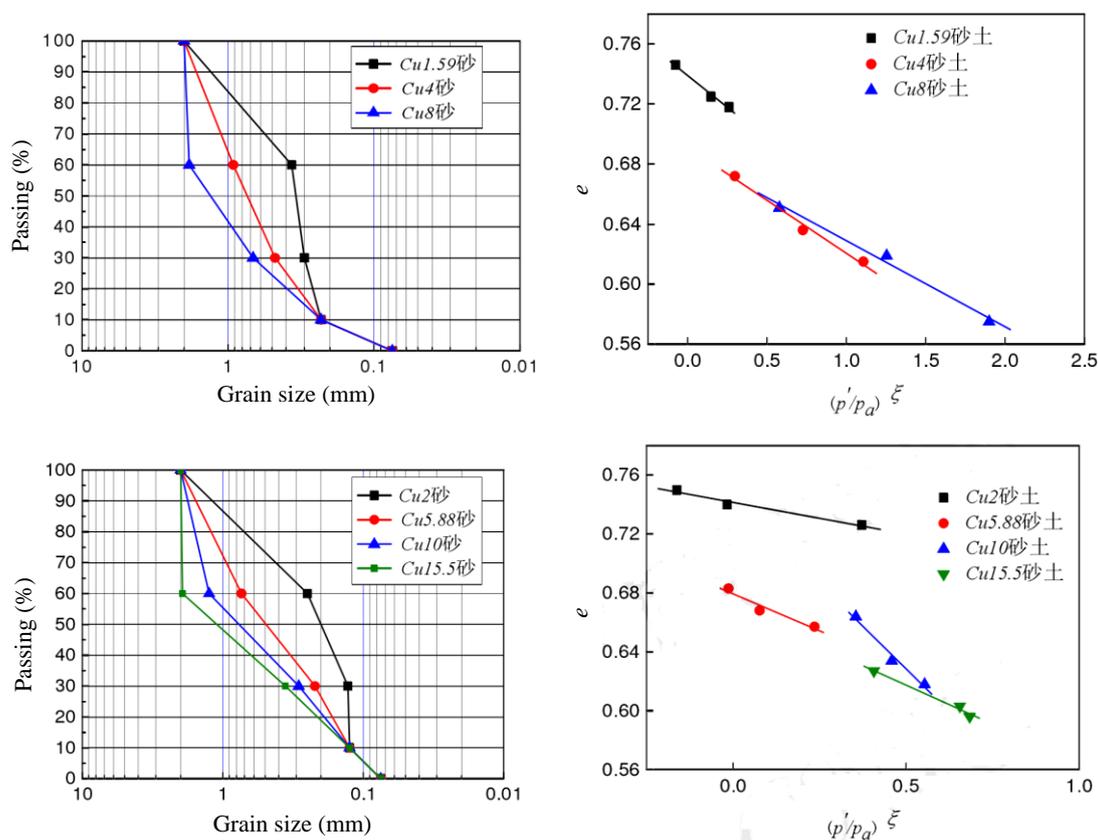


图 1-10  $C_u$  对临界状态的影响<sup>[119]</sup>

Fig.1- 10 Influence of  $C_u$  on critical state

实验研究得出当砂土的不均匀系数  $C_u$  比较小的情况下, 其临界状态线位置受

$C_u$  的影响较为明显, 而当  $C_u$  大于一定值时, 这种影响变弱; 当砂土的曲率系数  $C_c$  比较小的情况下, 其临界状态线的斜率受到  $C_c$  的影响较为明显, 而当  $C_c$  增大到一定值时, 这种影响减弱。曲率系数  $C_c$  对临界状态线的参考位置几乎没有影响。该实验研究定性地分析了砂土颗粒级配对其临界状态的影响, 实验总结较为简单。

#### (4) 级配对颗粒材料临界状态影响的数值研究

随着计算机技术的成熟和数值方法的发展, 越来越多的岩土工程问题可以通过数值手段进行研究。在众多数值方法中, Cundall 和 Strack<sup>[120]</sup>提出的离散单元法能较好的模拟颗粒集材料离散集合体的力学特性, 又能分析材料的宏微观力学响应, 被广泛地应用于研究颗粒材料的力学特性。

Muir Wood 和 Maeda<sup>[68]</sup>使用 2D-DEM 做了一系列数值三轴试验, 研究颗粒级配对砂土力学性能的影响。实验结果表明初始颗粒级配影响了颗粒集合体的本构属性。随着颗粒级配指标  $R_D(=D_{max}/D_{min})$  从 2~20 的范围内改变, 临界状态线在  $e-p'$  平面上的位置逐渐向下移动, 而临界状态线在所量测的应力范围内为线性方程, 下移过程中其斜率几乎不变, 如图 1-11 所示。

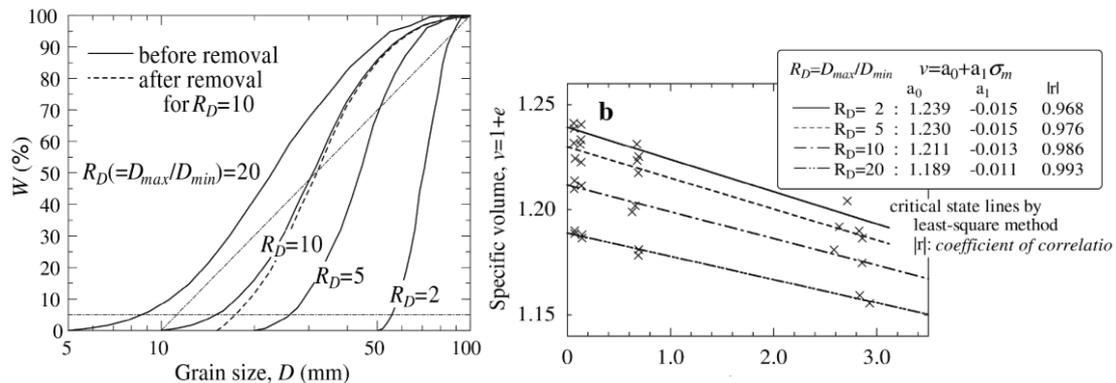


图 1-11 颗粒级配及临界状态 (2D-DEM) <sup>[68]</sup>

Fig.1- 11 Grain size distribution and critical state (2D-DEM)

Yan 和 Dong<sup>[15]</sup>进行了一系列三轴排水和不排水 3D-DEM 数值试验研究颗粒级配效应对其力学性能的影响。所研究的 4 个颗粒级配采用相同的平均粒径指标, 其不均匀系数  $C_u=1.0\sim 2.17$ 。数值实验结果同样表明在  $e-p'$  平面上, 有较宽的颗粒级配试样的临界状态线落在较低的位置而对于临界应力比没有明显的差别; 而临界状态应力比不受颗粒级配的影响, 在  $q-p'$  平面上为一条直线。他指出临界状态孔隙比和临界状态线斜率与颗粒材料不均匀系数  $C_u$  成线性关系。然而可以想象颗粒

材料的临界状态线不可能无限制地在  $e-p'$  平面上一直下移，线性规律是否合适？是否可能存在一个稳定状态？这些疑问需要进一步的探讨。

综合以上分析，室内实验研究得出了颗粒级配对材料临界状态影响的定性判断，而数值试验的得到的规律和室内实验研究结果很吻合。这些结果均证实了颗粒级配对材料在  $e-p'$  平面上临界状态线的位置有明显的影响：随着不均匀系数  $C_u$  的增长，材料的临界状态线往下移动。实验研究未能得到临界状态线随颗粒级配演化的明确关系；而数值模拟中虽然给出若干规律，但是存在一个局限性是实验采用相对较小的不均匀系数  $C_u$ （小于 2.5），这只是很局部的一个颗粒级配范围，对于更宽广的颗粒级配分布情况会是如何，还需要进一步探讨。同时 Yan 和 Dong 采用的实验数据对其临界状态参数的验证还不够体系，选用材料也可能包含颗粒形状等因素的影响。从前面分析可以，在单独分析颗粒级配影响效果的情况下，最好能将颗粒形状等因素分离。

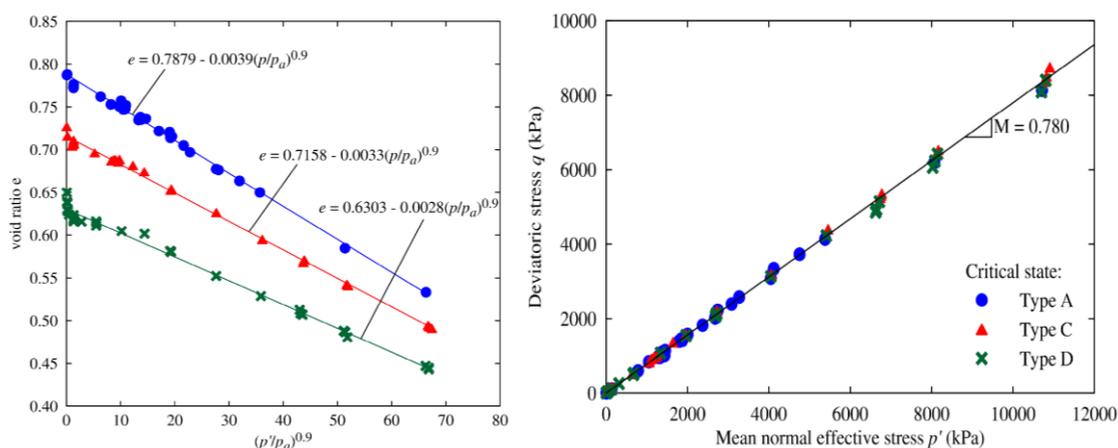


图 1-12 颗粒级配和临界状态 (3D-DEM) [15]

Fig.1-12 GSD and critical state (3D-DEM)

可见现有颗粒级配对颗粒材料临界状态力学特性影响的研究还不够体系和全面，特别是采用颗粒级配指标描述临界状态线在  $e-p'$  平面上的运动规律还需要进一步研究，在考虑颗粒形状因素的影响下拓展相应的颗粒级配范围，以期获得更为一般性的本构规律。

#### 1.2.4 颗粒级配相关的本构模型研究

关于颗粒材料破碎引起的材料力学特性变化的本构模型研究很多<sup>[20, 115, 121-126]</sup>,

然而针对不可破碎颗粒材料的级配对材料力学特性的影响的本构研究比较少见于文献。

Muir Wood 等<sup>[71]</sup>基于 Severn-Trent Sand 模型<sup>[127, 128]</sup>引进了一个考虑颗粒级配变化的临界状态线方程, 模拟颗粒级配变化对材料力学性能的影响。假定颗粒材料在  $v-p'$  平面上的临界状态线存在移动的下限, 见方程(1.4)。该研究从理想材料出发, 将颗粒级配指标与临界状态线建立关系 (级配指标和临界状态线参考孔隙比为线性关系)。不同颗粒级配材料临界状态线的间距与颗粒级配指标  $I_G$  成正比。

该研究给颗粒级配相关本构模型研究提供了很好的范例。尽管如此, 实际颗粒材料的力学行为更为复杂, 模型的假定能否适用是关系到计算结果的准确性。因此很有必要评估实际颗粒材料的颗粒级配对其力学特性影响, 再结合本构模型才能更加准确的预测颗粒级配相关的颗粒材料力学行为。

同时该研究采用的颗粒级配不均匀系数  $C_u \approx 1.5 \sim 2.2$ , 这在颗粒材料中是很小的一个级配范围; 很多情况下涉及到更加宽广的颗粒级配, 如 Coop 等<sup>[50]</sup>将碳酸钙质砂剪切至接近分形级配, 不均匀系数约 88.0。

Li 和 Dafalias<sup>[80]</sup>在三轴压缩平面上提出了一个简单且统一的弹塑性本构模型。Li<sup>[129]</sup>将该模型扩展到广义应力空间中。Yan 和 Dong<sup>[15]</sup>在此基础上得出了模型中有 5 个参数是级配相关性的, 分别关系到弹性特性、剪胀特性、硬化特性和临界状态。这几个参数均与材料的颗粒级配指标  $C_u$  成线性关系。该模型研究的颗粒级配范围较窄, 不均匀系数  $C_u = 1.0 \sim 2.17$ , 也是非常小的级配分布范围。同时该模型引进的级配相关的本构变量较多, 实际应用会引入较多参数。

以上关于级配相关本构模型的研究更多的集中在小级配范围内总结出的临界状态参数与颗粒级配之间的线性关系, 形式较为简单。然而线性规律是否能真实反映颗粒材料的复杂力学行为需要进一步考量。Muir Wood 等<sup>[71]</sup>提出的临界状态下移的终极状态是针对理想材料, 实际颗粒材料的情况又是如何需要进一步采用实验分析。Yan 和 Dong<sup>[15]</sup>提出的本构模型中, 采用较多的级配相关的本构参数, 使得模型参数较为繁琐, 存在进一步优化的空间。

### 1.2.5 临界状态宏细观的统一

近年来土体细观力学的研究越来越成为土力学研究的热点问题, 特别是粒状土材料, 借用相关的离散单元法, 研究者可以深入剖析颗粒材料在临界状态下的

细观结构特征和各向异性特性，为临界状态唯一性寻找细观证据。

徐小敏<sup>[130]</sup>指出颗粒材料临界状态下的平均力学配位数与 $(p'/p_a)^{\zeta}$ 成线性关系，并且是唯一的，不受其所研究的应力路径的影响。

Fu 和 Dafalias<sup>[131]</sup>采用 2D 离散单元法模拟理想椭圆颗粒的剪切特性，指出颗粒集合体的初始组构对材料临界状态组构特性是没有影响的。颗粒排列方向相关的颗粒材料临界状态组构变量是和平均应力  $p$  无关的；颗粒材料在  $e-p$  平面上的临界状态线是唯一的。

Yan 和 Zhang<sup>[132]</sup>研究了二维条形颗粒材料在临界状态下的细观结构发展，并观测到了临界状态下存在唯一的一个应力—密实度—组构关系，如图 1-13 所示，旁证了临界状态的唯一性。

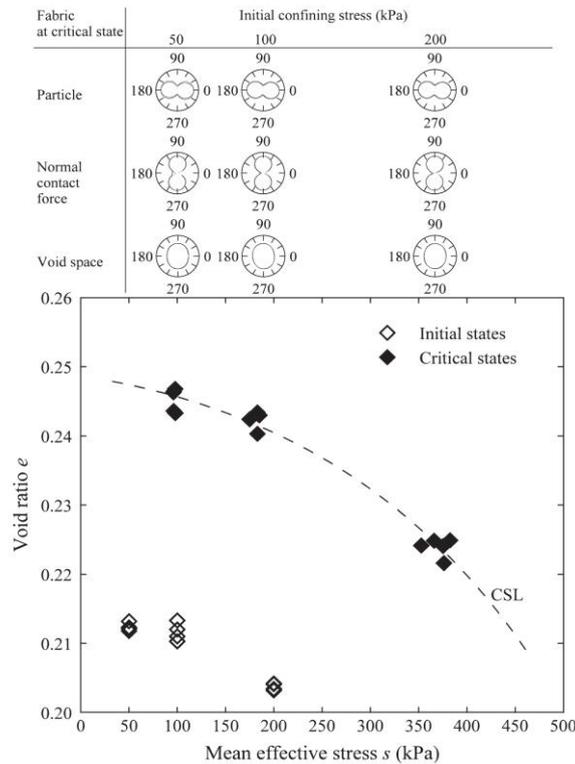


图 1-13 临界状态下的应力-孔隙-组构<sup>[132]</sup>

Fig.1- 13 Stress-void-fabric at critical state

Zhao 和 Guo<sup>[133]</sup>采用 3D-DEM 数值模拟指出的各向异性向量二阶不变量与临界状态平均有效应力存在一个幂次法则相关性；临界组构各向异性不是唯一的，取决于相应的应力路径。它和临界应力状态强烈相关，不能单独剥离出来最为粒

状土体临界状态的单一或者唯一参考。据此他们提出了一个新的张量称之为联合不变量(见公式(1.8)),将材料在某应力状态以及对应的组构各向异性考虑在一起。

他们发现第一联合不变量  $K$  是临界应力状态和临界组构结构相兼容的一个指标,并应力路径无关,可以用于表征颗粒材料临界状态的唯一性。在临界状态下  $K$ ,  $e$ ,  $p'$ 三者可以构建一个唯一空间临界状态曲线  $K$ - $e$ - $p'$ 空间,见图 1-14。而对于临界联合不变量  $K_C$  可以被进一步归一化为一个常量使得它与加载路径以及应力水平等无关。

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= K = s_{ij} F_{ij} \\ K_2 &= s_{ij} F_{jk} F_{ki} \\ K_3 &= s_{ik} s_{kj} F_{ji} \\ K_4 &= s_{ik} s_{kj} F_{jl} F_{li} \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

式中  $s_{ij}$  是偏应力张量,  $F_{ij}$  是二阶各向异性组构张量。

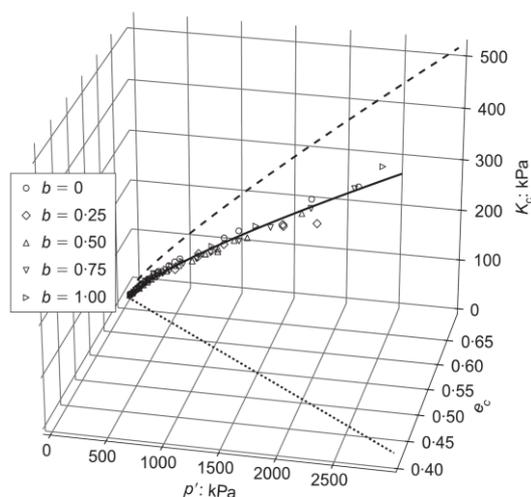


图 1-14  $K_c$ - $e_c$ - $p'_c$ 空间中临界状态线的唯一性

Fig.1-14 Unique critical state curve plotted in  $K_c$ - $e_c$ - $p'_c$  space

这些研究都采用宏细观结合分析,表明了颗粒材料在组构—孔隙比—平均应力空间内的唯一性,解释了试验研究中颗粒材料在  $e$ - $p'$ 平面上的临界状态线唯一性的细观机理。然而对于颗粒材料临界状态线在  $e$ - $p'$ 平面上随级配变化而移动,以及在  $q$ - $p'$ 平面上的呈直线且与级配无关的细观机理尚未明确,需要进一步剖析。

### 1.3 本文主要研究内容

综上所述，颗粒材料具有复杂的力学特性，特别是颗粒级配材料临界状态力学特性的影响研究尚未完善，在宏细观分析上需要进一步的系统研究。已有研究关注的级配范围较窄，只是级配研究中的一个局部，以此得到的规律很难准确地把握级配变化引起的力学行为转变。以此级配范围内材料的力学试验建立的临界状态参数与颗粒级配指标之间的线性关系，可能难以准确地把握颗粒材料的非线性力学特性，进而影响到本构模型中对颗粒材料力学性能的准确模拟。同时颗粒材料临界状态随颗粒级配变化的细观物理机理尚不明确，需要深入探讨。

因此，本文在前人研究的基础上，针对级配更为宽广( $C_u=1.0\sim 2.0$ )的不同颗粒材料，进行了更为完整的室内试验和数值分析，建立更为一般性的颗粒级配相关的临界状态的非线性演化规律，反映颗粒级配演化终极状态下的临界状态力学特点；阐明了临界状态线( $e-p'$ 平面和 $q-p'$ 平面)与颗粒级配变动的相互关系的细观机理；通过本构模型中植入级配相关临界状态演化规律，模拟任意颗粒级配材料的力学行为。

需要注意的是，本研究只是考虑砂土类型的颗粒材料，涉及到非塑性粉粒含量的材料不是本文的研究范围。所进行的主要研究工作归纳如下：

(1) 通过传统室内三轴排水和不排水剪切试验对两种不同颗粒材料(玻璃球和 Hostun 砂)的颗粒级配相关力学特性进行了研究，重点分析了材料临界状态的级配相关性。建立了颗粒材料不排水剪切强度或者相变状态偏应力的不均匀系数  $C_u$  的指数关系。基于材料剪切过程中二阶功演化分析了材料的不排水不稳定趋势。分析了应力路径、初始孔隙比以及平行级配等因素对颗粒材料临界状态的影响。总结了临界状态线位置与颗粒级配之间的关系，并指出其发展趋势。

(2) DEM 数值分析采用多种加载条件(不同应力路径，不同围压，不同初始孔隙比等)进一步验证了颗粒级配材料的力学响应以及临界状态力学特性的影响。研究了颗粒材料的随级配改变的剪胀剪缩特性和不排水剪切特性。进一步确认了不同应力路径下颗粒材料的临界状态线在  $e-p'$  平面上随颗粒级配状态的移动规律。

(3) 从颗粒细观尺度分析了不同颗粒级配材料的配位数、接触法向、接触力等在剪切过程中的演化规律。总结了临界状态下平均配位数、接触法向、接触力

以及接触各向异性等随颗粒级配的演化规律，建立临界状态下平均配位数与平均应力的级配相关关系。从应力-组构-接触力关系的角度研究了临界状态下不同颗粒级配材料的各向异性发展特征，并由此解释宏观颗粒级配曲线在  $q-p'$  平面上的临界状态线与级配无关的细观机理。

(4) 总结室内实验和数值分析的成果，将颗粒材料的级配相关的临界状态力学特性演化规律植入到弹塑性本构模型中，并从室内成功预测颗粒材料级配相关的力学响应。与已有本构模型<sup>[7]</sup>进行对比，讨论颗粒级配指标在材料临界状态描述上的差异。从中发现了矛盾，据此提出一个新的颗粒级配指标  $I_{gu}$  来更准确地描述材料的级配相关力学行为，并进一步优化本构模型以达到模拟任意颗粒级配材料的力学性能。将该本构模型写进 UMAT 子程序，并基于有限元程序 Abaqus，模拟可破碎和不可破碎地基土中浅基础的承载力问题。

## 1.4 本文创新点

本文主要创新点如下：

(1) 提出了不破碎颗粒材料临界状态参数与颗粒级配的非线性对应关系，揭示了临界状态线位置与斜率随着颗粒级配拓宽而逐渐降低、并在不均匀系数大于 10 以后趋于稳定的变化规律。

(2) 揭示了临界状态下颗粒材料平均配位数随平均有效应力的变化规律，并提出临界状态下颗粒材料细观各向异性发展与围压和级配无关，阐明了临界状态线在  $e-p'$  平面上移动和在  $q-p'$  平面上呈直线的细观机理。

(3) 提出了一个综合现有级配指标  $C_u$  和  $I_G$  优点的颗粒级配新指标  $I_{gu}$ ，通过引入颗粒级配指标  $I_{gu}$  与临界状态的非线性关系，建立了颗粒材料的级配相关弹塑性本构模型，该模型仅考虑临界状态的级配相关性就可描述任意级配颗粒材料的力学行为。

## 第二章 颗粒材料级配相关的力学特性室内试验研究

### 2.1 引言

传统上认为相似初始颗粒级配的颗粒材料在相同的试验条件下应该表现出类似的力学响应。但是对于加载过程中颗粒级配发生变化的情况，这个结论就不一定能成立。研究表明<sup>[35, 115, 126]</sup>可破碎颗粒材料在加载过程中，随着破碎的演化，其颗粒级配不断拓宽，不均匀系数  $C_u$  不断提高。颗粒破碎的过程是材料颗粒级配构形的变化，而这些变化反过来影响了材料的力学特性。

从这个角度出发，采用非破碎材料通过改变其初始级配并保持在加载过程中级配不变来研究级配效应对颗粒材料力学特性的影响，可以定量分析材料破碎过程的力学演化规律。

因此，采用传统室内三轴试验来研究颗粒材料的级配对其力学性能的影响时，选择具有较高强度的材料，制定合适的加载荷载，确保材料在加载过程中的破碎可以忽略，其颗粒级配在整个加载过程中几乎不变。

### 2.2 颗粒形状分析

为了排除或降低颗粒形状因素的干扰，选取了两种形状自相似度很高的材料：人造材料玻璃球和天然砂土 Hostun 砂。材料的颗粒粒径分布范围为 0.08~2 mm。

研究表明颗粒形状与颗粒级配一样能影响材料的临界状态力学特性。为了保证室内实验获得更为准确的颗粒级配对颗粒材料临界状态力学特性的影响分析，必须将材料的颗粒形状的影响因素尽量减少甚至消除。进行实验前首先要检验研究对象的颗粒形状是否具备足够的自相似度。

人工材料玻璃球，由于采用标准化生产，其颗粒形状基本一致且接近圆形。Hostun 砂是由天然的 Hostun 岩块破碎产生，颗粒形状并不能保持完全一致，尤其是不同粒径下的颗粒形状。因此需要对 Hostun 砂进行颗粒形状分析。

首先通过扫描电镜 (Scanning Electron Microscope) 获取了不同粒径下 (0.08~2 mm) Hostun 砂的颗粒形态，见图 2-1a。接着采用图形处理软件获得不同颗粒的

形状参数 $\beta$ <sup>[134, 135]</sup>，并通过统计对比分析其形状相似性，等效于磨圆度的倒数<sup>[97]</sup>。 $\beta$ 值的定义如下：

$$\beta=L_M/L_m \quad (2.1)$$

式中  $L_M$ ,  $L_m$  分别是单颗粒最小外切矩形的长边和短边，如图 2- 1b 所示。

颗粒的图像分析过程主要分为以下两个步骤：利用开源软件 **ImagJ** 对图片进行二值化处理，并自动获取颗粒最小外切矩形的长边值和短边值，然后进行数学统计（ $\beta$ 值的分布）。Biarez 和 Hicher<sup>[16]</sup>，Cho 等<sup>[97]</sup>统计了大量颗粒材料的颗粒磨圆度对材料最大最小孔隙比的影响可以看出，综合他们的研究结果可以看出磨圆度在大于 0.6（也就是 $\beta<1.67$ ）后，磨圆度对材料的最大最小孔隙比影响较小。

图 2- 2 展示了 Hostun 砂形状参数  $\beta$  值的数学统计结果（共 860 颗）。从统计图中可以看出 $\beta$ 值基本上位于 1.0 和 1.4 之间，相应的累积频数超过了 80%，材料具有较高自相似度，可以认为采用此粒径范围内的 Hostun 砂的颗粒形状影响较小。

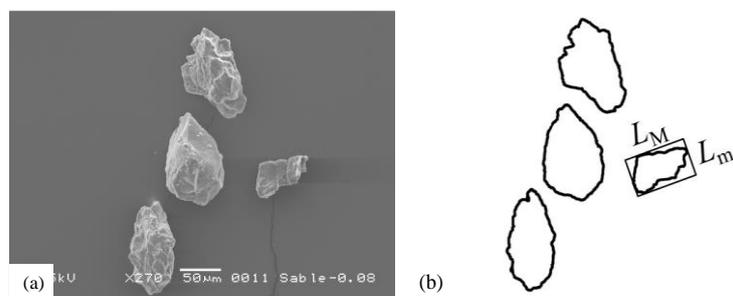


图 2- 1 数字图像处理: (a) 扫描电镜成像; (b) 边界提取

Fig.2- 1 Digital image processing: (a) SEM image; (b) Boundary extraction

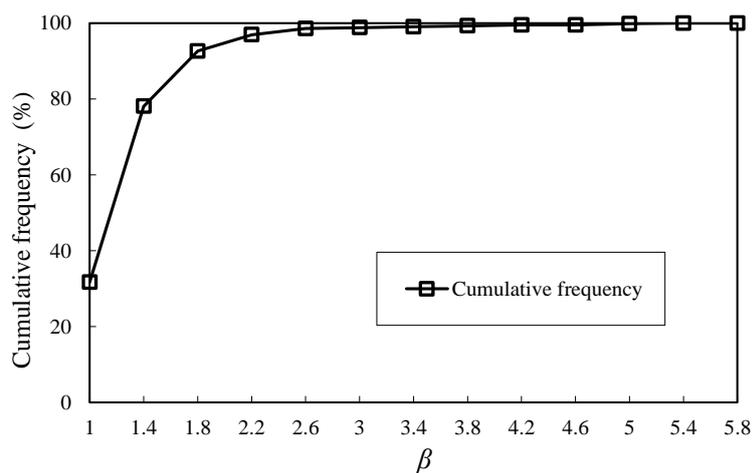


图 2- 2 颗粒形状参数统计直方图

Fig.2- 2 Histogram of the particle analysis

## 2.3 实验过程

### 2.3.1 实验设备

室内实验采用的是标准 GDS 三轴试验系统（见图 2-3）。加载系统是位移控制。轴向位移通过固定在三轴压力室加载活塞的位移来进行测量。量测误差可以通过外置位移计进行对比和修正。试样的体积变化，围压和反压通过植在压力体积控制器里面的传感器量测。为了避免活塞和加载盒之间的摩擦对实验结果造成影响，轴向荷载的大小通过内部传感器记录。

实验过程中没有测量内部孔隙水压力。所有室内实验都以很小的速率进行加载（0.0025 %/s），整个试样的孔隙水压力可以认为是均匀的。

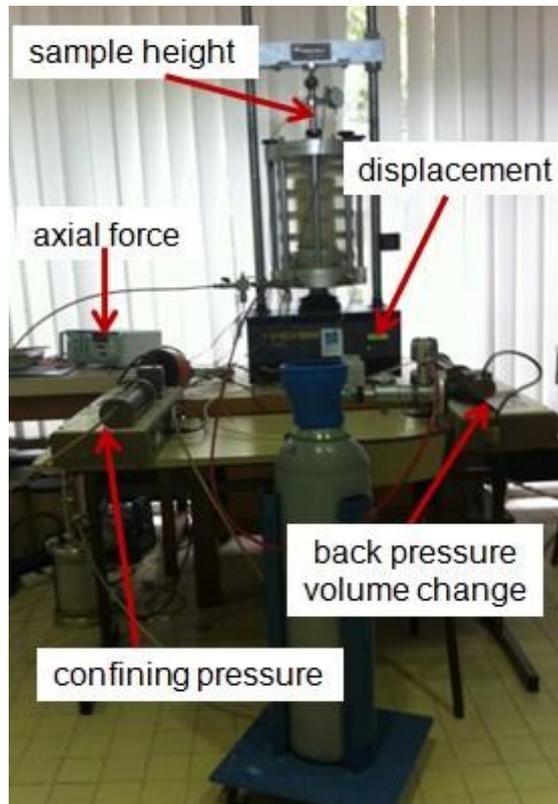


图 2-3 三轴试验设备

Fig.2- 3 Apparatus for triaxial test

## 2.3.2 试样制备

### (1) 制备方法

土体结构包含颗粒尺寸，形状和分布，伴随着不同的颗粒接触空间分布<sup>[75]</sup>。土体的结构性由组构效应，组分以及颗粒间相互作用力组成。不同的试样制备方法会导致不同的试样初始组构，进而可能影响材料的力学性能。

#### 1) 制样方法对砂土力学性能的影响

Ishihara<sup>[91]</sup>对比了不同制样方法对 Toyoura 砂力学性能的影响。试验发现采用湿砂法可以获得最高的初始孔隙比。固结过程中，不同制样方法试样的固结曲线的差别如图 2-4 所示，可以看出采用湿砂法获得的试样在固结前的孔隙比高于该材料的最大孔隙比  $e_{max}$ ；而对于采用干装法和水沉积法制作的试样，其固结前孔隙比小于湿砂法获得的最大孔隙比  $e_{max}$ 。

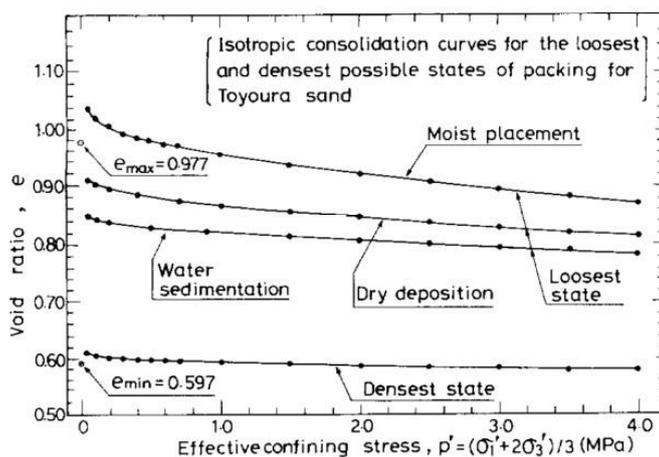


图 2-4 不同制样方法试样的各向同性固结曲线<sup>[91]</sup>

Fig.2-4 Isotropic consolidation of different methods

图 2-5a 展示了湿砂法制备的不同密实度试样的各向同性压缩固结曲线，也包括可能最密实的试样。由图中可以看出，最密实试样固结前的孔隙比稍许大于采用 ASTM/JSSMFE 确定的最小孔隙比  $e_{min}$ 。同时可以看出，可能的最密实试样在固结过程中，其孔隙比的变化较小。

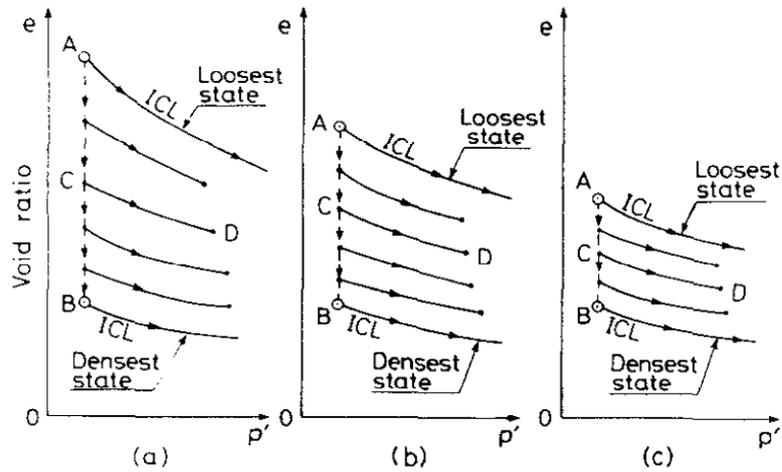


图 2-5 不同制样方法试样的固结特性(a) 湿砂法; (b)干装法 (c)水下沉积法<sup>[91]</sup>

Fig.2- 5 Consolidation characteristics of samples prepared by: (a) moist tamping method; (b) dry deposition method (c) water sedimentation method

Ishihara<sup>[91]</sup>从干装法和水下沉积法制作的最密实试样中获得了相似的固结曲线。他发现不管采用何种试样制备方法，最密实状态的砂土的各向同性压缩固结曲线是确定的，几乎唯一的。对于试样的预期初始状态和孔隙比，可以通过改变砂子沉积过程中的振捣能量来获得。实验表明湿砂法可以制作最大范围的孔隙比的试样，而水下沉积法则反之（见图 2-5）。比较了以上几个砂土试样的制作方法，结合本文研究的课题，采用湿砂法进行制样。

## 2) 湿砂法

湿砂法是实验室内非常通用的重塑砂土制样方法。采用这种方法，可以制作孔隙比很高的试样。采用这种方法可以获得很松散的试样，使得试样即使在很低的围压下剪切也可能出现应变硬化行为。在试样的制作过程中需要添加少量水，形成结构松散的砂土试样。在进行饱和后，通过这种方法获得的砂土试样，其孔隙比可以超过上述标准制成的最大孔隙比  $e_{\max}$ <sup>[91, 136]</sup>。

湿砂法制成的不同颗粒尺寸混合材料体的不均匀性通过用明胶置换孔隙水来进行验证。这种方法不需要使用抽真空就可以处理试样，在试样形成后将其切成片状，通过 CT 可以观察到试样的每一切片中的孔隙比和不同颗粒尺寸的百分比是相近的<sup>[137]</sup>。湿砂法制样的一个局限性是很容易生成不均匀的试样。图 3.5 展示了两个用湿砂法制成的不同试样 ( $C_u=1.4$  和  $C_u=20$ ) 的 X 射线扫描的结果。可以

观察到试样呈现出一定的不均匀性。Mulilis 等<sup>[138]</sup>通过 X 射线扫描发现树脂固化的三轴试验试样自上而下密实度从松散到密实变化。

本文采用细观扫描电镜对试样（直径为 35 mm，高度为 70 mm）的初始细观结构做了一些研究。图 2-6 展示了采用湿砂法制成的试样（ $C_u=1.4$  和  $C_u=20$ ）的切面细观结构，可以很清楚的看到试样并不是完全的均匀。试样  $C_u=1.4$  中存在着较大的孔隙；试样  $C_u=20$  中则是有一些小颗粒集合区域的存在。这些都是采用湿砂法制作的试样的典型细观结构特点。尽管如此，从试样的整体性考虑（本文采用直径为 100 mm，高度为 200 mm 试样，远远大于颗粒组构所形成的空隙），可以认为具有足够的均匀性。特别的，在  $C_u=20$  的试样中并没有发现分层现象。

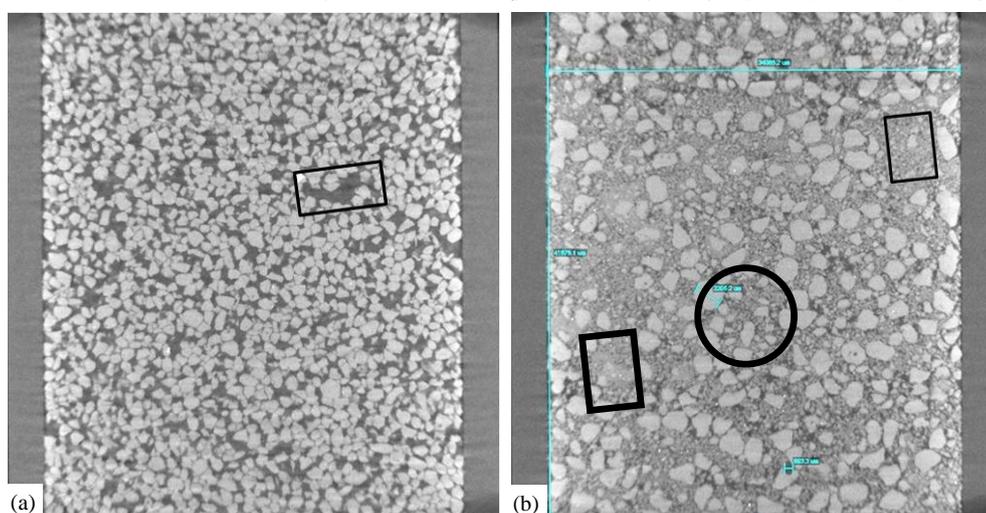


图 2-6 试样的X光扫描结果(a)  $C_u=1.4$ ; (b)  $C_u=20$

Fig.2- 6 X-ray scans results of samples with (a)  $C_u=1.4$ ; (b)  $C_u=20$

湿砂法的主要步骤如下<sup>[91]</sup>：将薄膜拉伸并紧贴在连接实验设备的基座的承模筒的内表面。将 5~6 个预先称重并烘干的等重砂样分别和去气水混合含水量为 5%。用手将每个微湿润小砂样分 5~6 阶段慢慢撒落在承模筒里面，直到指定高度。

在每个阶段，使用小平底锤子轻轻捣平试样表面。由于颗粒间孔隙水的作用效果，潮湿的砂子可以达到很松散的状态，其孔隙比可以远超同种干砂样的最大孔隙比  $e_{max}$ 。

在制样过程中，如果振捣的能量过小，试样处于很松散的状态，在饱和过程中试样的体积剪缩一般较大，试样的直径将减小，很容易引起橡皮膜在竖直方向上产生褶皱。因此，为了获得最松散的试样，振捣能量必须进行调整，使得饱和

过程中试样的体积剪缩量约为 5 %。如果想要制作一个密实度高的试样,那么需要施加更多的振捣能量,例如,通过增加每个撒砂压缩阶段的振捣次数。当试样振捣结束后,将顶盖盖上,并施加 10~20 kPa 的负压,然后在拆卸掉模具。二氧化碳气体将会从试样中排出。之后将试样固结到一个设定的围压。通过振捣过程中不同的压缩能量来控制不同土样的状态,包括孔隙比和围压等。这个方法的一个优点是它的通用性,可以制作孔隙比分布较广的不同试样。采用这种方法制作的试样可以很松散并且在剪切过程中能有明显的剪缩或剪胀效果(取决于试样制作时的孔隙比或者说是相对密实度)。

## (2) 制备过程

### 1) 饱和

当三轴试样被制成后,对其施加负压,然后进行反压饱和。试样的完全饱和对获得准确的饱和砂土力学响应是非常必要的,特别对于非排水剪切试验。真空饱和法的准则和反压饱和的基本信息将在下面阐释。

真空饱和:将压力室放置好并充满水。真空管线连接到试样的底部,将底部排水阀关闭并施加负压(15 kPa)约 10 分钟。接着对试样施加 20~30 kPa 的有效围压,同时通入二氧化碳在通除气水对试样进行饱和处理。

反压饱和:试样中的水压逐渐增加使得试样中的气体慢慢溶解在孔隙水中。这个饱和过程所需要的时间取决于土的类型和试样的尺寸所施加的反压值与所获得的  $B$  系数(Skempton  $B$  参数,  $B=\Delta u/\Delta\sigma_3$ )<sup>[139]</sup>不是线性关系,当施加很高的反压的时候并不能保证试样的饱和度。

### 2) 固结

试样在剪切前先被各向同性固结到设定的有效应力水平,在这一过程中记录固结过程中试样的轴向位移和体积变化。本实验不考虑土的流变效应。因此,在固结完成后,马上进行剪切试验。

### 3) 校正三轴试验数据

a. 面积校正 由于试验过程中试样的水平横截面面积会发生改变,对实验所取得的数据进行面积修正。轴向应力通常是采用试样的水平横截面积来进行计算的。加载过程中,假定试样发生一个桶状变形,沿着试样轴向其水平横截面积是变化的,特别是在试样的腰部位置。因此,获得的轴向应力值也会随着改变<sup>[140]</sup>。通常采用下面的公式(French Standard NF P 94-074)对横截面积进行校正:

$$S = \frac{V_0 - \Delta V_s - \Delta V_i}{H_0 - \Delta H_s - \Delta H_i} \times \left( 1 + \frac{\Delta H_i}{2(H_0 - \Delta H_s)} \right) \quad (3.2)$$

其中  $V_0$  是体积， $H_0$  是试样在初始空压下的高度； $\Delta V_i$  和  $\Delta H_i$  分别是轴向加载过程中的体积和高度的改变量； $\Delta V_s$  和  $\Delta H_s$  分别是固结过程中的体积和高度的改变量。

b. 薄膜嵌入效应是试样四周薄膜两面存在压力差引起的薄膜部分嵌入到试样颗粒孔隙中去的现象。当围压改变的时候，通常进行薄膜嵌入修正来量测试样体积的改变。Been 等<sup>[5]</sup>对 Erksak 砂进行了大量试验来确定最大的薄膜嵌入效应。实验中采用一个 3.7 mm 厚的空心圆柱形试样，内外分别由实心钢圆柱和薄膜组成，并包围在内，见图 2-7。饱和试样高度为 149.3 mm。将试样的围压增加到 12 MPa 并且量测砂土体积的变化。

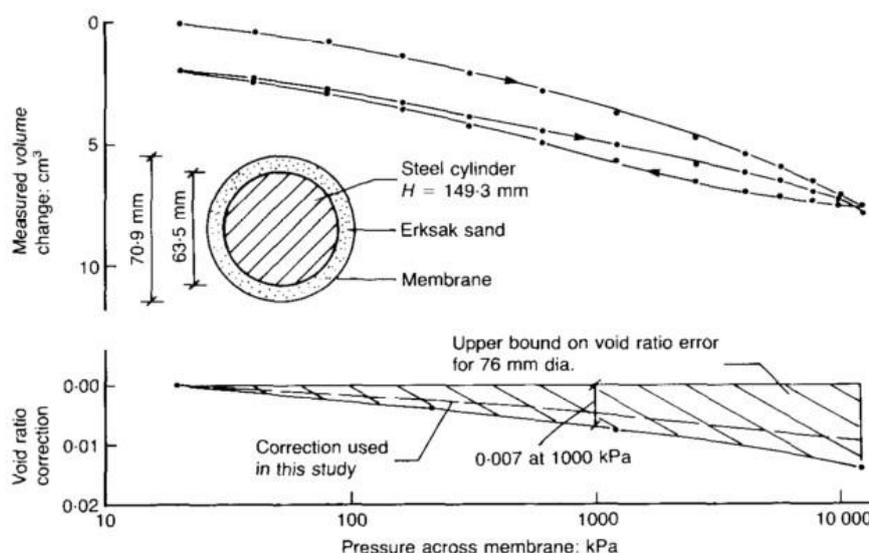


图 2-7 Erksak 砂实验的薄膜嵌入效应；（孔隙误差是通过假定所有体积改变是薄膜嵌入引起的，例如，固结过程孔隙比的变化可以忽略）<sup>[5]</sup>

Fig.2-7 Membrane penetration effects for Erksak sand; (void ratio error is estimated assuming that all volume change is due to membrane effects, i.e. that consolidation is negligible)

图 2-7 展示了由于砂土固结和薄膜嵌入引起的体积变化的量测结果。假定在加载和卸载循环中体积变化可以忽略，如果薄膜嵌入效应也被忽略的话，则量测到的体积变化可以用于计算标准试样尺寸孔隙比量测时的可能误差。而这个误差在 1000 kPa 仅仅约为 0.007。采用 Been 等<sup>[5]</sup>的校正方法，发现在本研究采用的围

压下误差很小。因此本研究忽略薄膜嵌入的影响。

### 2.3.3 颗粒级配和基本物理指标

室内实验研究中进行两个系列方案的实验。第一个系列研究采用两种材料 6 个不同颗粒级配，研究颗粒材料级配对其排水不排水力学特性的影响；第二个系列研究平行级配材料（相同  $C_u$  值材料，不同颗粒粒径）的力学响应特性，比较颗粒尺寸对材料力学性能的影响。室内实验研究所采用的颗粒级配曲线见图 2-8。保持试样的平均粒径  $d_{50}$  相近，不均匀系数  $C_u$  ( $d_{60}/d_{10}$ ) 从 1.1 增加到 20 (图 2-8a)。对于相同不均匀系数的平行级配材料 (图 2-8b)，选择两个不同级配试样进行研究 ( $C_u=1.1, 1.1PL$  以及  $C_u=1.4, 1.4PL$ ，这里 PL 代表着平行级配)。

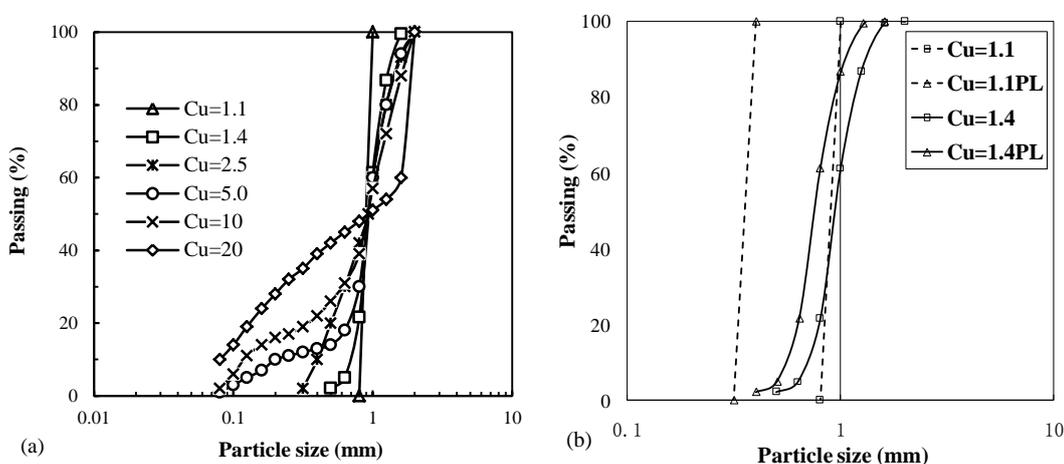


图 2-8 测试材料的颗粒级配曲线(a)不同 $C_u$ 级配曲线(b)相同 $C_u$ 级配曲线

Fig.2- 8 Grain size distribution with (a) different  $C_u$ ; (b) same  $C_u$

实验选择水作为参考物质，采用比重瓶法量测得到 Hostun 砂的比重为  $2.61 \text{ g/cm}^3$ ，玻璃球的比重为  $2.60 \text{ g/cm}^3$ 。

在进行实验前，需确定材料的初始相对密度  $D_r$ ，通过量测材料的  $e_{\max}$  和  $e_{\min}$  来确定。精确测量颗粒材料的最大最小孔隙比是存在一定难度的，因此相对密实度的计算精确度也会受到影响<sup>[171]</sup>。Salgado 等<sup>[160]</sup>指出如果拟定一个精细的方案并且严格实施，最大最小孔隙比的估算是可重复获得的。根据 ASTM D 4253-96 规范量测得到的两种材料的最大最小孔隙比信息分别列于表 2-1 和表 2-2。

材料的最大最小孔隙比 ( $e_{\max}$ ,  $e_{\min}$ ) 和其级配指标  $C_u$  的关系如图 2-9 所示。由图中可以观察到， $e_{\max}$  或  $e_{\min}$  与不均匀系数  $C_u$  的关系均可以采用指数函数的形

式来表达。 $e_{max}$  和  $e_{min}$  的值随着不均匀系数  $C_u$  的增加而降低，并在  $C_u$  高于 10 以后趋于稳定，与 Biarez 和 Hicher<sup>[16]</sup>报道的结论相似。

表 2-1 Hostun 砂的最大和最小孔隙比

Table 2- 1 Maximum and minimum void ratio of Hostun sand

$C_u$	$e_{max}$	$e_{min}$	$C_u$	$e_{max}$	$e_{min}$
1.1	0.901	0.583	10	0.782	0.376
1.4	0.881	0.577	20	0.752	0.348
2.5	0.863	0.473	1.1 PL	0.918	0.592
5	0.834	0.444	1.4 PL	0.878	0.575

表 2-2 玻璃球的最大和最小孔隙比

Table 2- 2 Maximum and minimum void ratio of glass balls

$C_u$	$e_{max}$	$e_{min}$	$C_u$	$e_{max}$	$e_{min}$
1.1	0.790	0.497	5	0.576	0.260
1.4	0.760	0.467	10	0.511	0.218
2.5	0.686	0.330	20	0.432	0.160

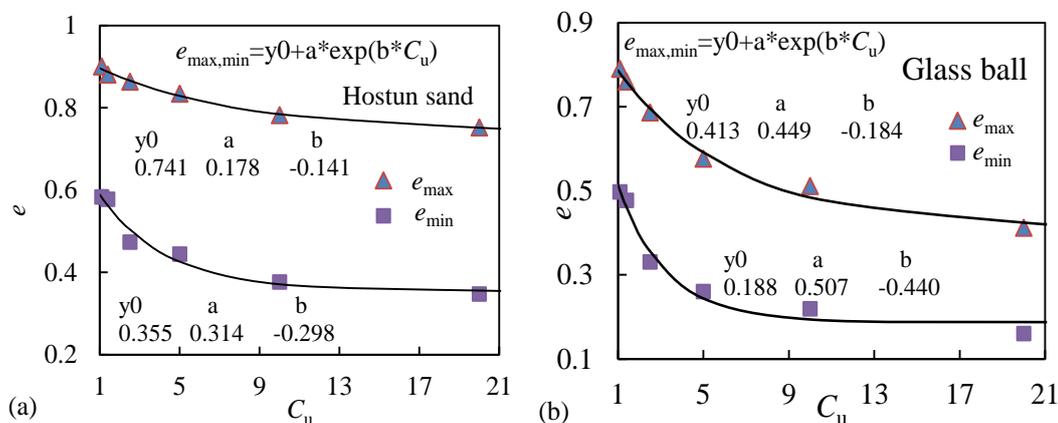


图 2-9 材料最大最小孔隙比与其不均匀系数的关系(a)Hostun 砂(b) 玻璃球

Fig.2- 9 Relation of maximum/minimum void ratio and coefficient of uniformity: (a)Hostun sand (b) glass ball

### 2.3.1 加载方案和材料的破碎评估

#### (1) 加载方案

对于每个级配下的材料进行三个不同围压下(100 kPa, 200 kPa 和 400 kPa)的排水和不排水三轴剪切试验。对于每个级配下的材料进行三个不同围压下(100 kPa, 200 kPa 和 400 kPa)的排水三轴剪切试验。

#### (2) 破碎评估

实验数据表明颗粒破碎量受到围压和颗粒级配的影响：在较高的围压下，颗粒更加容易产生破碎<sup>[141]</sup>，而且试样的不均匀系数  $C_u$  越小，颗粒越倾向发生颗粒破碎<sup>[142]</sup>。基于这些研究结果，实验中  $C_u=1.1$  的试样在高围压 ( $p_0'=400$  kPa) 下更加可能在加载过程中产生破碎。本研究采用颗粒破碎指标  $B_g$ <sup>[37]</sup>来分析颗粒的破碎比。通过分析加载前后初始级配和当前级配中颗粒尺寸含量的相对差别来计算  $B_g$ 。本实验测得的玻璃球的  $B_g$  几乎为 0%，而 Hostun 砂大概在 1.15%。这个破碎率与 Daouadji 和 Hicher<sup>[143]</sup>的研究结果相似。这个破碎量相对于钙质砂 ( $B_g>20\%$ )<sup>[35]</sup>是相当小的。

为了减少甚至消除颗粒破碎引起的级配的变化，本文室内实验研究中采用的平均有效应力均低于 1000 kPa。因此，可以认为本文所采用的材料在应用的围压范围内产生的破碎忽略不计。

### 2.3.2 玻璃球实验数据的粘滑现象及处理

通常情况下，颗粒材料如砂土，在单向轴向压缩实验中能得到较为平滑的力学响应曲线而不受变形速率的影响。从玻璃球的三轴压缩实验中得到的应力应变曲线并不平滑，呈现出一定的“粘滑”现象，见图 2-10。早在 1929 年 Wells 就发现了这一个现象<sup>[144]</sup>，颗粒材料的粘滑现象指的是接触面上有规律的不平稳运动。图 2-10 对比了 Hostun 砂和玻璃球在不同围压和不同级配下的三轴排水剪切响应。较之 Hostun 砂的应力应变曲线，玻璃球的实验曲线表现出一定程度的粘滑现象，并且该现象随着围压增大而增强，随着样不均匀系数的增大而有所减弱。

对于玻璃球，粘滑现象同样也存在于不排水实验中，如图 2-11。粘滑现象的存在引起了实验数据的波动，从而影响了实验的分析结果，特别是对临界状态的

分析。为了获得相对稳定的数据趋势，可以通过合理的数学方法对波动的实验数据（或者说噪点）进行整理。本文中，采用 10 点移动平均法对玻璃球的实验结果进行平滑处理。图 2-12 展示了这个处理效果。由于应用移动平均技术处理后，测试的数据变得平滑，但是没有改变的应力—应变关系的基本趋势。本研究中，采用 10 点移动平均处理所有玻璃球的测试数据来获得临界状态等相关数据点。

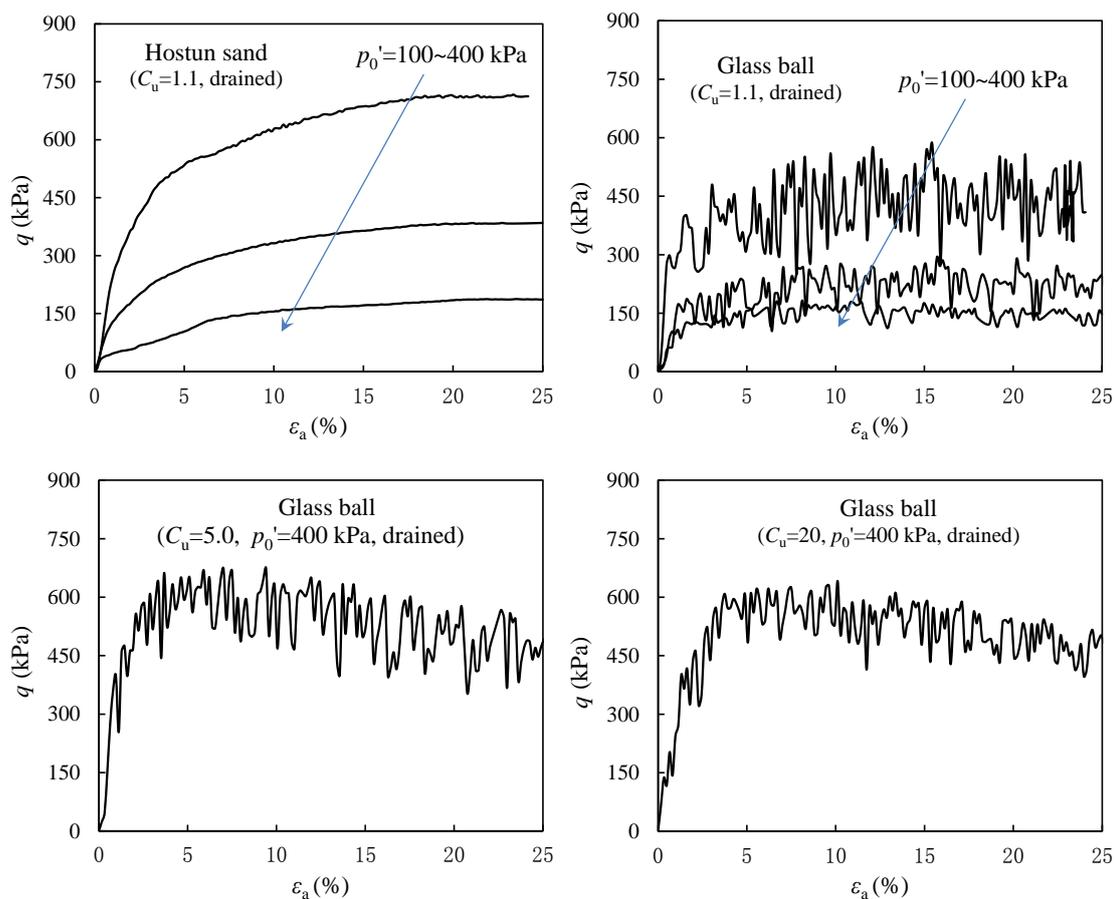


图 2-10 Hostun砂和玻璃球的三轴排水试验结果

Fig.2-10 Drained behaviors obtained from Hostun sand and glass balls

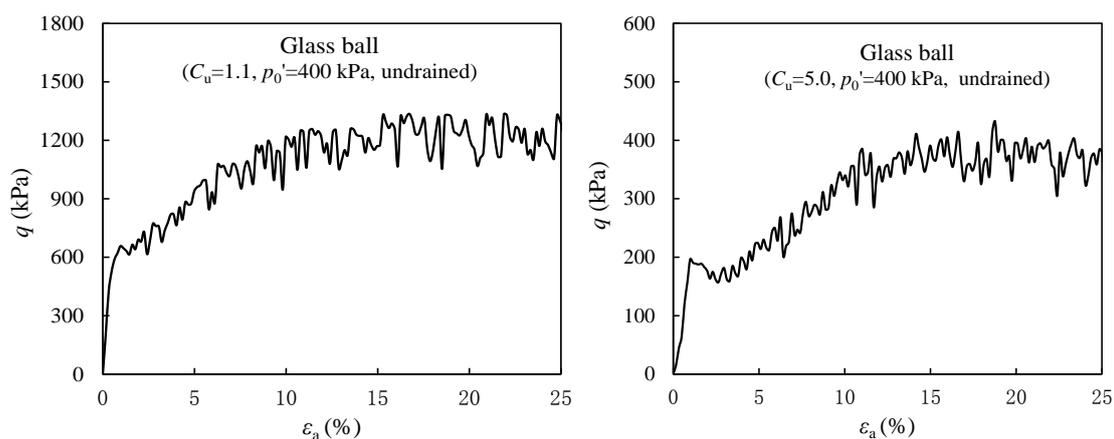


图 2-11 玻璃球的不排水剪切特性

Fig.2- 11 Undrained behaviors obtained from glass balls

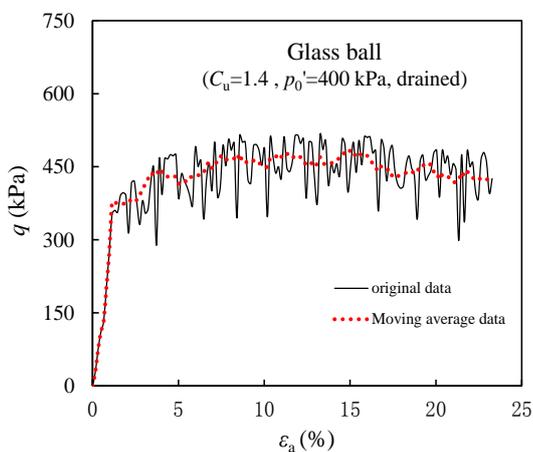


图 2-12 玻璃球实验数据处理

Fig.2- 12 Treatment of test data of glass balls

## 2.4 实验结果分析

### 2.4.1 各向同性压缩固结特性

图 2-13 展示了不同松散程度试样各向同性固结曲线。对于非常松散的试样，固结曲线的开始部分数据波动比较厉害，随着围压的增加，数据波动逐渐减小。各向同性固结曲线的位置随着试样初始孔隙比的变化而变化。

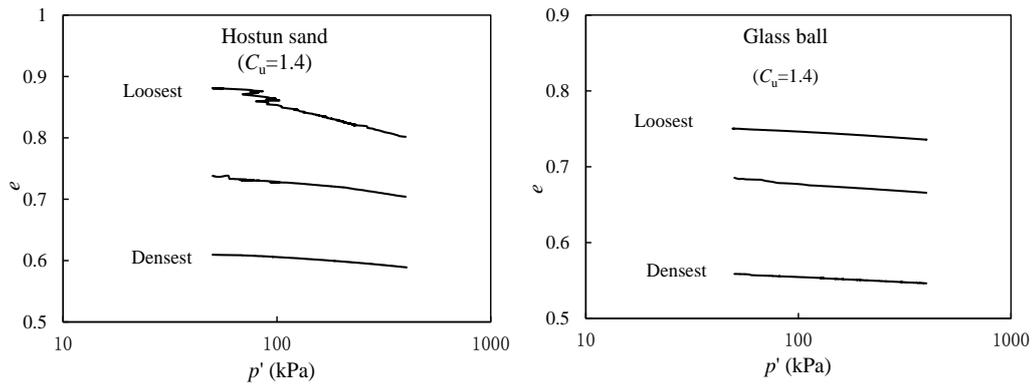


图 2-13 不同密实度试样的各向同性压缩固结曲线

Fig.2- 13 Isotropic consolidation curves of samples with different densities

图 2-14 展示了最松散程度下不同颗粒级配试样的各向同性压缩曲线。由于试样非常松散，固结初始阶段数据波动比较明显，随着围压的增加，波动逐渐减小。随着颗粒级配的拓宽，各个试样的各向同性固结曲线不断下移。相同材料下不同颗粒级配试样的固结曲线的斜率相近；Hostun 砂固结曲线的斜率较之玻璃球的大。

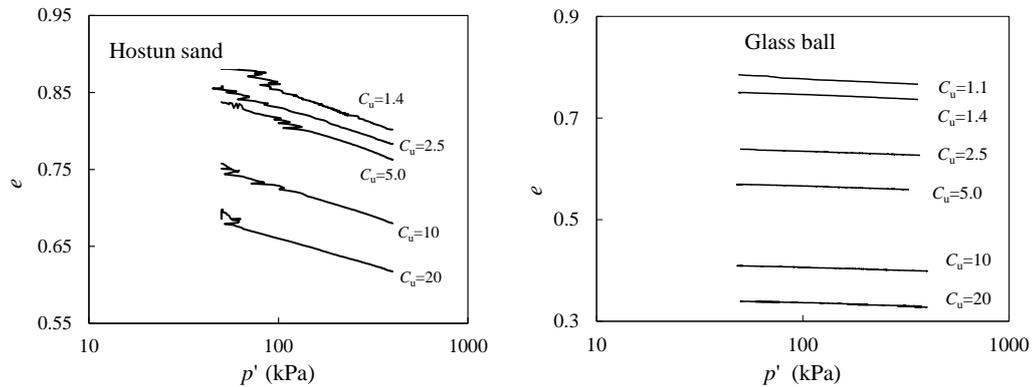


图 2-14 不同颗粒级配试样的各向同性压缩固结曲线(a) Hostun 砂 (b) 玻璃球

Fig.2- 14 Isotropic consolidation curves of samples with different  $C_u$  (a) Hostun sand; (b) glass balls

### 2.4.2 颗粒级配对颗粒材料应力应变响应的影响

为了研究级配对颗粒材料力学性能的影响，对不同级配试样在相同有效围压下展开了三轴排水/不排水剪切试验。

#### (1) 排水剪切特性

图 2-15 给出了不同级配试样在排水剪切条件下的应力-应变响应。为了降低

初始孔隙比（或初始相对密度）对材料应力—应变行为的影响，要求所有的试样均要具有相同的初始相对密度（ $D_r$ ）。然而，这在实践中是难以实现的，特别是对于松散试样的情况。

从图 2-15 可以看出，在剪切到较大应变水平后（轴向应变高于 25%），所有试样的应力应变曲线都达到了一个稳定状态，即所谓的临界状态；在临界状态下，偏应力保持不变，不受颗粒级配因素的影响。对于玻璃球的实验结果（图 2-15cd），经过移动平均处理后的数据整体趋势可以得出所有玻璃球试样也达到临界状态。

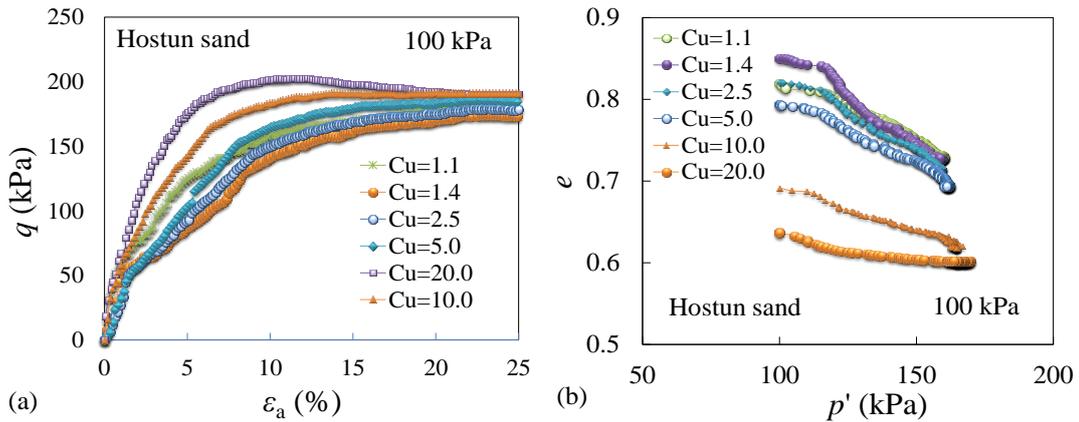


图 2-15 不同颗粒级配 Hostun 砂的排水应力应变响应 (a)  $q-\varepsilon_a$  (b)  $e-p'$

Fig.2-15 Drained stress-strain responses of Hostun sand with different gradings (a)  $q-\varepsilon_a$  (b)  $e-p'$

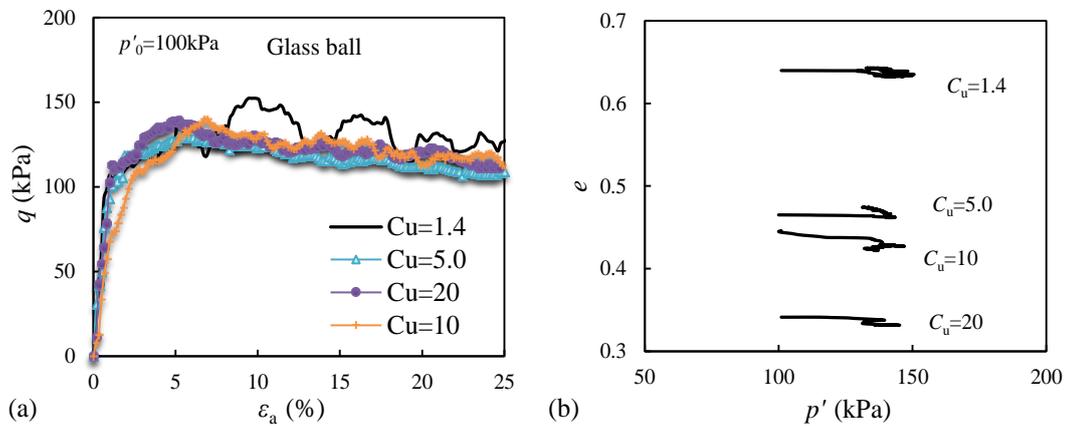


图 2-16 不同颗粒级配玻璃球的排水应力应变响应 (a)  $q-\varepsilon_a$  (b)  $e-p'$

Fig.2-16 Drained stress-strain responses of glass ball with different gradings (a)  $q-\varepsilon_a$  (b)  $e-p'$

## (2) 不排水剪切特性

岩土工程中，很多构筑物失稳都是由于砂土液化造成的，引起了许多专家学

者们的高度重视并被广泛研究<sup>[145]</sup>。研究者<sup>[146-148]</sup>通过试验归纳得到影响砂土液化势的因素：砂土的相对密实度，有效围压，施加的循环应力比，试样制备技术（初始组构），循环剪切荷载类型和频率，固结比，饱和度，应力历史以及试验过程等。其中颗粒级配也被认为是影响砂土抗液化强度的很重要的一个因素。

为了比较不同颗粒级配下砂土的抗液化强度，Yilmaz 等<sup>[149]</sup>将一些影响因素如相对密实度，颗粒形状，矿物成分以及有效围压等保持常量，仅改变试样的颗粒级配进行实验。实验结果表明颗粒级配确实影响试样的抗液化强度，但是级配参数不均匀系数  $C_u$  或者曲率系数  $C_c$  与抗液化强度之间没有明确的关系，见图 2-17。

Igwe 等<sup>[118]</sup>构造了三种不同级配的硅质砂试样，良好级配砂（WG），中等级配砂（ING）和差级配砂（NAG），研究颗粒级配对砂土抗静态液化强度的影响。实验结果表明，对于不同级配的松试样，在相同围压和相对密实度下的非排水响应表现为纯剪缩。剪切强度峰值在较小的剪切应变下到达，随后迅速降低直到临界状态。良好级配砂土较之级配不良砂土具有更高的静态抗液化强度。

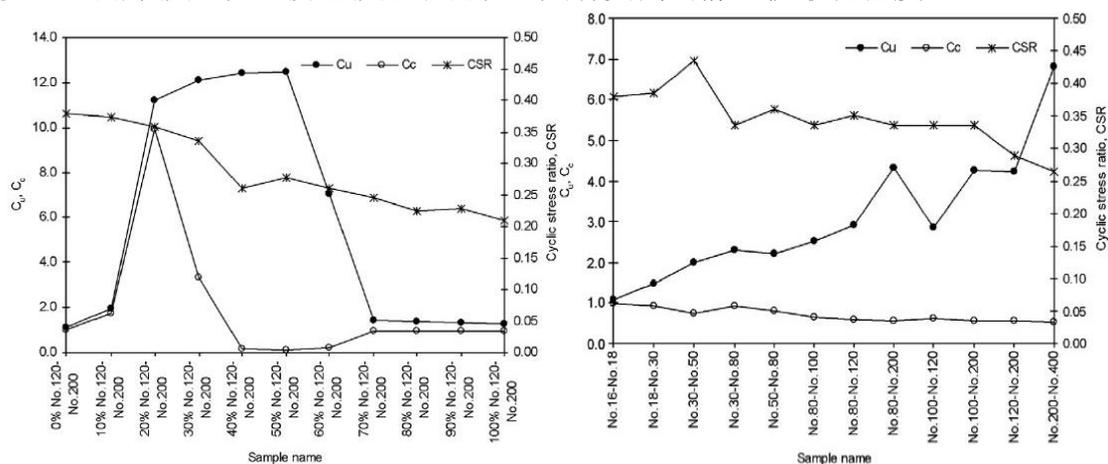


图 2-17 循环剪切抗液化强度和颗粒级配参数的关系<sup>[149]</sup>

Fig.2-17 Relationship of cyclic liquefaction resistance and GSD characteristics ( $C_u$ ,  $C_c$ )

### 1) 不排水抗剪强度

Vaid 等<sup>[89]</sup>研究了不同颗粒级配对砂土抗液化强度的影响。采用三个颗粒级配分布的中密砂，相同的平均粒径和矿物成分不同的不均匀系数( $C_u=1.5, 3.0$  和  $6.0$ )。在相同低相对密实度的情况下，差级配砂土比良好级配砂土具有更低的循环抗剪强度。实验表明在一定相对密实度范围内，从最松散的状态到相对密实度约 43%，差级配土表现为剪缩性，而良好级配土则不是。基于此，他们得出颗粒级配可能

可以控制剪缩行为的出现，以及在相对低的相对密实度下出现的流动破坏。

通过上述分析可知砂土的颗粒级配确实对材料的不排水抗剪强度有明显的影  
响。为了能更好的突出颗粒级配这个影响因素对颗粒材料不排水剪切特性的影响，  
本文针对所研究的两种材料，玻璃球和 Hostun 砂，制作了中等密实的不排水试验  
用样。首先，根据目标相对密实度  $D_r=(e_{max}-e)/(e_{max}-e_{min})=42\%$  估算好所需要的干颗  
粒的质量，并对试样进行分层制作，每一层颗粒放置好后，都有一些压实能传递  
到底下层。因此，不仅仅是上层材料被放置好，下层材料也同时可能被压实了。  
考虑到这一点，试样中分层制样，自底部向上，每一层的相对密实度递增。例如，  
假设事先设定好目标密实度为 42%，分 5 层制作，每层材料的相对密实度分别为  
40%、41%、42%、43%和 44%<sup>[150]</sup>。值得注意的是，本实验研究中，试样的初  
始孔隙比  $e_0$  采用传统的量测方法（测量试样高度，直径，质量和比重），与含水量  
法<sup>[14]</sup>所获得的孔隙值存在 5~10% 的差异。

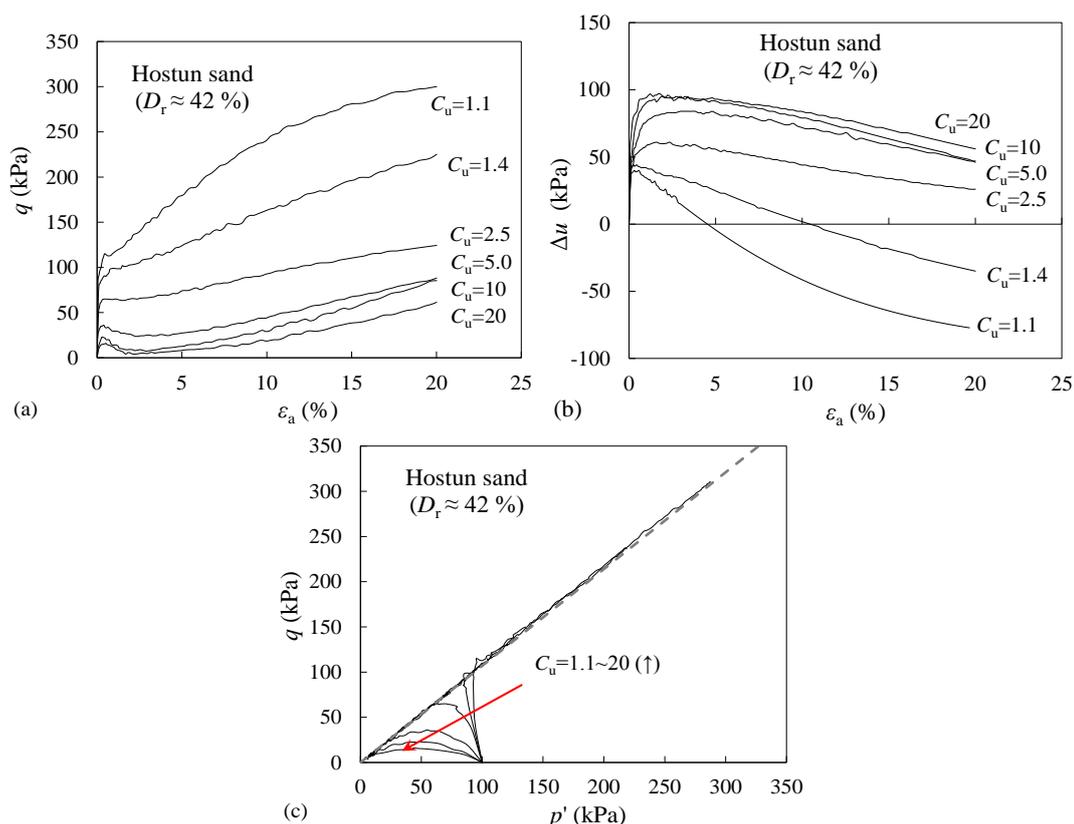


图 2-18 不同颗粒级配Hostun砂试样的不排水响应:(a)  $q-\varepsilon_a$  (b)  $e-\varepsilon_a$  (c)  $q-p'$

Fig.2- 18 Undrained stress-strain responses of Hostun sand specimens with different gradings: (a)  $q-\varepsilon_a$  (b)  $e-\varepsilon_a$  (c)  $q-p'$

图 2- 18 展示了不同颗粒级配 Hostun 砂试样在 100 kPa 有效围压下的不排水单向三轴压缩试验结果。试样的抗静态液化能力随着材料的不均匀系数的提高而降低。这种降低可能是随着试样不均匀性递增，小颗粒含量的逐步增多从而导致同一相对密实度的材料的压缩性增强，进而引起试样中超孔隙水压力的增加并导致其不排水抗剪强度的降低。

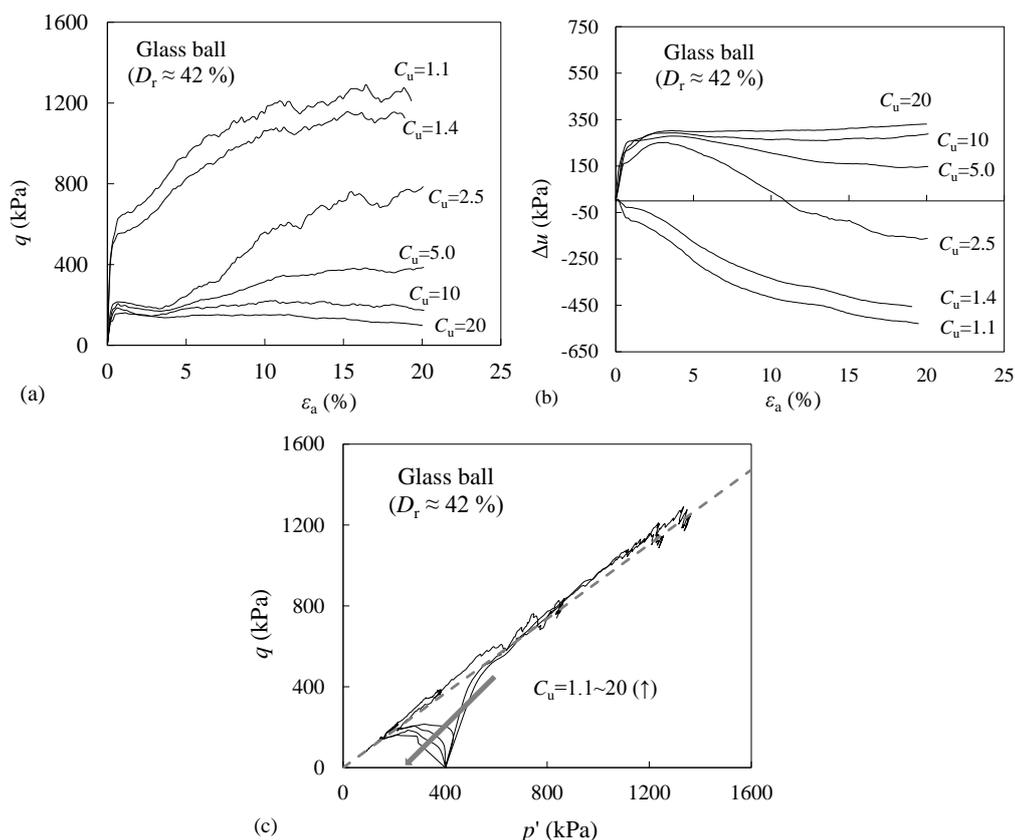


图 2- 19 不同颗粒级配玻璃球试样的应力应变响应: (a)  $q-\varepsilon_a$  (b)  $e-\varepsilon_a$  (c)  $q-p'$

Fig.2- 19 Undrained stress-strain responses of glass balls specimens with different gradings: (a)  $q-\varepsilon_a$  (b)  $e-\varepsilon_a$  (c)  $q-p'$

事实上，外部荷载是通过力链在整个颗粒体系中传递的。对于单一直径的颗粒材料，在连续加载的过程中，力链的破坏和重建不会造成重大的结构重组；而对于不同颗粒大小材料，在剪切过程中不同颗粒位置之间的重组更为明显，导致初始较为松散的颗粒体系有更高的压缩性。

如图 2- 18b 所示，试样的平均有效应力在加载的初始阶段出现明显的减小，这是由于试样中孔隙水压力有较大的增长引起的。这种孔隙水压力的增加可以高到足以导致出现所谓的静态液化现象（这种现象更容易发生在高  $C_u$  值材料）。试

样的偏应力先减小后增加，然而这种偏应力减小只是暂时的（见图 2-18c），当达到特征状态（或相变状态）时就停止减小；然后在加载的第二阶段，孔隙水压力不断减小，应力路径沿着特征线一路上升，逐步趋近于临界状态。

玻璃球的三轴不排水剪切试验中也出现了与 Hostun 砂类似的演化趋势，如图 2-19 所示。对于玻璃球，在较低的初始围压下（例如  $p_0' = 100$  kPa），粘滑现象会非常明显进而产生大量的噪点数据；噪点数据对数据的分析会产生明显的影响。实践中发现增加围压可以降低粘滑现象，因此本研究所有的玻璃球试样均在较高的围压应力（ $p_0' = 400$  kPa）下加载。

本文定义不排水抗剪强度  $q_s$  为对应轴向应变 20% 时的偏应力（ $q_{20\%}$ ）。对于玻璃球试验（图 2-19a），轴向应变达到 20% 时所有试样的应力水平基本达到稳定的状态。而 Hostun 砂试验（图 2-18a），偏应力仍然在增加，直到加载结束，因此不能认为对应轴向应变为 20% 时的抗剪强度值为最大的不排水抗剪强度。

尽管如此，为了研究颗粒级配（ $C_u$ ）对粒状材料不排水剪切强度的影响，将不同级配试样的不排水抗剪强度  $q_{20\%}$  和相对应的颗粒级配指标  $C_u$  绘制在一起。实验中为了减少玻璃球试验数据的波动性以及减少 Hostun 砂受到较大剪应力而产生破碎的影响，本文仅仅选用了两种围压下材料的不排水响应结果。通过将不排水抗剪强度对围压进行无量纲化处理，以排除围压的干扰，如图 2-20 所示。图中两种材料的不排水抗剪强度  $q_s$  均随着材料不均匀系数  $C_u$  的增加而降低，当不均匀系数  $C_u$  高于 5 后呈现出趋稳势态。

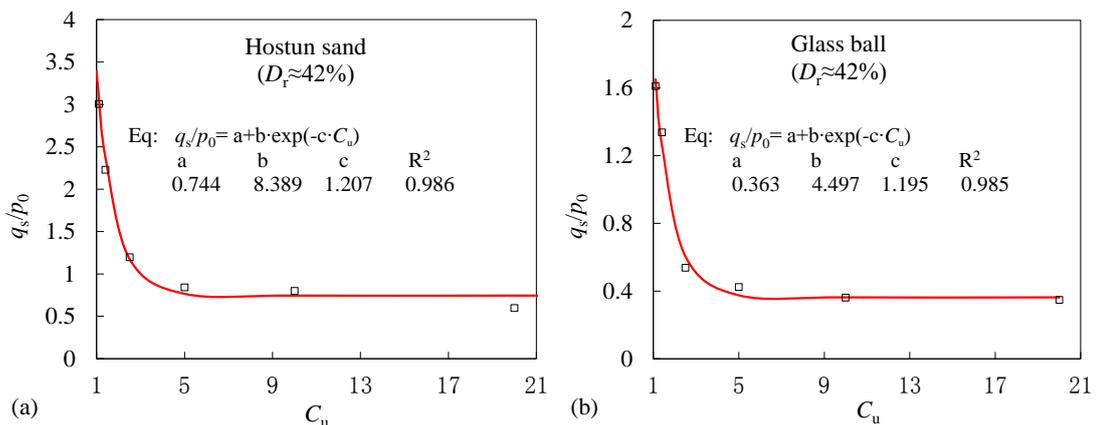


图 2-20 材料剪切强度和  $C_u$  之间的关系 (a) Hostun 砂 (b) 玻璃球

Fig.2- 20 Relationship between shear strength and  $C_u$ : (a) Hostun sand; (b) glass balls

## 2) 相变状态

当颗粒材料在不排水剪切条件下，通常容易出现所谓的相变状态<sup>[151]</sup>或特征状态<sup>[152]</sup>，对应于颗粒骨架的压缩和膨胀行为的过渡状态。对于本文研究的两种材料，可以发现材料的颗粒级配对其不排水相变状态的偏应力值影响是显著的，如图 2-18 和图 2-19 所示。选取偏应力曲线中第一个转折点（对应孔隙水压力增长趋势的转折点）作为相变状态偏应力值  $q_{pt}$  并与材料的不均匀系数  $C_u$  绘制在一起，并且同样采用无量纲化处理，如图 2-21 所示。图中相变状态偏应力  $q_{pt}$  随着材料不均匀系数  $C_u$  的增加而降低。两者之间可以用指数关系来描述；通过拟合数据可见当材料的不均匀系数  $C_u$  高于 10 的时候，可以观察到相变状态偏应力  $q_{pt}$  趋于稳定。

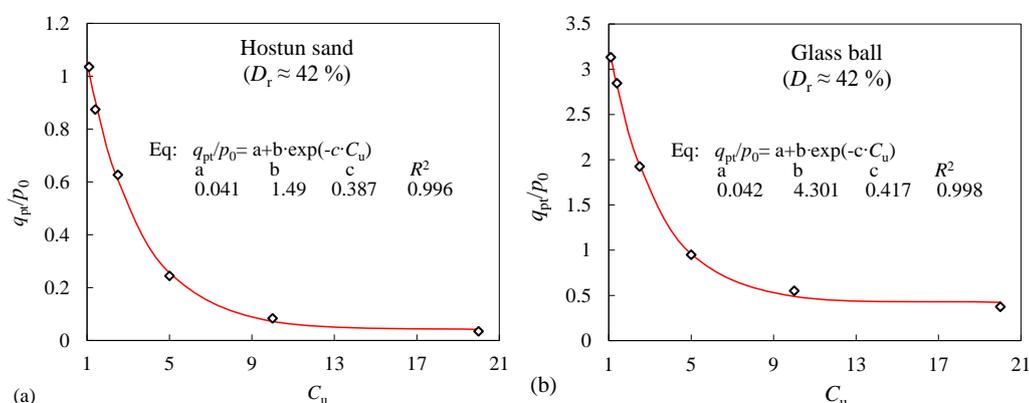


图 2-21 相变偏应力和  $C_u$  的关系: (a) Hostun 砂; (b) 玻璃球

Fig.2- 21 Relationship between phase transformation state deviatoric stress and  $C_u$ : (a) Hostun sand; (b) glass balls

### 3) 不排水失稳判断

为了探讨不排水条件下粒状材料的失稳依据，计算不同级配试样的二阶功并进行分析。根据文献<sup>[153]</sup>，如果二阶功严格是正值的情况下，能够保证材料的稳定状态；否则，当它趋于 0 或变为负值，会有潜在的材料不稳定性。常规轴对称三轴试验的二阶功可以表示为：

$$d^2w = dp'd\varepsilon_v + dqd\varepsilon_d \quad (2.2)$$

三轴不排水剪切条件下，体积的应变增量  $d\varepsilon_v = 0$  和偏应变增量  $d\varepsilon_d = d\varepsilon_a$ ， $\varepsilon_a$  为轴向应变。二阶功的表达式可以简化为  $d^2w = dqd\varepsilon_a$ 。随着剪切的进行，轴向应变不断地增加，所以当且仅当  $dq \leq 0$  时，二阶功为非负（即，偏应力  $q$  在减小）。

如图 2-22 所示, 随着试样不均匀系数  $C_u$  的增加, 在较小轴向应变范围内部分试样的二阶功出现负值。例如, 对于较高  $C_u$  值的试样 ( $C_u=2.5, 5.0, 10, 20$ ), 在偏应力达到第一个峰值后二阶功变为负值, 而对于具有较低  $C_u$  值的试样 ( $C_u=1.1, 1.4$ ) 其二阶功始终保持为正值。这些结果表明, 对同一相对密实度下, 拥有较宽级配的颗粒材料其出现静态液化的可能性越高。

需要说明本文的一个局限是没有对粒状材料的稳定状态进行讨论。对于 Hostun 砂, 由于常规实验设备的限制, 不排水试验没有剪切到出现稳定状态的应变水平; 而对于玻璃球, 由于存在粘滑现象以及围压过大会引起颗粒破碎改变原始颗粒级配, 只进行了围压为 400 kPa 的不排水剪切试验, 所以这两种材料的稳定状态在本文中并没有进行讨论。

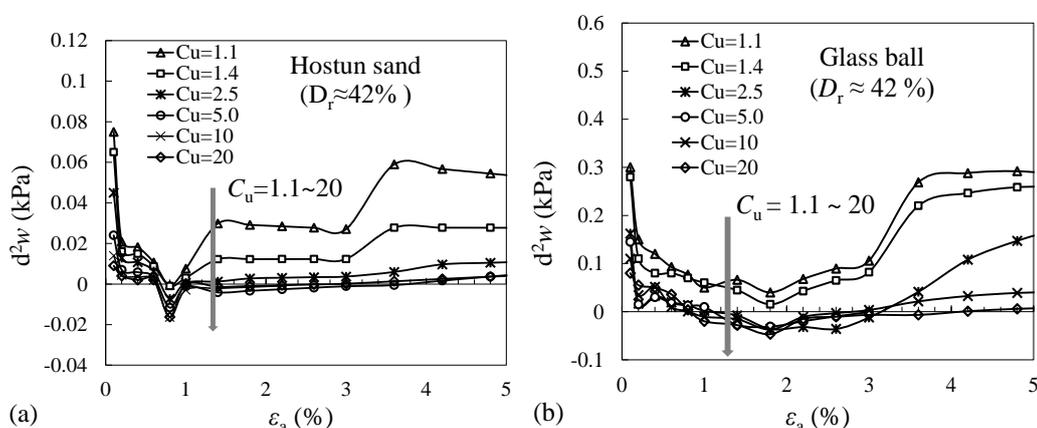


图 2-22 不排水试验的二阶功的演变规律: (a) Hostun 砂; (b) 玻璃球

Fig.2- 22 Evolution of second-order work in undrained testing: (a) Hostun sand; (b) glass balls

### 2.4.3 颗粒材料临界状态影响因素评估

为了研究不同颗粒级配材料的临界状态, 每一个三轴试验都尽可能地剪切到设备能达到的最大轴向应变值, 通常在 20~30 %。然而不是每个试样都能剪切到临界状态, 有些试样在加载到试验结束前就出现了应变局部化 (土体破坏时其变形集中于某局部狭窄的现象称为应变局部化, 而这个狭窄区域又称为剪切带)。

研究者发现松砂试样剪切至破坏会伴随着一个对称鼓胀的过程, 而在密砂试样中则可能迅速发展出一个明显的破裂面<sup>[154]</sup>, 如图 2-23 所示。可见对于密砂试样更容易出现应变局部化现象。粒状土材料中的应变局部化现象实际上是非常普遍的。颗粒材料的强度特性受到应变局部化发展的高度影响, 特别是当剪切到大

应变下出现明显剪切带材料发生破坏时，材料的整体力学性能没能发挥出来。

Biarez 和 Hicher<sup>[81]</sup>指出这样的剪切带现象，容易将应变局部化和临界状态混淆。他们采用砂土进行三轴剪切试验，展示大变形情况下典型的局部化现象，如图 2-24 所示。当应变局部化发生的时候，在  $e-\varepsilon_1$  平面上出现孔隙比陡增，而在  $q-\varepsilon_1$  平面上则出现偏应力剧降，相应的  $e-\log p'$  平面上的曲线不能达到临界状态线。当应变局部化出现的时候，试样不再是均匀的；实验结果也不能再用于采用连续介质假设的材料力学特性的分析。

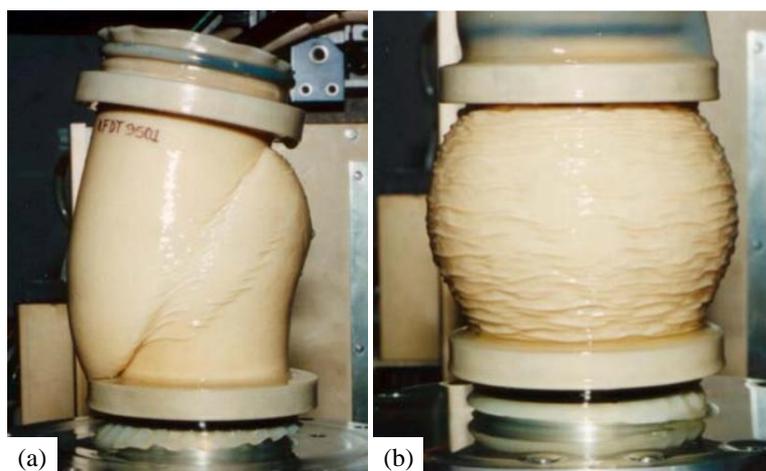


图 2-23 不同剪切破坏模式(a)密砂(b)松砂<sup>[154]</sup>

Fig.2- 23 Different failure models for (a) dense sand; (b) loose sand

因此在研究颗粒材料临界状态的时候，要排除应变局部化的影响。对于本文进行的三轴试验中出现剪切带的试验结果均不用于分析材料的临界状态。图 2-25 展示了不同排水剪切条件下出现的应变局部化现象。试样还没有加载到出现临界状态已经破坏，出现明显的剪切带；这种情况下的试验结果不能用于分析材料的临界状态力学特性。

在强烈剪切下试样局部区域产生应变局部化是在土工试验中是非常常见的现象。尽管应变局部化现象在很早前已经在岩土工程实践和室内试验中观察到，其形成机理至今还并不十分明确。Viggiani 等<sup>[155]</sup>指出材料的颗粒级配对局部化特性的影响非常明显，但是应变局部化和材料的颗粒级配（不均匀系数或者其它描述颗粒级配的方式）没有一个直接关系。

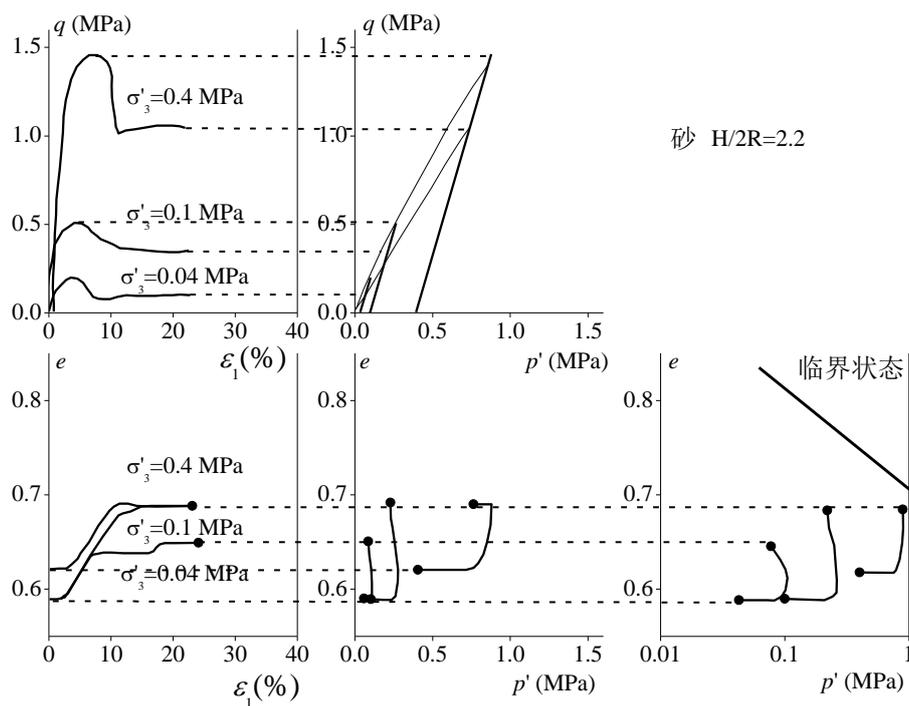


图 2-24 砂土排水试验中的应变局部化现象<sup>[81]</sup>

Fig.2- 24 Localization drained triaxial tests for sand



图 2-25 砂土试样的应变局部化(a) 排水实验结果; (b) 不排水实验结果

Fig.2- 25 Localization of sand specimens (a) in drained test; (b) in undrained test

在本文实验研究中,发现较低不均匀系数  $C_u$  和低相对密实度的试样更容易剪切到临界状态。本文用于分析的数据都是满足临界状态的定义。

图 2-26 展示了一个典型的没有达到临界状态的试样的不排水力学响应。材

料的偏应力随着剪切应变的增大而一直增大，孔隙水压力一直减小，没有出现稳定的趋势。对此，一些研究者<sup>[86, 156]</sup>选择了准稳定状态作为稳定状态的一个保守估计，然而这个和临界状态的定义并不一致。准稳定状态更加类似于 Ishihara 等<sup>[151]</sup>所指出的相变状态。临界状态定义为材料在应力不变的情况下发生连续形变而体积应变保持不变的状态。因此本文认为不能采用准稳定状态作为临界状态。对于没有出现稳定状态的不排水实验结果也不列入本文临界状态的研究。

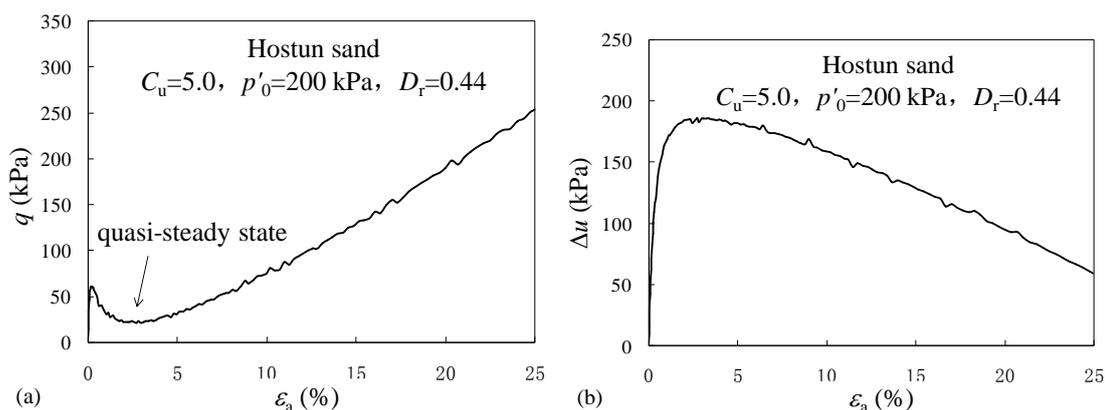


图 2-26 没有明显稳定趋势: (a) 偏应力对轴向应变 (b) 孔隙水压力对轴向应变

Fig.2- 26 No obvious signs of stabilization: (a) deviatoric stress versus axial strain (b) pore pressure versus axial strain

### (1) 相对密实度

颗粒材料的相对密实度反映了内部颗粒拼装的密实程度，其大小会直接影响材料的力学性能。本文在恒定围压下制作三种不同松紧程度的试样，非常松散 ( $D_r=11\%$ )，中等密实 ( $D_r=43\%$ ) 和紧密 ( $D_r=73\%$ )，以研究相对密实度 (初始孔隙比) 对材料临界状态的影响。试样 ( $C_u=1.4$ ,  $p_0'=100$  kPa) 的三轴排水压缩剪切响应见图 2-27。

三个试样的峰值抗剪强度随着相对密实度的降低而降低，如图 2-27a 所示，然而对于临界状态偏应力水平则没有影响；同样可以在图 2-27b 中发现临界状态下三种不同相对密实度材料在相同围压下都达到相同的临界状态点 (相同临界状态孔隙比和临界状态平均有效应力)。在临界状态下，不同相对密实度材料的剪胀剪缩特性趋于稳定，材料的体积应变不再发生变化，随着相对相对密实度的降低，剪胀特性逐渐减小甚至剪胀方向转变 (对应  $D_r=73\%$  试样为剪胀特性，对应  $D_r=11\%$

试样为剪缩特性), 见图 2-27c。剪切最终状态下的临界应力比是与材料的初始相对密实度无关的。

可见排水剪切条件下, 松散的试样表现出剪缩特性和应变硬化行为, 而密实试样则是展示了应变软化特性伴随着整体剪胀。但是相同级配颗粒材料的临界状态力学特性不受试样相对密实度的影响。

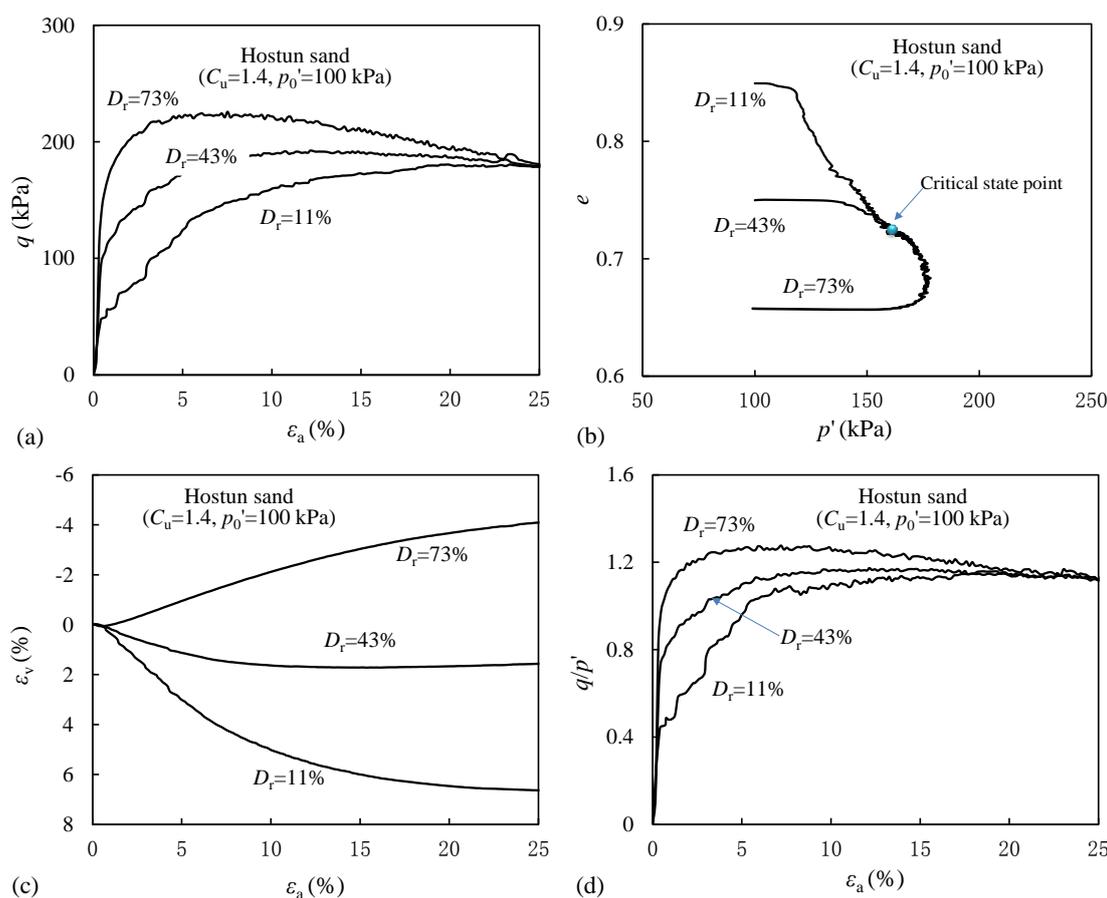


图 2-27 不同初始孔隙比试样的排水力学响应(a) 偏应力对轴向应变 (b) 孔隙比对平均有效应力(c) 体积应变对轴向应变 (d) 应力比对轴向应变

Fig.2- 27 Drained mechanical response of specimen with different  $e_0$  (a) deviatoric stress vs axial strain; (b) void ratio versus mean effective stress; (c) volumetric strain versus axial strain; (d) stress ratio versus axial strain

图 2-28 展示了三个不同初始密实度的各向同性压缩饱和 Hostun 砂试样的不排水应力应变响应。相比高相对密实度的试样, 较低相对密实度的试样表现出较低的不排水抗剪强度。在临界状态 (稳定状态) 下砂土材料的临界应力状态点在

$q$ - $p'$ 平面上可以连成一个直线，如图 2-28b。

由图 2-28c 可见当试样剪切到足够大的轴向应变后，对于不同试样的临界应力比值是相同的 ( $M_{cs}=1.1$ )。这个和排水压缩试验得到的结论是一致的 (对应于相同的摩擦角)。

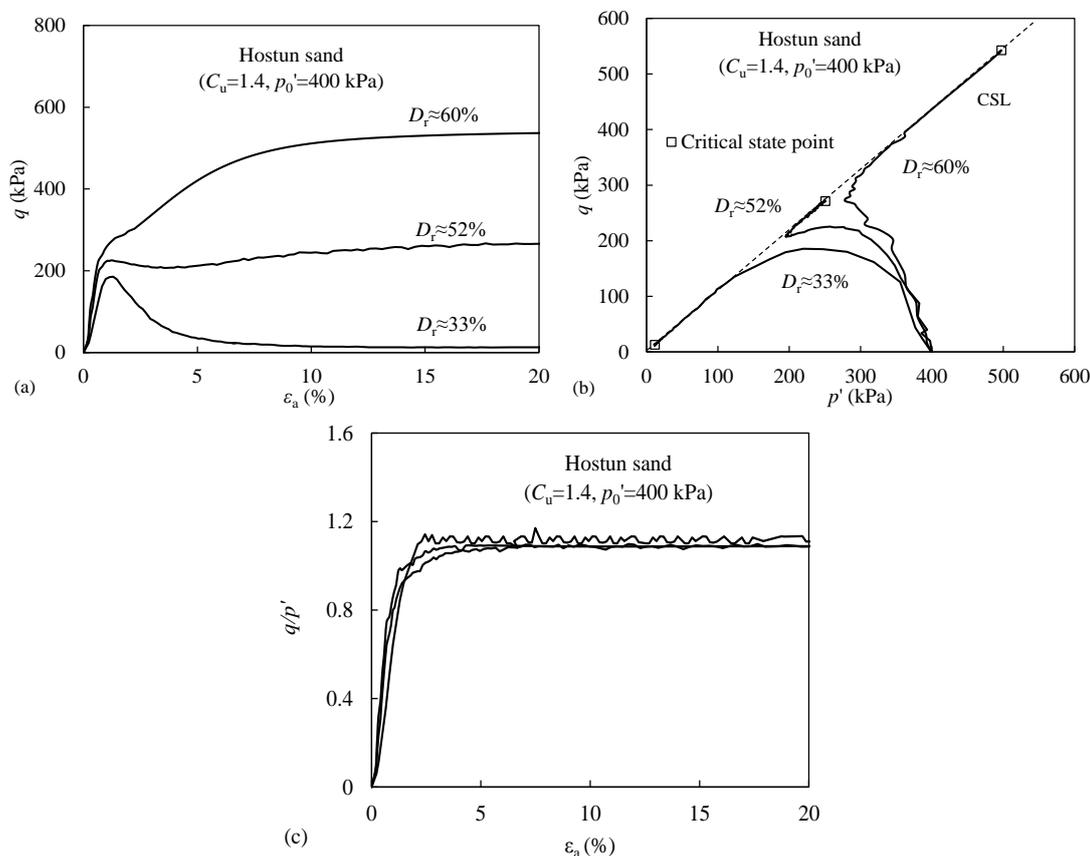


图 2-28 不同初始孔隙比材料的不排水力学响应: (a) 偏应力对轴向应变 (b) 偏应力对平均有效应力 (c) 应力比对轴向应变

Fig.2-28 Undrained mechanical response of specimen with different  $e_0$ : (a) deviatoric stress versus axial strain; (b) deviatoric stress versus mean effective stress; (c) stress ratio versus axial strain

## (2) 应力路径

图 2-29 展示了相同颗粒级配不同应力路径下试样的力学响应 (排水和不排水)。在  $q$ - $p'$ 平面上，排水试验和不排水试验终点都落在同一条直线上；这表明排水条件并不影响颗粒材料的临界应力比，见图 2-29a。

$e$ - $p'$ 平面上 Hostun 砂的排水和不排水剪切试验结果如图 2-29b 所示。对于不排水条件下松散试样在达到临界状态线之前出现静态液化。对于其它明显达到临

界状态的试验结果，剪切最终点都落到了相同的临界状态线上。这个试验结果与 Been 等<sup>[5]</sup>以及 Riemer<sup>[63]</sup>的研究结论一致。

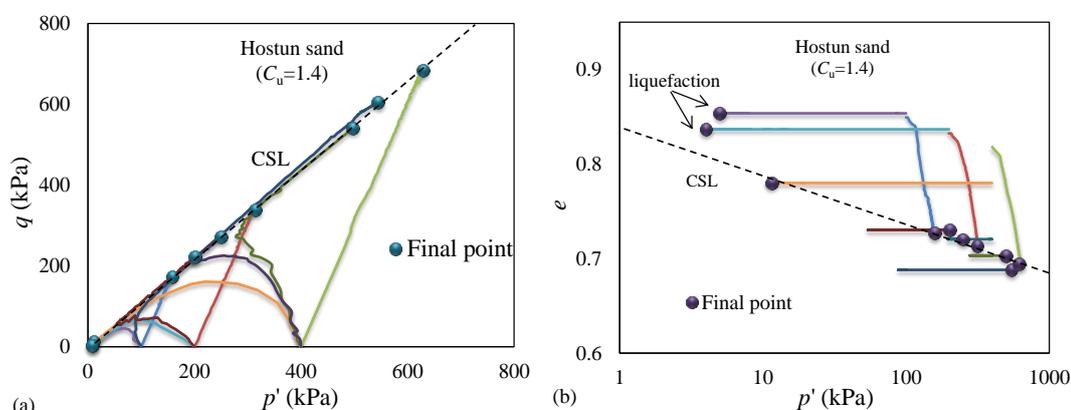


图 2-29 应力路径对临界状态的影响(a)偏应力对平均应力 (b)孔隙比对平均有效应力

Fig.2-29 Influence of stress path on critical state: (a) deviatoric stress versus mean effective stress  
(b) pore pressure versus mean effective stress

#### 2.4.4 平行级配对材料临界状态的影响

自从 15 世纪, Leonardo da Vinci<sup>[157]</sup> 就发现了脆性材料存在尺寸效应的现象: 材料的强度与试样的大小成反比。对于颗粒材料来讲, 其尺寸效应可以通过平行级配材料的力学特性来进行研究。在这方面, DEM 数值模拟结果和室内试验研究的结论差异较大。如图 2-30 所示<sup>[158]</sup>平行级配, 不破碎 DEM 颗粒集合体的颗粒尺寸对于剪切强度和体积应变行为没有太大的影响; 而对于室内试验研究, 由于破碎的存在会获得不同的实验结果<sup>[35]</sup>。

为了验证平行级配对颗粒材料临界状态的影响, 本文针对 Hostun 砂制作了两组平行级配, 并进行三轴排水剪切试验。选用的 Hostun 砂试样具有相同的不均匀系数:  $C_u=1.1, 1.1PL$  和  $C_u=1.4, 1.4PL$ , 见图 2-8b。试样  $C_u=1.1$  的颗粒粒径为试样  $C_u=1.1PL$  的粒径的 2 倍; 试样  $C_u=1.4$  的颗粒粒径为试样  $C_u=1.4PL$  的粒径大 1.25 倍。实验结果见图 2-31 和图 2-32。

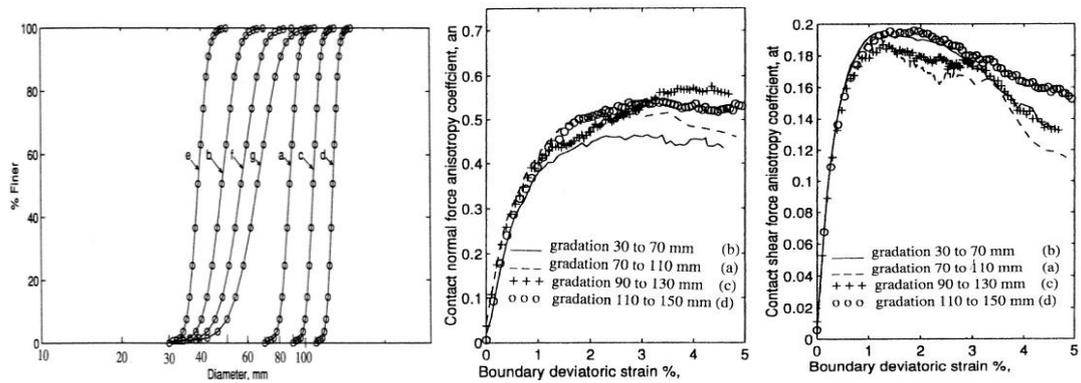


图 2-30 尺寸效应对颗粒材料力学性能的影响<sup>[158]</sup>

Fig.2- 30 Size effect on mechanical response of granular material

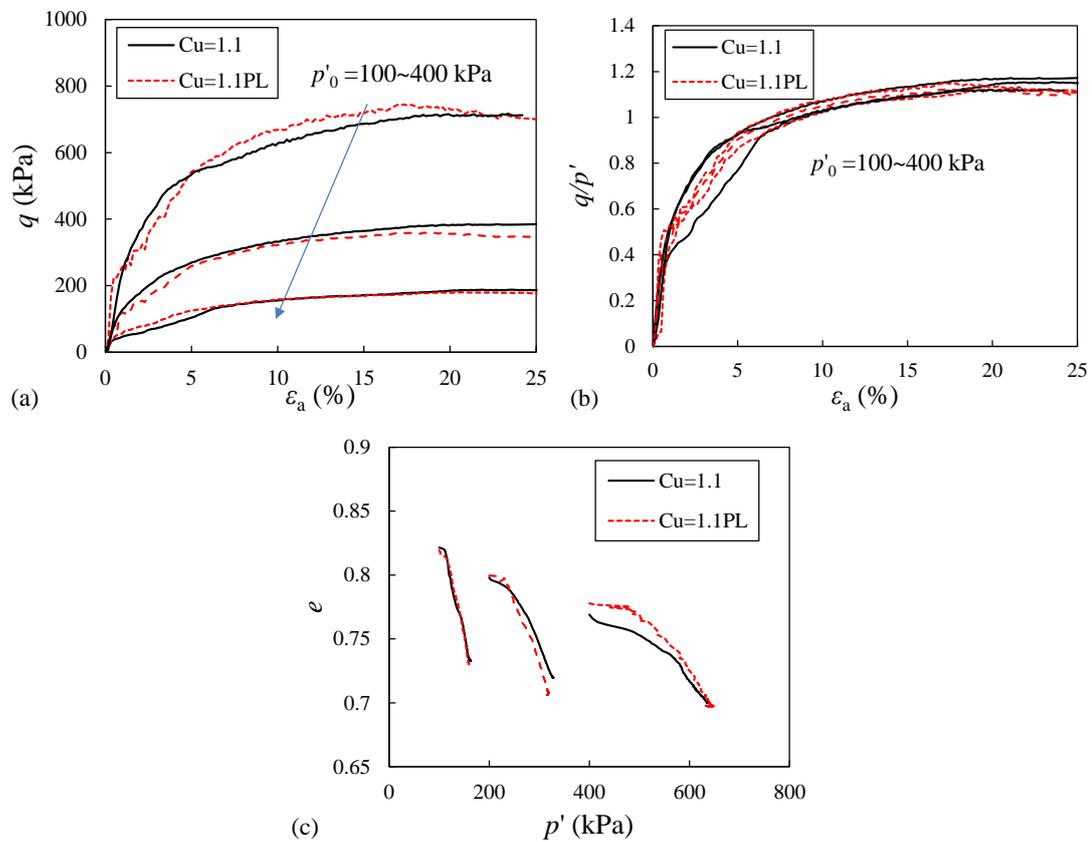


图 2-31 平行级配对材料临界状态的影响 ( $C_u=1.1$ ) (a) 偏应力对轴向应变 (b)应力比对轴向应变 (c)孔隙比对平均有效应力

Fig.2- 31 Parallel GSD on critical state ( $C_u=1.1$ ): (a) deviatoric stress versus axial strain; (b) stress ratio versus axial strain; (c) void ratio versus mean effective stress

图 2-31 展示了两个平行级配材料（不均匀系数  $C_u=1.1$ ）在不同围压下（该围压足够小到可以避免破碎的产生）进行压缩剪切的应力应变响应。由图中可以看出，对于初始加载条件相近的不破碎颗粒材料，平行级配并不影响其力学响应。图 2-31a 可以观察到平行级配并不影响材料整体的应力应变关系；临界状态应力比（摩擦角）不受平行级配的影响，见图 2-31 b；材料的体积应变响应非常相似如图 2-31c。类似的规律也在不均匀系数为  $C_u=1.4$  的试样中出现，见图 2-32。

可见对于天然砂土，在不发生破碎的情况下，相同加载条件下平行级配材料具有相似的应力应变响应。材料的临界状态不受平行级配的影响，也就是说可以采用材料的不均匀系数作为材料的临界状态的稳定描述。

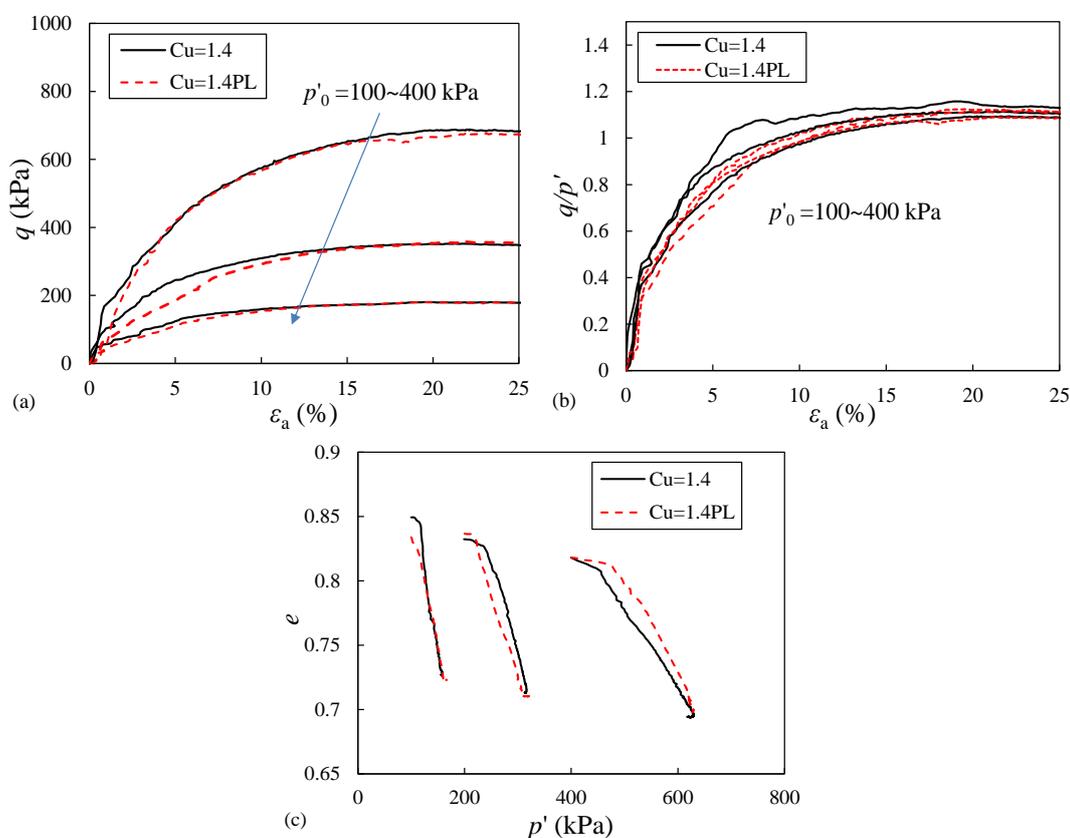


图 2-32 平行级配对材料临界状态的影响 ( $C_u=1.4$ ) : (a) 偏应力对轴向应变 (b) 应力比对轴向应变 (c) 孔隙比对平均有效应力

Fig.2-32 Parallel GSD on critical state ( $C_u=1.4$ ) : (a) deviatoric stress versus axial strain; (b) stress ratio versus axial strain; (c) void ratio versus mean effective stress

### 2.4.5 颗粒级配对材料临界状态的影响

图 2-33 给出了不同颗粒级配( $C_u=1.1, 1.4, 2.5, 5$  和  $20$ )材料在  $q-p'$  平面上的临界状态线。由图中可以看出, 在  $q-p'$  平面上, 同一种材质不同级配材料的临界状态点都落在同一临界状态线上, 临界状态线并不随着材料不均匀系数  $C_u$  的改变而改变, 也即材料的临界应力比 ( $M_{cs}$ ) 相同。需要说明的是, 临界状态应力比采用实验最后 3 % 应变范围的平均值作为最终值。对于玻璃球应力比值为  $M_{cs} = 0.8$  而临界摩擦角是  $20.8^\circ$ ; 对于 Hostun 砂应力比值为  $M_{cs} = 1.13$  而临界摩擦角是  $28.4^\circ$ 。由此可知材料的临界状态摩擦角并不随级配的改变而变化, 也就是颗粒材料的临界状态应力比与材料的颗粒级配无关。这些结论和文献<sup>[116, 159]</sup>的研究结果吻合。事实上, 临界状态摩擦角反映了材料颗粒之间的内部自锁效应; 正如 Sadrekarimi 和 Olson<sup>[102]</sup>指出的, 这取决于颗粒的矿物成分和颗粒形状。

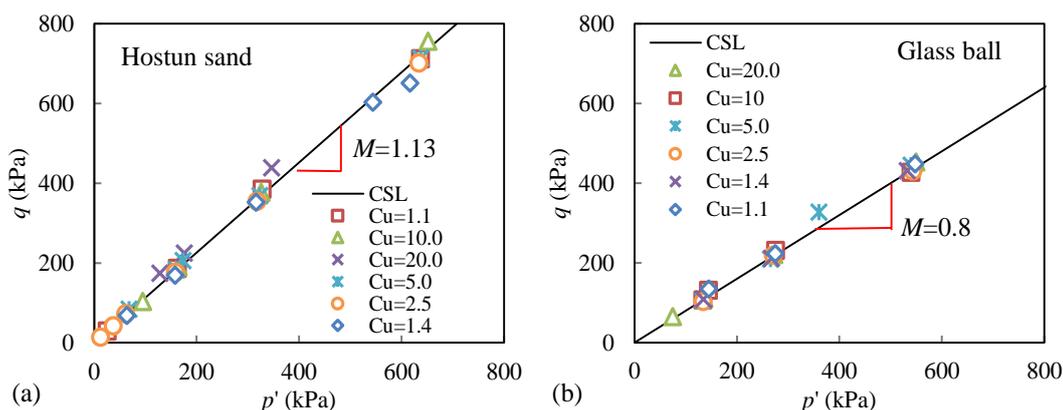


图 2-33  $q-p'$  平面上不同颗粒级配试样的临界状态线(a) Hostun 砂(b)玻璃球

Fig.2- 33 Critical state lines of specimens with different GSD in  $q-p'$  plan (a) Hostun sand; (b) glass ball

临界土力学中最重要的一个概念是  $e-p'$  平面上的临界状态线。由图 2-34 可以看出在  $e-p'$  平面上, 对于相同材质级配相同的材料, 临界状态线是唯一的, 均可用公式(2.3)描述; 而对于相同材质而不均匀系数  $C_u$  不同的材料, 随着颗粒材料不均匀系数  $C_u$  的逐渐增大, 临界状态线逐渐下移。临界状态线采用 Li 和 Wang<sup>[73]</sup>建议的方程进行拟合:

$$e_{cs} = e_{ref} - \lambda \left( \frac{p'}{p_a} \right)^\xi \quad (2.3)$$

式中  $e_{cs}$  是平均有效应力  $p'$  对应的临界状态孔隙比。  $e_{ref}$  是对应  $p'=0$  kPa 时的参照孔隙率，确定了临界状态线的高低。  $\lambda$  确定了临界状态线的斜率（ $\xi$  是材料参数通常取为  $0.9^{[15]}$ ，  $p_a$  是大气压力，取为  $101.3$  kPa）。

基于玻璃球和 Hostun 砂的三轴排水和不排水剪切试验结果，得到的不同材料的临界状态参数参考孔隙比  $e_{ref}$  和斜率  $\lambda$  与颗粒级配指数  $C_u$  的关系表达如图 2-35 所示。临界参考孔隙比  $e_{ref}$  和斜率  $\lambda$  与  $C_u$  的关系（如表 2-3 所示）都可以用一个简单的指数关系来表达：

$$f_{e0,\lambda0} = a_{e0,\lambda0} + b_{e0,\lambda0} \times \exp(-c_{e0,\lambda0} \times C_u) \quad (2.4)$$

其中  $f_{e0,\lambda0}$  分别代表  $e_{ref}$  或者  $\lambda$ 。  $a_{e0}$ ，  $b_{e0}$ ，  $c_{e0}$ ，  $a_{\lambda0}$ ，  $b_{\lambda0}$  和  $c_{\lambda0}$  分别是拟合参数，见表 2-4。

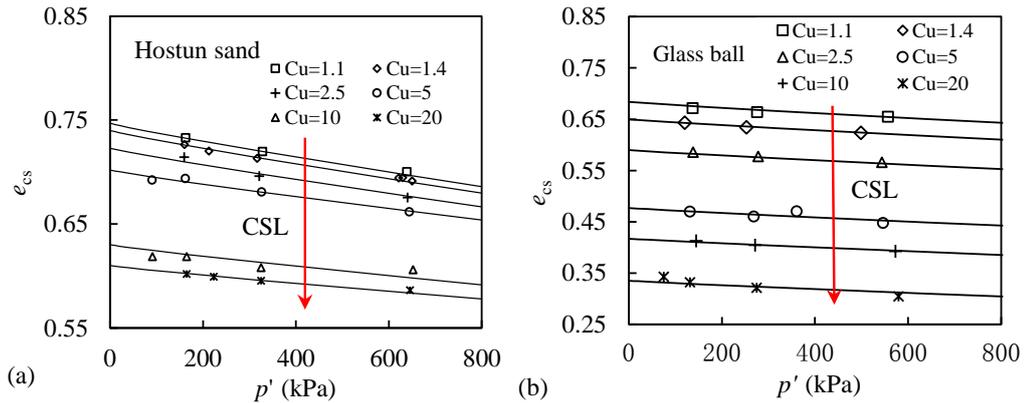


图 2-34 不同颗粒级配材料在  $e-p'$  平面上的临界状态线(a)Hostun 砂(b)玻璃球

Fig.2-34 Critical state lines in  $e-p'$  plane of the specimens with different gradings (a) Hostun sand (b)glass ball

表 2-3 两种颗粒材料的临界状态线参数

Table 2-3 Critical state parameters of two granular materials

$C_u$	Hostun 砂		玻璃球	
	$e_{ref}$	$\lambda$	$e_{ref}$	$\lambda$
1.1	0.751	0.01	0.684	0.0064
1.4	0.740	0.010	0.650	0.0062
2.5	0.721	0.009	0.590	0.0058
5.0	0.702	0.008	0.477	0.0054
10	0.631	0.006	0.417	0.0050
20	0.610	0.005	0.335	0.0048

表 2-4 Hostun 砂和玻璃球的级配效应拟合参数

Table 2- 4 Fitting parameters of grading effect for Hostun sand and glass ball

参数	符号	玻璃球	Hostun 砂
级配效应( $e_{ref}$ )	$a_{e0}$	0.338	0.590
	$b_{e0}$	0.420	0.181
	$c_{e0}$	0.201	0.123
级配效应( $\lambda$ )	$a_{\lambda 0}$	$4.8 \times 10^{-4}$	$4.6 \times 10^{-3}$
	$b_{\lambda 0}$	$2.0 \times 10^{-3}$	$5.8 \times 10^{-3}$
	$c_{\lambda 0}$	0.265	0.139

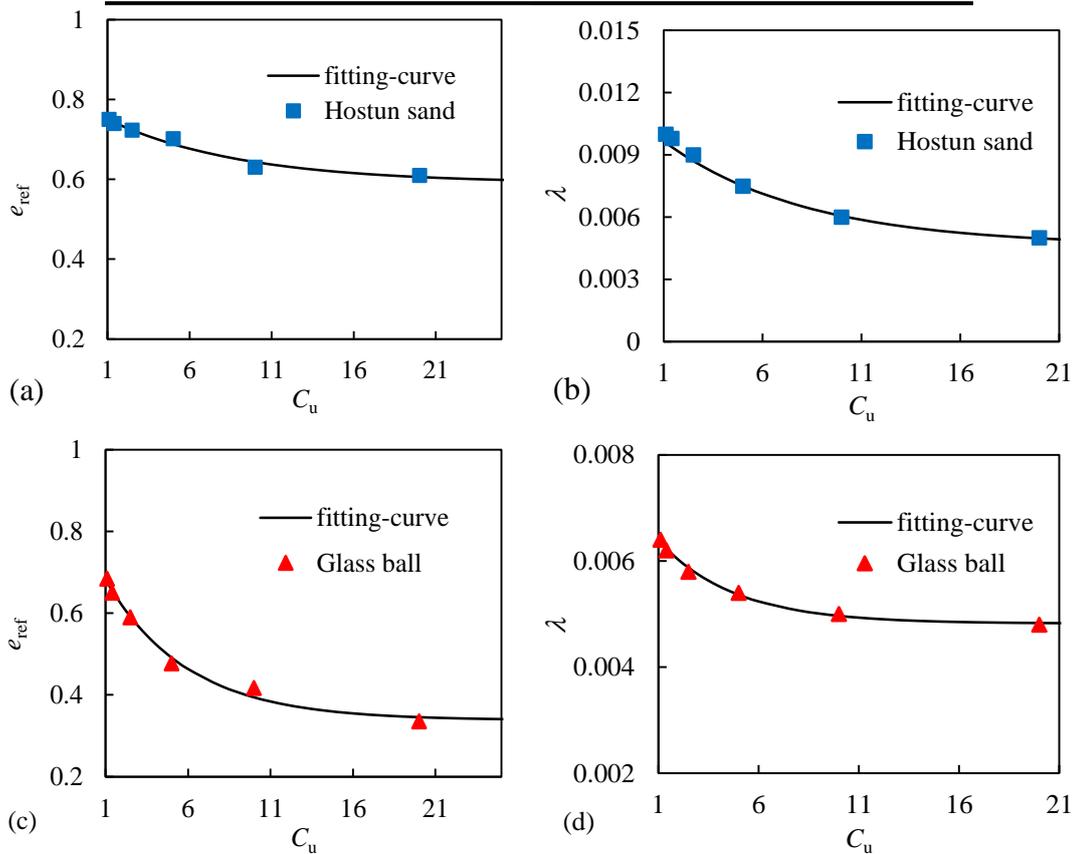


图 2-35 临界状态参数与 $C_u$ 的关系: (a)  $e_{ref}$ 与 $C_u$ , Hostun 砂 (b)  $\lambda$ 与 $C_u$ , Hostun 砂 (c)  $e_{ref}$ 与 $C_u$ , 玻璃球 (d)  $\lambda$ 与 $C_u$ , 玻璃球

Fig.2- 35 Relation between critical state parameters and  $C_u$  : (a)  $e_{ref}$  and  $C_u$ , Hostun sand (b)  $\lambda$  and  $C_u$ , Hostun sand (c)  $e_{ref}$  and  $C_u$ , Glass ball (d)  $\lambda$  and  $C_u$ , Glass ball

对于玻璃球和 Hostun 砂，参考孔隙比  $e_{ref}$  均随着不均匀系数  $C_u$  的增大而逐渐减小并趋于稳定，如图 2- 35 所示。由该拟合关系可以得出颗粒材料的临界状态线随着颗粒级配的拓宽而下降，并在不均匀系数  $C_u$  大于 10 后趋于稳定。证实了

Biarez 和 Hicher<sup>[43]</sup>提出的临界孔隙比与不均匀系数  $C_u$  几乎呈指数下降,直到  $C_u=10$  后临界孔隙比趋于稳定。同时,由实验数据可以得出颗粒材料的临界状态线的斜率随着颗粒级配的拓宽而减小,并在不均匀系数  $C_u$  大于 10 后趋于稳定。

## 2.5 本章小结

研究了初始级配对非破碎颗粒材料力学特性的影响。选取了具有极高的球形度的人造玻璃球以及很高的自相似度的 Hostun 砂以消除或者最大程度的降低形状因素对颗粒材料力学特性的影响;选择合适的加载围压(100~400 kPa)使得试验过程中材料可认为没有发生破碎;采用非常宽广的颗粒级配范围( $C_u=1.1 \sim 20.0$ ),以期获得更加一般性的级配相关力学演化规律。对两种材料的饱和试样进行了一系列的排水和不排水三轴剪切试验,得到以下结论:

(1) 不排水条件下,相同初始密实度材料的剪切强度和相变偏应力与材料不均匀系数  $C_u$  可以采用指数关系来表达,随着  $C_u$  增加偏应力水平降低,且在  $C_u$  达到 10 以后趋于稳定。基于材料剪切过程中二阶功的演化分析了材料的不排水不稳定趋势得出:级配对颗粒材料的不稳定性有很大影响,随着材料不均匀系数的提高,材料的静态液化潜能提高。

(2) 颗粒材料的初始孔隙比对材料临界状态是没有影响的;不同排水剪切条件下,试样最终达到的临界状态点都落在同一个临界状态线上;平行级配对材料的临界状态没有明显影响。

(3) 综合实验结果,总结出颗粒材料临界状态参数随颗粒级配指标  $C_u$  变化的非线性规律:不破碎颗粒材料在  $e-p'$  平面上的临界状态线是随着颗粒级配的拓宽(不均匀系数  $C_u$  的上升)而下移,临界状态线的斜率逐渐降低,两者在  $C_u$  达到 10 以后趋于稳定;临界状态线在  $q-p'$  平面上则是一条直线,与颗粒级配无关。

## 第三章 颗粒材料级配相关力学特性的数值试验分析

### 3.1 引言

太沙基写道：“.....库仑故意忽略了砂土是由许多单颗粒组成的事实，.....而将砂子视为一个具有一定力学特性的均匀质量体。库仑的这个想法被证明作为土压力理论的一个特殊问题求解的假定是非常有用的。一旦其假设被库仑后来的研究者遗忘，它却会成为未来砂土力学理论发展的一个障碍。突破这个困难的出路在于放弃旧的基本准则，重新从砂土本身的基本事实着手研究，也就是砂土是由单颗粒材料组成的。”（太沙基<sup>[160]</sup>——包括引用以前的研究人员）

可见颗粒材料特别是砂土的力学特性的复杂行来源于其离散的单颗粒组成特性。从材料的非连续特性出发来进行研究可以更加真实地了解颗粒材料的力学行为。

传统室内实验研究受到实验条件和操作水平等的限制，研究手段不够丰富，得到的实验结果也容易出现一定的误差。随着计算机技术的发展，数值手段在颗粒材料力学特性研究方面发挥着越来越重要的作用，模拟非连续介质的离散单元法就是其中一种。自 Cundall 在 20 世纪 70 年代提出以来，离散单元法就在岩土工程领域得到广泛应用。

### 3.2 颗粒流基本理论

颗粒流方法作为离散单元法的一个典型应用，可用于分析颗粒材料的复杂力学行为。它通过圆形（或球形）单元体来模拟数百个至上万几十万颗粒介质的运动及其相互作用，已经成为当前土体细观力学以及本构关系研究的一个重要工具。颗粒流程序的基本理论、假定及相关的接触本构（详细的理论背景和内部算法见颗粒流程序的使用手册<sup>[161]</sup>）简介如下：

#### 3.2.1 基本理论

在颗粒流方法中，颗粒之间的相互作用是一种动态平衡的过程。以牛顿第二

定律和力—位移法则为理论基础，通过跟踪每一个单颗粒的运动轨迹可以得到颗粒集合体中的接触力和位移。外部施加的力和体力通过墙以及颗粒的运动产生作用，并在颗粒体系中传播。

数值计算过程中，颗粒的运动情况通过牛顿第二定律决定，接触力的大小则由力—位移法则计算得到。假定墙单元是没有质量的，不满足牛顿第二定律，颗粒与墙之间的接触也满足力—位移法则。

颗粒流数值计算采用显示差分法，选取扰动不会超过相邻颗粒的时间步长，在计算过程中，反复的使用以上两个定律，并不断更新墙的位置；颗粒间及颗粒和墙单元之间的接触都会自动的建立或者破坏。在每一个时步开始，根据已知颗粒和墙体的位置，更新接触；接着，将力—位移定律应用于两个实体之间的接触以更新实体间的接触力；然后，根据接触力和其它外力，如体积力，在颗粒上作用的合力和合力矩的大小，对每个颗粒运用牛顿第二定律来更新颗粒的速度和位置。同时，墙的位置也根据设定的墙速度进行更新。在每一个计算时步内，遍历模型中所有的颗粒，进行迭代计算，直到设定的计算容差，比如最大不平衡力比阈值等。可见颗粒流程序的分析过程实际上是一个动力计算过程，在进行数值模拟静态力学问题时，需要确保体系内部颗粒处于准静态运动状态。这就需要控制计算分析的加载速率<sup>[161]</sup>。针对具体分析的例子，在下文会进行展开分析。

### 3.2.2 基本假定

颗粒流方法采用以下假定进行数值模拟：

- 1) 颗粒单元为刚性体；
- 2) 颗粒单元为球形；
- 3) 单元之间为点接触；
- 4) 接触为柔性接触，计算过程中接触处允许有一定的“重叠”量；
- 5) “重叠”量的大小与接触力直接相关，与颗粒大小相比为小量。

### 3.2.3 接触本构

在颗粒流数值模拟中，材料的本构特性是通过接触本构模型来模拟的。每一对颗粒的接触本构模型有：1)接触刚度模型；2)滑动模型；3)连接模型。接触刚度模型提供了接触力和相对位移的弹性关系，滑动模型规定接触颗粒的相对移动力而

连接模型是限制总的切向力和法向力使得颗粒在连接强度范围内发生接触。本文的研究中，仅仅采用接触刚度模型。

接触刚度模型常用于模拟粒状材料的力学特性，接触刚度通过以下两式把接触力与相对位移联系起来，即：

$$F_i^n = K^n U_i^n n_i \quad (3.1)$$

式中， $K^n$  是法向切向刚度，它为割线刚度，联系总的法向力与位移。

$$\Delta F_i^s = K^s \Delta U_i^s \quad (3.2)$$

式中， $K^s$  是切向刚度，它为切线刚度，通过增量形式联系切向力与位移。

在 PFC3D 中有两种接触刚度模型，即线性接触刚度模型与简化的 Hertz-Minlin 接触刚度模型。

#### (1) 线性接触模型

分析颗粒间接触特性时，将这种接触的颗粒想象为一根两个端点在颗粒中心的弹性梁，梁端部受力或力矩相当于作用于颗粒的中心。假设相互接触两球为串联模型，其接触刚度（切向和法向刚度均为切线刚度）与球体刚度的关系为：

$$k^\xi = \frac{k_\xi^{[A]} k_\xi^{[B]}}{k_\xi^{[A]} + k_\xi^{[B]}} \quad (3.3)$$

式中， $\xi = \{n, s\}$  分别代表切向和法向刚度。 $k_\xi^{[A]}$ 、 $k_\xi^{[B]}$  分别为相互接触单元（颗粒单元和墙单元）在各自相应方向上的刚度。 $k^n$  与  $K^n$  相等， $k^s$  与  $K^s$  相等。

#### (2) 简化的 Hertz-Minlin 接触刚度模型

该模型是基于 Hertz 理论、Mindlin 和 Deresiewicz 理论的分线性接触模型，其接触法向刚度和切向刚度分布计算如下：

$$K^n = \left( \frac{2\langle G_u \rangle \sqrt{2\bar{R}}}{3(1-\langle \nu_u \rangle)} \right) \sqrt{U^n} \quad (3.4)$$

$$K^s = \left( \frac{2(\langle G_u \rangle)^2 3(1-\langle \nu_u \rangle) \bar{R}^{1/3}}{2-\langle \nu_u \rangle} \right) |F_i^n|^{1/3} \quad (3.5)$$

其中， $\langle G_u \rangle$  和  $\langle \nu_u \rangle$  分别为两个接触单元的平均剪切模量和平均泊松比， $\bar{R}$  是两个接触颗粒的平均半径，表达如下：

$$\langle G_u \rangle = \frac{1}{2}(G_u^A + G_u^B), \quad \langle \nu_u \rangle = \frac{1}{2}(\nu_u^A + \nu_u^B), \quad \bar{R} = \frac{2r^A r^B}{r^A + r^B}$$

$G_u^A$  和  $G_u^B$  分布是两个接触单元的剪切模量； $\nu_u^A$  和  $\nu_u^B$  分别是两个接触单元的泊松比； $r^A$  和  $r^B$  分别是两个接触颗粒的半径。

线性接触模型由于其简单和计算效率高而被广泛运用。本文 DEM 数值分析中亦采用该接触模型。

### 3.3 颗粒材料级配相关力学特性模拟方案设计

#### 3.3.1 颗粒级配配置方案

##### (1) 数值模拟颗粒级配选取

室内实验研究中控制了所有级配曲线的  $d_{50}$  来研究不同材料在不同颗粒级配下的力学差异。为了深入剖析颗粒级配曲线对粒状材料的影响，利用颗粒流方法的高度可控性，数值模拟中采用不同形式的级配曲线，以期得到更广泛的结论。

数值模拟选用 Talbot 型分布的颗粒级配。该类型的级配曲线常被用于描述可破碎砂土和堆石的在剪切作用下的级配演化；当颗粒破碎发生时，该级配常被用于模拟分形级配<sup>[41]</sup>。研究<sup>[38, 142, 162]</sup>指出颗粒破碎引起的颗粒级配演化的极限形式是出现一个分形颗粒级配。Altuhafi 等<sup>[163]</sup>确认了这一假设，指出：冰川玄武岩质砂在自然状态下的级配状态已经是分形级配，因其在冰川下面有很强的剪切荷载；因此使用这个材料再进行室内剪切试验时已经不会再发生破碎。因此选用该类型颗粒级配的材料进行力学分析，有助于定性判断颗粒材料破碎趋于极限的力学演化规律。本章节中颗粒材料的级配曲线按照 Einav<sup>[41]</sup>的建议由以下公式产生：

$$F(d) = \left( \frac{d}{d_M} \right)^{3-\alpha} \quad (3.6)$$

其中  $\alpha$  是一个分形维度， $d_M$  是材料中最大的颗粒直径。对于初始级配  $F_0(d)$ ， $\alpha$  可以通过初始颗粒级配分布曲线量得；而对于极限级配分布  $F_u(d)$ ，对应于  $\alpha=2.6$  时的级配，也就是分形级配<sup>[164]</sup>。通过改变  $\alpha$  的值就可以获得不同颗粒级配分布。常规颗粒级配指标不均匀系数  $C_u$  与  $\alpha$  的关系如下：

$$C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}} = 6^{\frac{1}{3-\alpha}} \quad (3.7)$$

## (2) 参数的确定

由于线性接触模型简单且计算耗时少,许多研究者<sup>[68, 158, 165, 166]</sup>采用它来模拟砂土的力学特性。Goldenberg 和 Goldhirsch<sup>[167]</sup>建议真实材料的  $k_s/k_n$  的值在 2/3~1。本文选用  $k_s/k_n=2/3$  进行分析,具体  $k_s$  和  $k_n$  的值根据本文采用的材料尺寸、相关的围压以及计算效率等确定。对于墙体刚度的选择选取为球法向接触刚度的 1/10 之一以减少墙体刚度对墙球接触刚度的影响<sup>[161]</sup>。最终确定计算参数如表 3-1 所示。由于离散单元法研究的是理想颗粒体,没有尺寸效应,在确保分析过程中颗粒的接触重叠量为极小值,采用较大的颗粒尺寸可以提高计算效率。由于当前主流计算机计算水平的限制,数值试验暂且无法模拟如室内试验一样宽广的颗粒级配材料。考虑到计算代价,本研究中数值模拟采用的颗粒级配分布范围为  $C_u=1.0\sim 6.0$ 。本章节数值分析采用的颗粒级配曲线如图 3-1 所示。

表 3-1 DEM试样的参数

Table 3- 1 Properties of the DEM specimens

参数名称	球体	墙体
密度: $\text{kg/m}^3$	2630	0.0
法向接触刚度 $k_n$ : N/m	$1.5 \times 10^8$	$1.5 \times 10^7$
切向接触刚度 $k_s$ : N/m	$1.0 \times 10^8$	$1.5 \times 10^7$
摩擦系数 $\mu$	0.5	0.0
阻尼常数 $\alpha_d$	0.628	—

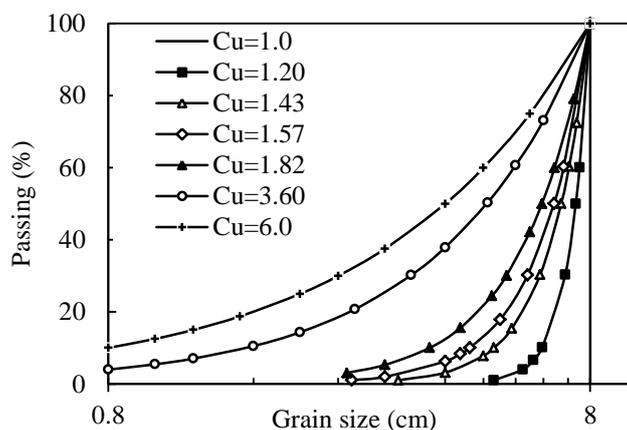


图 3-1 DEM分析的颗粒级配

Fig.3- 1 GSDs for DEM analyses

### 3.3.2 颗粒材料试样的制备

首先设定一个较大的试样生成初始孔隙比获得一个非常松散（零颗粒接触力）的颗粒集合体。根据给定的颗粒级配曲线和孔隙比，计算试样内每个颗粒粒径的颗粒数目，将球体缩小一定倍数后随机在由六面墙单元围成的长方体空间内生成，然后将球体膨胀到原定的粒径大小。接着，保持墙单元不动，对颗粒系统进行迭代平衡。当系统达到目标平衡比值（平均不平衡力对平均接触力比值）容差范围时（例如： $10^{-3}$ ），可以认为颗粒系统达到了准静止平衡状态。为了加速颗粒体系的计算速度，计算中采用了 Cundall 型的局部阻尼比  $0.628^{[168]}$ 。数值单元体实验是在零重力模式下进行的，生成的试样见图 3-2（图中墙单元没有显示）。

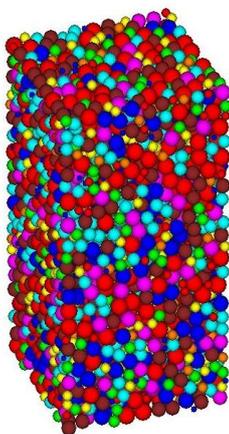


图 3-2 初始试样

Fig.3-2 Initial specimen of spheres

### 3.3.3 计算参数监测及控制

(1) 应变监测：通过监测六面墙单元的移动来计算三个方向的应变值。由于数值实验中涉及到大的剪切应变（轴向应变为 35%，或者更大），模拟中采用自然应变计算。如试样固结完成后的轴向初始长度为  $L_0$ ，加载到某一个阶段时该方向长度变为  $L_1$ ，则轴向应变  $\varepsilon_1 = \ln(L_0/L_1)$ 。

(2) 应力监测：通过监测六面墙单元的移动来计算墙单元和颗粒体系的有效接触面积。通过分别监测三个方向的三对平行墙单元上的接触力总和（wall 与球的接触力），再平均除以每个方向的接触有效面积而得到相应方向的应力值。

(3) 孔隙比监测：通过六面墙单元的有效作用长度计算出试样的总体积记为

$V$ ，颗粒材料的总体积记为  $V_s$ ，则孔隙体积记为  $V_a=V-V_s$ 。所以， $e=V_a/V_s=V/V_s-1$ 。

### 3.3.4 不同应力路径数值试验的实现

#### (1) 各向同性压缩阶段

在试样生成并获得平衡后，赋予材料相应的参数，然后对试样进行加载。加载过程中，通过控制六个墙单元的移动来施加各向同性应力。采用一个应力伺服机制<sup>[161, 169]</sup>控制墙体的运动；墙体上的应力可以通过作用于一对平行墙单元上的接触力的总和除以当前墙单元作用的有效面积而得到。所有应力分量都可以确定。

首先，先给设置颗粒之间的摩擦系数为 $\mu_{ini}$ ，并施加一个 15 kPa 的各向同性围压，并将系统迭代至平衡；然后将颗粒摩擦系数修改为 $\mu$ 后再继续迭代至平衡；接着再施加下一级荷载。

为了在数值分析过程中更好的对比颗粒级配因素对材料力学性能的影响，针对 5 组级配 ( $C_u=1.0\sim 1.83$ ) 试样，生成 500 kPa 围压下初始孔隙比为  $e_0=0.687$  (误差在 0.002 以内) 的试样 (取名为“标准级配对比试样”)。实现过程通过反复修改初始颗粒摩擦系数 $\mu_{ini}(C_u=1.0\sim 1.83, \mu_{ini}=0.0265, 0.0375, 0.085, 0.14, 0.291)$ 来达到要求；对于研究中其它试样， $\mu_{ini}=0.5$ 。

实验加载的围压由 5 级组成 (100 kPa, 200 kPa, 500 kPa, 1000 kPa 和 2500 kPa)。实验量测到球体平均重叠量 $\Delta u_{sphere}/(r^A+r^B)$ 在 0.0020~0.0039 ( $\Delta u_{sphere}$  是两个颗粒在接触处的重叠量， $r^A$  和  $r^B$  分别是接触球体的半径) 较小，不影响计算的准确性。本章节中数值模拟提到的初始孔隙比  $e_0$  均为颗粒集合体在各向同性压缩固结完成时的孔隙比。

#### (2) 排水三轴剪切试验

经过各向同性压缩固结后，将试样进行轴向加载/卸载。通过控制试样竖直方向墙单元的运动进行压缩或拉伸剪切试验。实验采用竖向应变控制的加载模式，指定上下两面墙单元的移动速度 (应变率为 2 %/s，该加载速率是经过优化对比后得到的，见下文分析) 进行加载。所有剪切试验均采用相同的加载速率。水平向应力采用上述应力伺服机制，控制水平方向墙体的运动保持水平应力不变。。

### (3) 不排水三轴剪切试验 (“常体积试验”)

在没有水的情况下采用 DEM 模拟三轴不排水剪切试验时, 通常的做法是进行常体积试验<sup>[170]</sup>来实现非排水的力学效果。在试样固结完成后进行不排水剪切试验。首先指定垂直方向两个加载墙体的移动速度来控制剪切速率; 并根据竖向墙体的移动, 采用伺服机制控制水平向墙体单元的运动, 来达到体积不变的效果。试样内部的各个力学分量的计算方法同排水试验一致。

### (4) 标记符号说明

针对 DEM 数值模拟中不同应力路径试验的标记符号说明如下: 各向同性压缩状态标记为 IC; 三轴排水压缩剪切试验标记为 CIDC; 三轴排水拉伸剪切试验标记为 CIDE; 三轴不排水压缩剪切试验标记为 CIUC; 三轴不排水拉伸剪切试验标记为 CIUE。

## 3.4 若干 DEM 模拟问题讨论

在进行体系的数值模拟前, 需要对 DEM 数值模拟中涉及到分析准确性的问题进行探讨。这些问题涉及一些计算参数, 比如试样大小, 加载速率等, 而且这些因素的变动可能对计算结果产生影响。需要进行比较分析后选择最优值, 确保得到稳定可靠的计算结果, 才能支持进一步的研究。

### 3.4.1 颗粒数量

一个真实的颗粒材料试样体可能包含了数以千万甚至亿计的颗粒单体, 而数值实验中不可能完全按照实际颗粒数目进行模拟。因此对于简化了的数值模型, 有必要研究模型中所包含的颗粒数量 (也就是试样大小) 对所研究问题的影响。为了减小试样大小对颗粒材料的临界状态力学特性的影响, 下面以数值分析中两个极端级配 ( $C_u=1.0$  和  $C_u=6.0$ ) 进行比较分析。对于每个颗粒级配分别制备了 3 个不同颗粒数目的试样并进行排水三轴剪切试验 ( $C_u=1.0$ , 2277, 3588, 4568;  $C_u=6.0$ , 16592, 23743, 28196)。

实验结果如图 3-3 所示。对于  $C_u=1.0$  的材料, 颗粒数目少的试样表现出更高的峰值强度, 但是剪切到临界状态下的偏应力水平相同; 而从孔隙比的发展情况来看, 临界状态下颗粒数目少的试样具有较高的临界状态孔隙比, 颗粒数目达到

一定数量后计算结果稳定。对于  $C_u=6.0$  材料，三个试样都表现出剪切硬化特征；颗粒数目对临界状态应力水平影响不大，但是对临界状态孔隙比影响明显，颗粒数目少的试样（16592）具有较高的临界状态孔隙比，颗粒数目较大的试样（23743和 28196），其临界状态孔隙比趋于一致。

因此颗粒数目确定如下：级配  $C_u=1.0$  的试样，选用 3588 颗粒，对于级配  $C_u=6.0$  的试样则为 28196 颗。对于其它颗粒级配，采用类似的方法获得合适的颗粒数目，详细的试样信息见表 3-2。

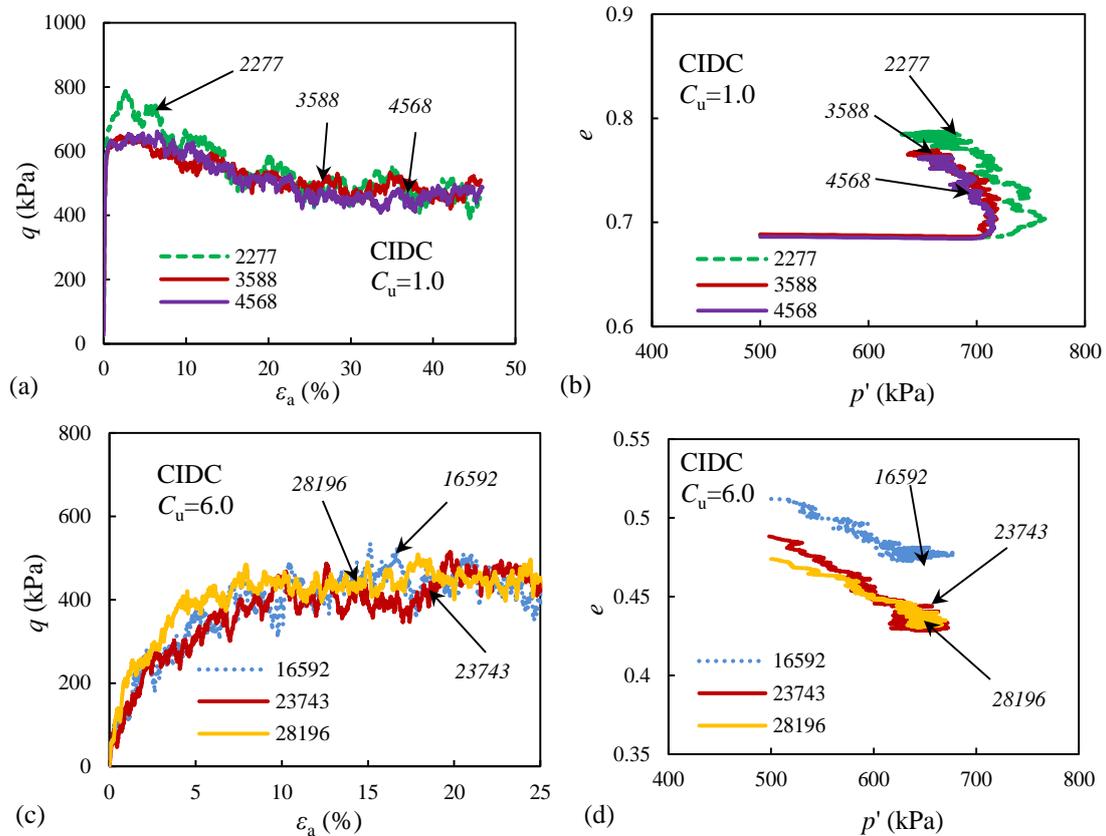


图 3-3 颗粒数目对试样应力应变响应的影响(a)(b) $C_u=1.0$ 试样的响应(c)(d) $C_u=6.0$ 试样的响应

Fig.3- 3 Influence of particle number on the stress strain response: (a) (b) response for specimen with  $C_u=1.0$  (c) (d) response for specimen with  $C_u=6.0$

表 3-2 DEM试样大小信息

Table 3- 2 Information for DEM specimen sizes

颗粒级配	初始孔隙比	试样尺寸( $\text{cm}^3$ )	颗粒数目
$C_u=1.0$	0.835	$96 \times 192 \times 96$	3588
$C_u=1.2$	0.835	$96 \times 192 \times 96$	4633

$C_u=1.4$	0.835	88×176×88	5433
$C_u=1.6$	0.835	80×160×80	5274
$C_u=1.8$	0.835	80×160×80	8170
$C_u=3.6$	0.667	48×96×48	28676
$C_u=6.0$	0.667	36×72×36	28196

### 3.4.2 样本的变异性

由于组成 DEM 试样的颗粒在墙单元围成的空间内是随机生成的。而对于不同的颗粒随机数会影响颗粒生成的位置，从而影响试样的初始组构。不同的初始组构会对材料的后续剪切力学性能产生影响<sup>[171]</sup>。为了研究生成试样的变异性对其应力应变响应和临界状态的影响，针对两个端点级配( $C_u=1.0$  和  $C_u=6.0$ )，采用三个不同初始生成随机数( $g1=10000$ ,  $g2=50000$  和  $g3=70000$ )，分别制作了三个不同试样(除颗粒生成随机数不同以外，其它的条件和参数均相同)。将六个试样在 500 kPa 的围压下进行排水剪切试验，如图 3-4 所示。

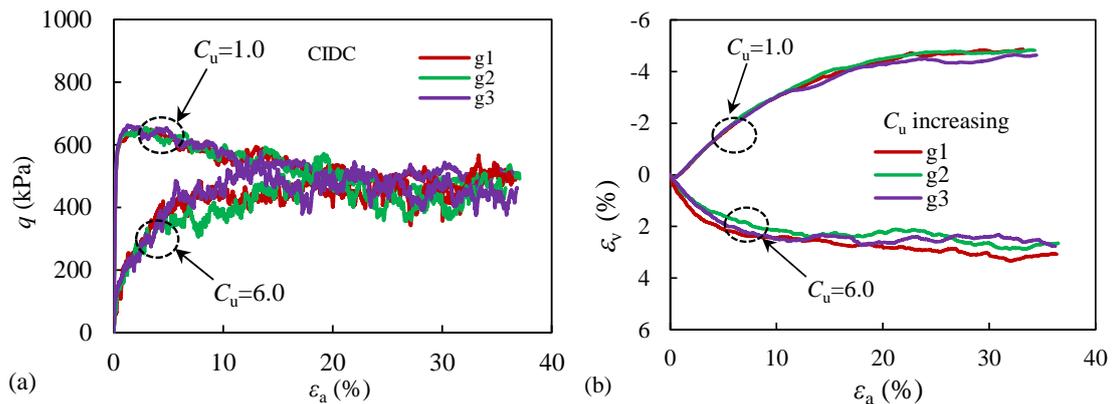


图 3-4 不同随机生成模式下试样的剪切特性比较(a)偏应力 $q$ 对轴向应变 $\varepsilon_a$  (b) 体积应变 $\varepsilon_v$ 对轴向应变 $\varepsilon_a$

Fig.3- 4 Shear behavior comparison between different random seed generations (a) deviatoric stress  $q$  versus axial strain  $\varepsilon_a$  for grading of  $C_u=1.0$  and  $C_u=6.0$  (b) volumetric strain  $\varepsilon_v$  versus axial strain  $\varepsilon_a$  for grading of  $C_u=1.0$  and  $C_u=6.0$

对于每一个级配试样，每一种随机生成模式得到的应力应变响应结果几乎是一样的。高  $C_u$  试样，计算结果存在一定的波动，但是总体趋势和数据大小都趋于一致。由此可见，对于不同的随机数生成的试样，均可以满足本研究的要求。另外试样变异性的研究结果可以作为的试样大小的选取是足够准确的佐证。综合以上分析，所有计算采用程序中的默认随机数，也就是  $g1=10000$ 。

### 3.4.3 加载速率的影响

对于常规室内实验用的砂土试样包含的巨大的颗粒数目，因此施加较大的加载速度也不会引起颗粒体系实验结果的大震荡。而采用离散单元法模拟室内实验时，通常包含几千到几万个颗粒，数目十分有限，加载速率的大小可能会影响颗粒体系的稳定性。为了确保能在准静止状态下得到较为稳定的计算结果，需要针对所研究材料分析加载速率的影响。以试样  $C_u=1.0$  (3588 颗粒) 为例子，进行 5 个不同加载速率 (10%，5%，2%，1% 和 0.3125%) 下的三轴排水试验，围压为 500 kPa。不同加载速率下材料的应力应变响应图 3-5 所示。图 3-5a 展示出试样偏应力水平随着加载速率的降低而降低；峰值剪切强度表现最为明显。随着试样加载到大应变情况下，除了加载应变速率为 10% 的情况，其它加载速率条件下试样都达到了相同的临界状态偏应力强度。可见，加载速率不仅影响数值试样的剪切强度响应，而且影响其临界状态剪切强度。

由  $e-p'$  平面上材料的力学响应 (见图 3-5b) 可以得出颗粒材料的临界状态孔隙比是受到加载速率影响的。对于加载速率大于 5% 的情况下，临界孔隙比受加载速率的影响比较明显；当加载速率不大于 2% 时，材料的临界状态孔隙比收敛。类似的情况也可以反映在材料的体积应变演化过程，如图 3-5c 所示。材料的体积剪胀在大的加载速率下 (10% 和 5%) 表现更为明显，而在 2% 以下趋于稳定。受加载速率的影响，材料的剪切应力比 (与材料的摩擦角相关) 也是随着加载速率的减小而减小。临界状态应力比在速率不大于 5% 的情况下达到收敛。

DEM 数值模拟中需要进行多种应力路径下的三轴剪切试验，因此有必要针对其它应力路径下加载速率效应进行测试。以三轴拉伸剪切试验作为例子，采用 5 个不同加载速率 (5%，2%，1%、0.625% 和 0.3125%)，计算结果分析如所示。与三轴压缩剪切试验发现的规律类似，材料的所有应力应变响应在计算速率为 2% 以下都趋于一致，如图 3-6 所示。

综合以上的分析结果结合计算效率，数值试验研究中的加载应变速率取 2%。

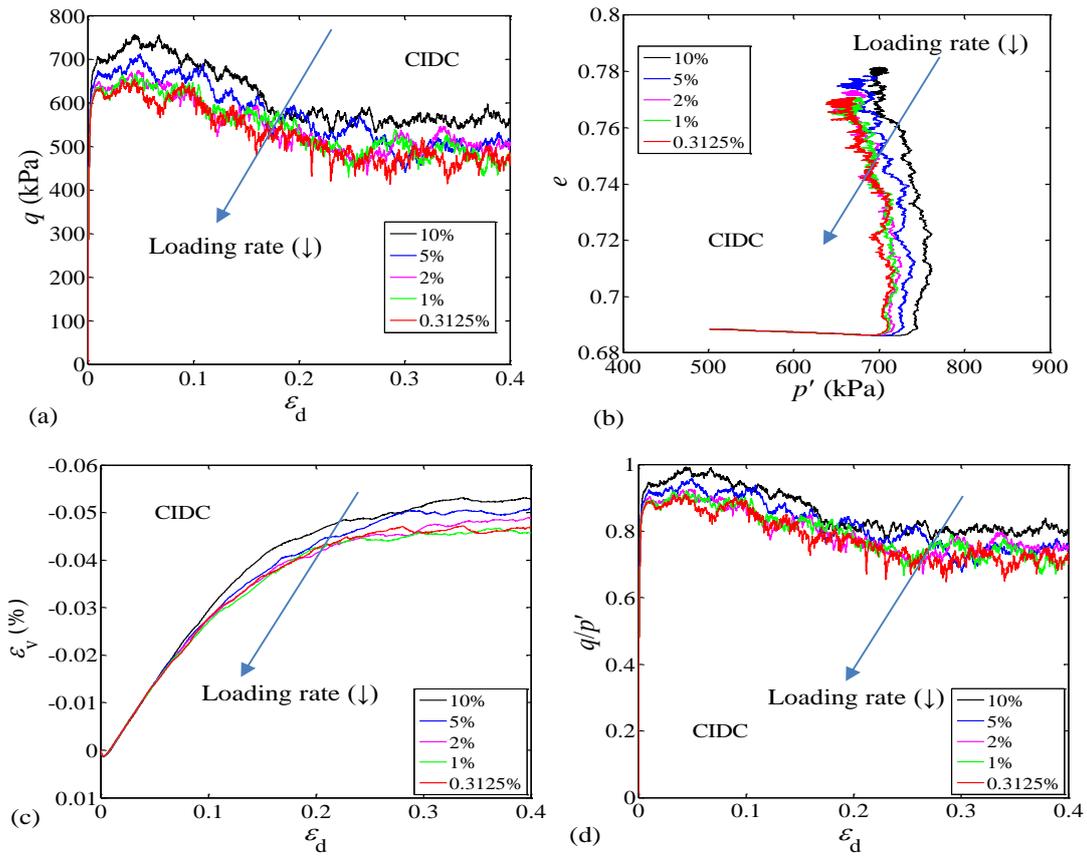
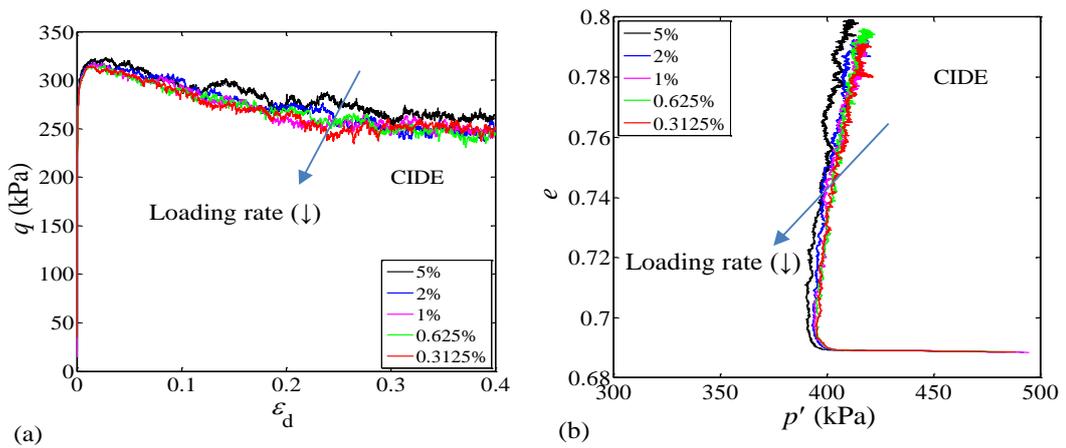


图 3-5 加载速率对试样 $C_u=1.0$ 的应力应变响应影响(CIDC): (a)  $q$ - $\varepsilon_d$  (b)  $e$ - $p'$ (c)  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_d$  (d)  $q/p'$ - $\varepsilon_d$

Fig.3- 5 Influence of loading rates on the stress strain response of sample with  $C_u=1.0$  (CIDC): (a)

$q$ - $\varepsilon_d$  (b)  $e$ - $p'$ (c)  $\varepsilon_v$ - $\varepsilon_d$  (d)  $q/p'$ - $\varepsilon_d$



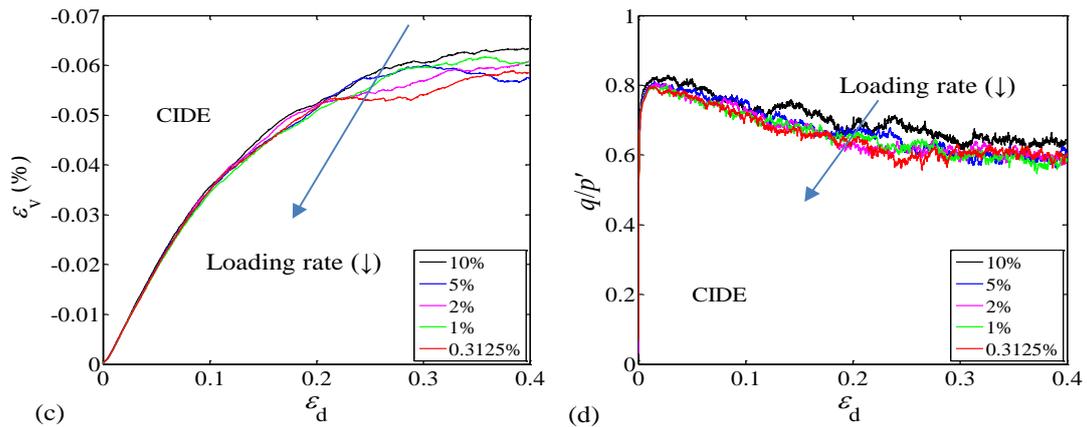


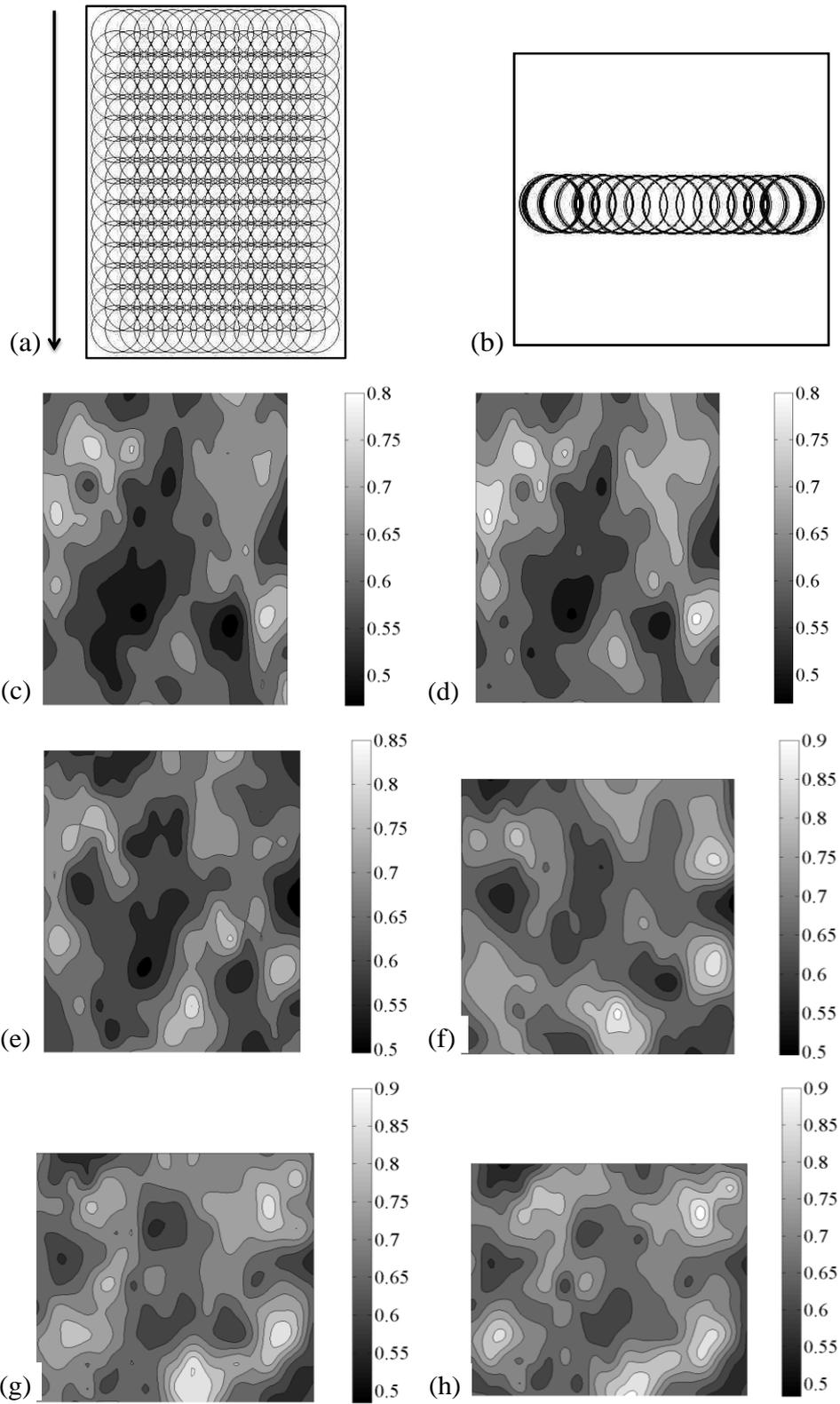
图 3-6 加载速率对试样 $C_u=1.0$ 的应力应变响应影响(CIDE): (a)  $q-\varepsilon_d$  (b)  $e-p'$  (c)  $\varepsilon_v-\varepsilon_d$  (d)  $q/p'-\varepsilon_d$

Fig.3- 6 Influence of loading rates on the stress strain response of sample with  $C_u=1.0$  (CIDE): (a)

$q-\varepsilon_d$  (b)  $e-p'$  (c)  $\varepsilon_v-\varepsilon_d$  (d)  $q/p'-\varepsilon_d$

#### 3.4.4 潜在应变局部化

使用 DEM 研究应变局部化现象的研究者通常采用柔性边界。在这个条件下，应变局部化是很容易发生的，正如 Iwashita 和 Oda (2000)<sup>[172]</sup>，O'Sullivan 等<sup>[173]</sup>，或者 Jiang 等<sup>[174]</sup>所展示的。而采用刚性边界的试样加载至破坏也可能会出现应变局部化现象。为了检查本研究中试样是否会出现应变局部化现象，采用量测球量测试样中孔隙比的分布情况来判断是否出现应变局部化<sup>[174]</sup>，查看试样中是否存在贯通的大孔隙比分布带，也即是应变局部化区域。图 3-7 展示了级配  $C_u=1.0$  试样在 500 kPa 围压下进行排水剪切试验的某量测截面的孔隙比分布情况，量测球的位置见图 3-7ab。每个量测球代表一个数据点，并把量测结果投射到中截面上。由图可见，在加载的初始阶段，试样中颗粒位置不断发生重组，试样内孔隙分布情况也不断产生变化。在应变较小的情况下（2%~4%），试样中出现两道较为明显的大孔隙比分布带；随着剪切的继续进行，颗粒重新排列慢慢趋于稳定，试样内部整体孔隙比的分布趋于稳定；在大应变情况下，颗粒重排几乎遍布整个试样，使得试样内部孔隙分布均匀，可以认为试样没有出现应变局部化现象，而是达到了临界状态。在这种情况下可以采用平均应力应变来分析材料的临界状态。



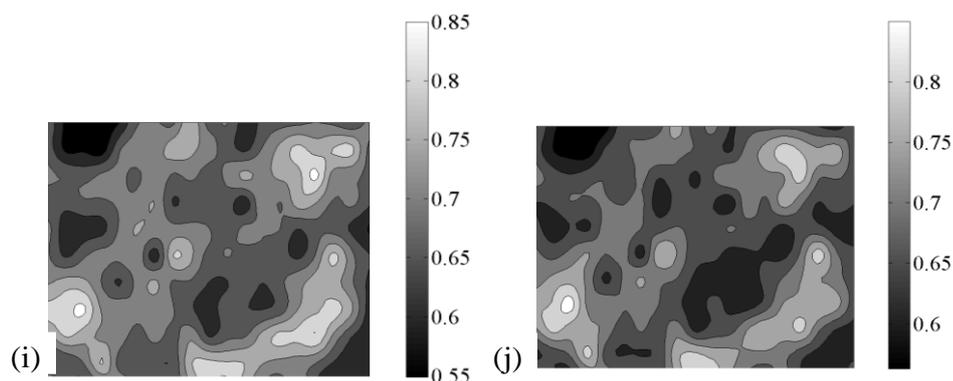


图 3-7 不同剪切阶段下试样内部孔隙比的分布情况(级配 $C_u=1.0$ , 初始孔隙比0.687围压500 kPa)(a)量测球前视图(b) 量测球平面图(c)  $\varepsilon_a=2\%$  (d) $\varepsilon_a=4\%$  (e)  $\varepsilon_a=8\%$  (f)  $\varepsilon_a=16\%$  (g)  $\varepsilon_a=24\%$  (h)  $\varepsilon_a=28\%$  (i)  $\varepsilon_a=32\%$  (j)  $\varepsilon_a=34\%$

Fig.3- 7 Measurement of void ratio distribution in the specimen at different shearing stages (grading index  $C_u=1.0$ , initial void ratio 0.687, cell pressure: 500 kPa). (a)front view of the measurement spheres (b) planform of the measurement spheres (c)  $\varepsilon_a=2\%$  (d) $\varepsilon_a=4\%$  (e)  $\varepsilon_a=8\%$  (f)  $\varepsilon_a=16\%$  (g)  $\varepsilon_a=24\%$  (h)  $\varepsilon_a=28\%$  (i)  $\varepsilon_a=32\%$  (j)  $\varepsilon_a=34\%$

### 3.5 加载条件对颗粒材料力学响应的影响

综合以上分析，采用选定的试样大小和参数对不同颗粒级配材料进行三轴试验，探讨若干重要因素对颗粒材料应力应变响应特性的影响。

#### 3.5.1 初始孔隙比的影响

初始孔隙比对材料在剪切过程中的应力应变特性有明显的影响。图 3-8 给出  $C_u=1.0$  材料在不同的初始孔隙比下的排水剪切试验 ( $p_0'=500$  kPa, CIDC)。

图 3- 8a 展示了相同围压下试样的峰值剪切强度随着初始孔隙比的升高而降低；在剪切应变超过 0.2 以后，试样的偏应力水平趋于稳定。对于初始孔隙比较高的试样 ( $e_0=0.810, 0.801$ )，试样在剪切过程中表现出应变硬化特性，而初始孔隙比较低的 ( $e_0=0.687, 0.738$ ) 的试样则反之。颗粒材料的这种剪切硬化软化现象在图 3- 8b 试样的体积应变变化规律中体现得更加明显：对于初始孔隙比较小的试样 ( $e_0=0.687, 0.738$ ) 在剪切过程中表现出剪胀特性；对于初始较为松散的试样则在剪切过程中表现出剪缩特性。所有试样在剪切到大应变情况下，其体积应变均趋于稳定，反映在  $e-p'$ 图中则是试样达到相同的临界状态孔隙比，如图 3- 8c 所示。

材料本身的剪切应力比也达到一个稳定的值，也就是所谓的临界状态应力比，如图 3- 8d 所示。

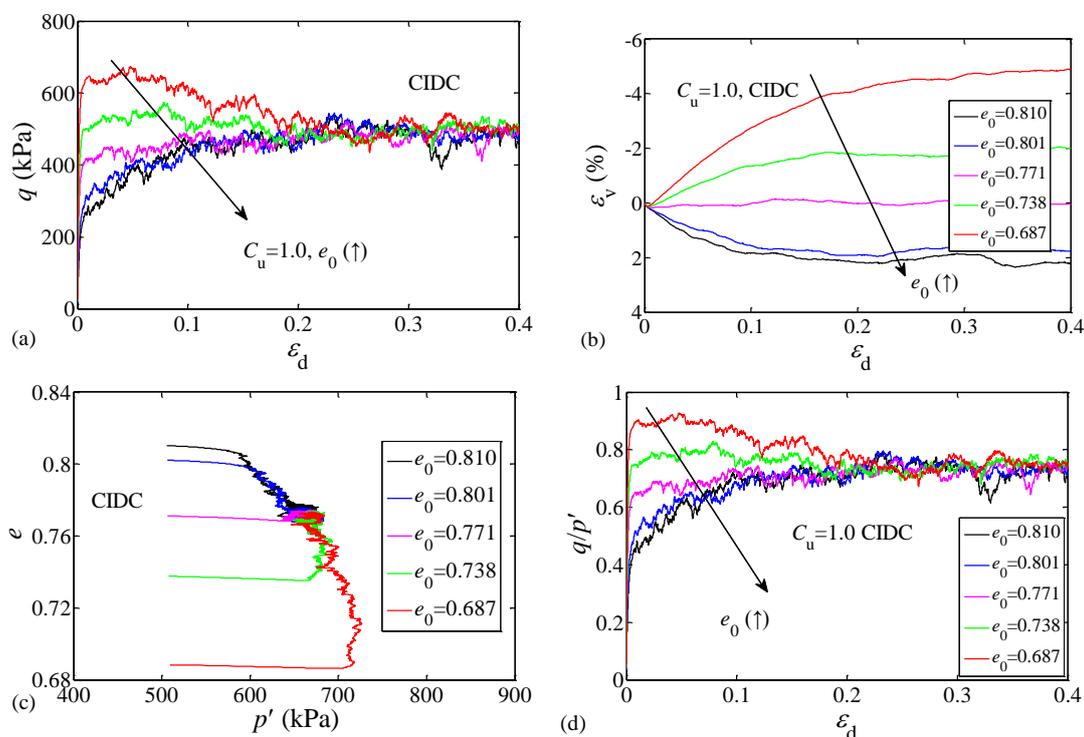


图 3- 8 初始孔隙比对颗粒材料应力应变响应和临界状态的影响(CIDC):(a)偏应力对偏应变(b) 体积应变对偏应变(c)孔隙比对平均有效应力(d)应力比对偏应变

Fig.3- 8 effect of initial void ratio on the stress strain response and the critical state of granular material (CIDC):(a)deviatoric stress versus deviatoric strain (b)volumetric strain versus deviatoric strain (c)void ratio versus mean effective stress (d)stress ratio versus deviatoric strain

可见初始孔隙比影响了材料的临界状态前的剪切强度和剪胀特性而对材料的临界状态没有影响。材料的临界状态摩擦角不受其初始孔隙比的影响。这与室内实验研究得到的结论一致。

### 3.5.2 围压的影响

不同围压水平下颗粒材料会表现出不同的抗剪特性和剪胀状态。图 3- 9 展示了颗粒级配  $C_u=1.2$  试样在不同围压下(100~2500 kPa)固结到相同初始孔隙比0.687后的排水压缩试验结果。

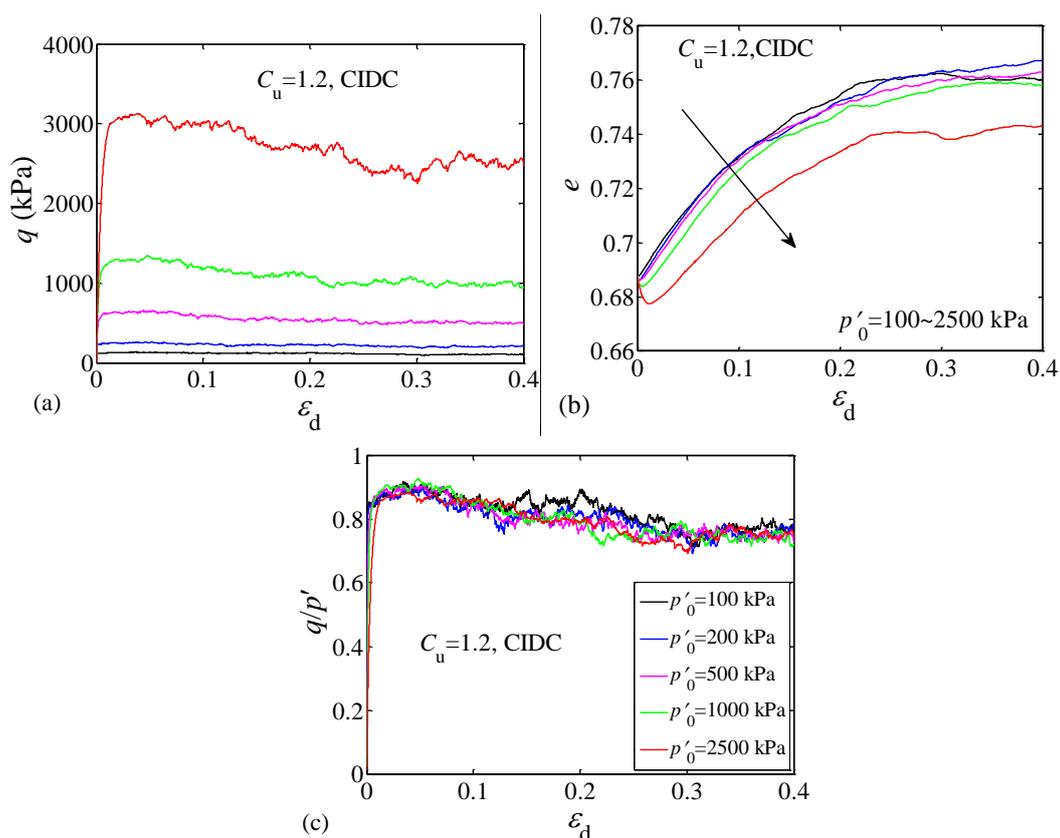


图 3-9 不同围压下颗粒材料的排水压缩剪切应力应变响应( $C_u=1.2$ ) : (a)偏应力对偏应变 (b) 孔隙比对偏应变 (c)应力比对偏应变

Fig.3- 9 stress strain drained compression response of granular material under different confining pressure ( $C_u=1.2$ ): (a) deviatoric stress versus deviatoric strain (b) void ratio versus deviatoric strain (c) stress ratio versus deviatoric strain

由图 3- 9a 可以发现围压越小的试样达到稳定应力状态所需要的剪切应变值就越小。在相同初始孔隙比的条件下，围压大的试样表现出更为明显的压缩性，剪胀性小于围压下的试样，如图 3- 9b 所示。在剪切初始阶段，围压越大的材料其剪缩越为明显，但随着剪切的进行，不同围压下试样均展示出剪胀特性，在大应变下试样的孔隙趋于不变。不同围压下颗粒材料的应力比随偏应变的演化规律是相似的，尽管剪切达到临界稳定状态下的孔隙比和应力水平是不一样的，但是对于其临界剪切应力比却是相同的，如图 3- 9c 所示。由此可推论颗粒材料的临界状态摩擦角不受围压的影响。

### 3.5.3 应力路径的影响

应力路径对颗粒材料的应力应变响应的影响是明显的。采用四种不同的剪切试验（CIDC、CIDE、CIUC、CIUE）研究不同应力路径下颗粒材料的力学特性。以不均匀系数  $C_u=1.43$ ，围压为 500 kPa，初始孔隙比为 0.687 的试样为例子，展示应力路径对颗粒材料力学特性的影响，如图 3-10 所示。

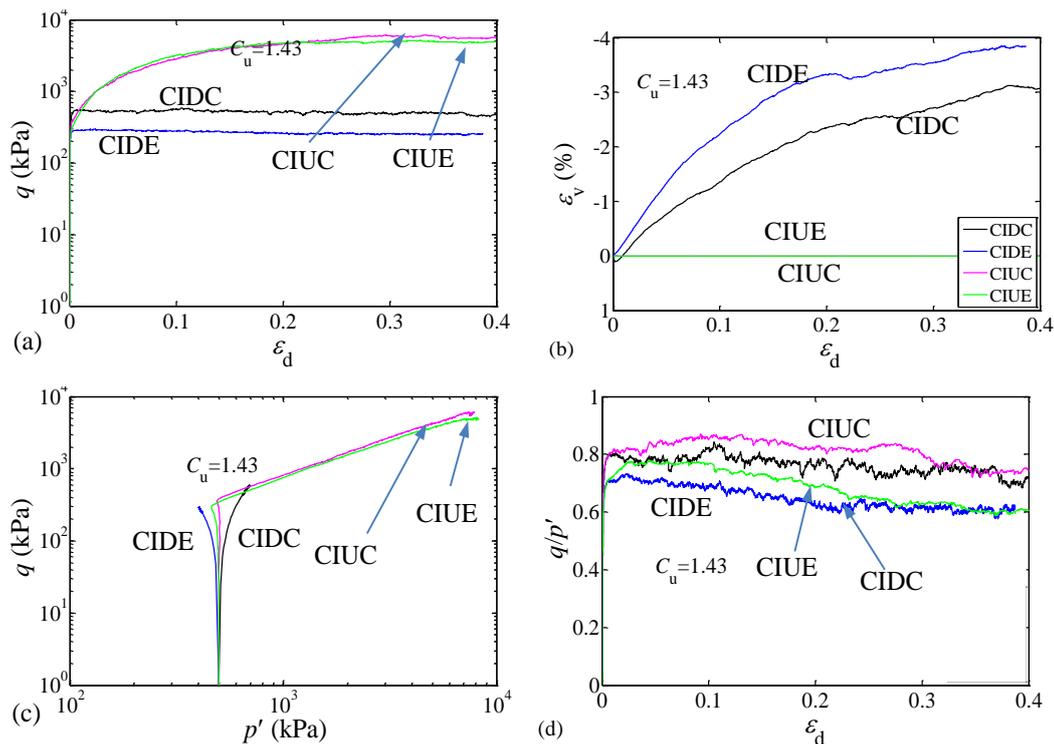


图 3-10 不同应力路径下颗粒材料的力学响应:(a)偏应力对偏应变(b)体积应变对偏应变(c)偏应力对平均有效应力(d)应力比对偏应变

Fig.3- 10 Mechanical response of granular material under different stress paths:(a)deviatoric stress versus deviatoric strain (b)volumetric strain versus deviatoric strain (c)deviatoric stress versus mean effective stress (d)stress ratio versus deviatoric strain

图 3-10a 给出试样中偏应力水平随剪切应变发展的演化过程。对于排水试验，试样的偏应力水平很快就达到稳定并一直保持到非常大应变下；而对于非排水剪切试验，无论是拉伸还是压缩条件，较之排水试验试样均需要更多的剪切应变来达到偏应力的稳定状态（偏应变  $> 25\%$ ）。

对于不同剪切模式，拉伸试验（排水和不排水）下材料的临界状态应力比要

比压缩试验的小，不受排水条件的影响。相同剪切模式（压缩或者拉伸）得到的临界剪切应力比相同，见图 3- 10b。

### 3.6 颗粒级配对材料力学响应的影响

为了研究颗粒级配对颗粒材料应力应变响应的影响，在 500 kPa 围压下，针对 5 个级配 ( $C_u=1.0\sim 1.82$ ) 分别制作了初始孔隙比相同 ( $e = 0.687$ ) 的 5 个试样（标准级配对比数值试样），并进行不同应力路径下的剪切试验，比较其应力应变响应特性，如图 3- 11~图 3- 14 所示。

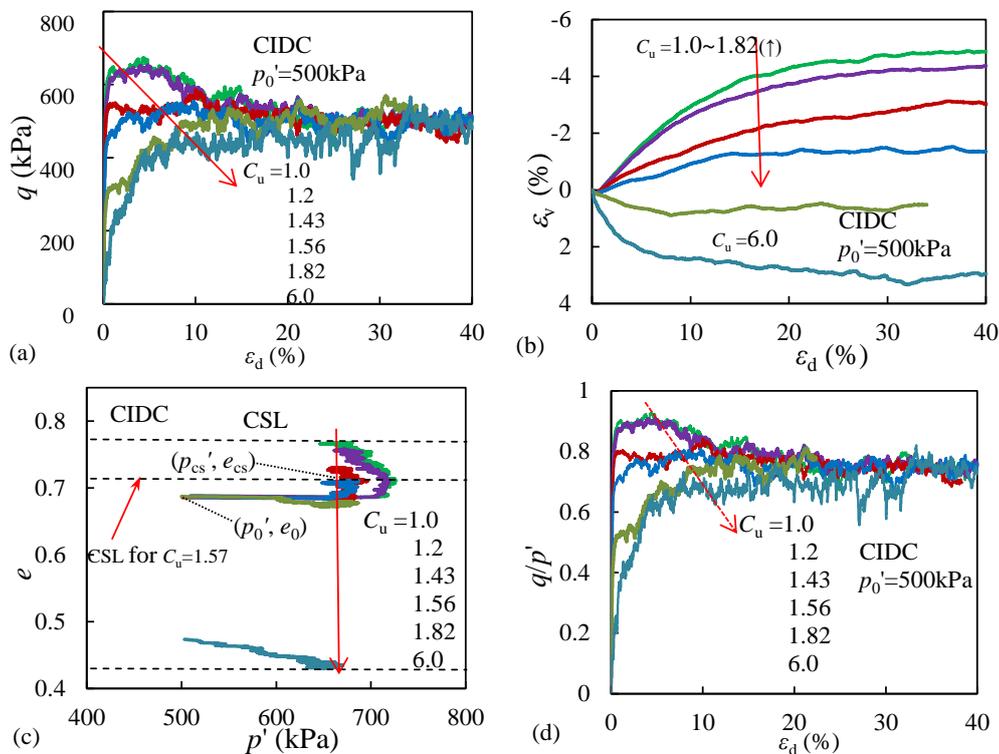


图 3- 11 不同颗粒级配DEM试样的应力应变响应(CIDC): (a)  $q-\varepsilon_d$  (b)  $\varepsilon_v-\varepsilon_d$  (c)  $e-p'$  (d)  $q/p'-\varepsilon_d$

Fig.3- 11 Stress-strain responses of DEM analyses for specimens with different GSDs (CIDC) : (a)

$q-\varepsilon_d$  (b)  $\varepsilon_v-\varepsilon_d$  (c)  $e-p'$  (d)  $q/p'-\varepsilon_d$

在大应变的情况下（轴向应变高于 25%），所有试样都达到一个稳定的状态（常应力水平和常体积应变），这就是所谓的临界状态如图 3- 11ab 所示。其中级配  $C_u=6.0$  的试样尽管与其它颗粒级配的初始孔隙比不同，但在剪切到大应变条件下都与其它级配一样达到了相同的临界应力状态。

正如 Yan 和 Dong<sup>[15]</sup>, Muir Wood 和 Maeda<sup>[68]</sup>, Biarez 和 Hicher<sup>[43]</sup>所展示的, 颗粒材料的剪切峰值强度对应颗粒级配的变化是非常敏感的, 随着不均匀系数  $C_u$  的增加而下降 (图 3- 11a)。对于具有较低不均匀系数  $C_u$  的试样 ( $C_u=1.0, 1.2$ ), 其剪切强度在在较小轴向应变范围内迅速增加, 达到一定应变水平后随着剪切的进行强度下降较为明显, 材料表现出剪切软化特性; 对于这样的不均匀系数较小的材料, 需要更大的剪切应变才能达到稳定状态 (图 3- 11b), 并且在剪切过程中体积应变经历了加载初期的压缩致密随后很快就发生剪胀并持续到剪切结束。相反, 对于具有较高不均匀系数的试样 ( $C_u=1.8$  和  $6.0$ ), 表现出较低的峰值强度甚至在剪切过程中没有出现明显的峰值 (图 3- 11a), 而是很快达到了常应力状态, 材料表现出剪切硬化特性; 同时, 材料在剪切过程中其体积一直处于剪缩状态, 并且在较小轴向应变范围内就达到稳定状态。

在加载条件和初始孔隙比相同的情况下, 不同颗粒级配材料的硬化软化, 剪胀剪缩特性是不同的。究其内在原因, 可以从状态参量  $\psi = e - e_{cs}$ <sup>[69]</sup> 的概念来进行分析。 $\psi$  是状态参量,  $e$  为材料的当前孔隙比,  $e_{cs}$  是材料的临界状态孔隙比。以级配  $C_u=1.57$  作为一个例子, 如图 3- 11c 所示,  $(p_0', e_0)$  是剪切初始状态, 而  $(p_{cs}', e_{cs})$  是该级配材料的临界状态点。状态参量的符号决定了试样的剪胀剪缩行为。对于该级配, 初始状态参量  $\psi_0 = e_0 - e_{cs}$  是负值, 而在整个加载过程中试样的孔隙比一直小于  $e_{cs}$  直到到达临界状态 (也就是  $\psi < 0$ )。可见该试样在整个剪切过程中都表现出剪胀特性。同理, 级配  $C_u=1.0$  试样也表现出剪胀特性。相反的, 对于不均匀系数  $C_u=6.0$  试样, 其初始状态参数  $\psi_0 = e_0 - e_{cs}$  在整个剪切过程中都是正值, 试样表现出剪缩特性。同时, 分析结果也展示了在相同围压下不同颗粒级配试样在临界状态达到相同的应力水平, 而并不受颗粒级配和初始孔隙比的影响。

图 3- 12 给出了 5 组颗粒级配材料的三轴排水拉伸剪切条件下材料的应力应变特性。由图中可见, 试样的偏应力峰值水平随着颗粒级配指标  $C_u$  的增大而下降, 并在大应变情况下趋于一致, 见图 3- 12a。较之压缩试验, 拉伸试验下材料的抗剪强度较低。材料的剪胀特性也是随颗粒级配的拓宽而逐渐减小, 并最终达到稳定的孔隙比, 见图 3- 12bc。

材料的不排水压缩和拉伸剪切试验如图 3- 13 和图 3- 14 所示。无论压缩还是拉伸剪切模式, 随着剪切的进行, 级配指标  $C_u$  较小的试样, 其偏应力水平一直上升, 直到大应变下达到稳定的临界状态; 而对于  $C_u=1.82$  的试样, 其偏应力先经

过一个非常短暂的迅速上升后，就急剧下降，并且很快稳定在一定水平直到临界状态。 $C_u$  较小的试样由于本身拼装比较密实，在剪切作用下颗粒体系不断地被剪“硬”，表现出抗剪强度迅速蹿升；而较大  $C_u$  值的试样，颗粒之间的摩擦作用在外力作用下很快被“攻克”，使得体系颗粒重组加剧，加大了颗粒的相对位移，使得体系处于不稳定状态，如图 3-13b 和图 3-14b 中试样  $C_u=1.82$  所出现的平均有效应力降到最低点而后上升的转折也就是所谓的相变状态<sup>[175]</sup>或特征状态<sup>[152]</sup>。纵向比较不同颗粒级配试样的偏应力水平发现，随着颗粒级配指标  $C_u$  的增加，材料的不排水抗剪强度逐渐降低。

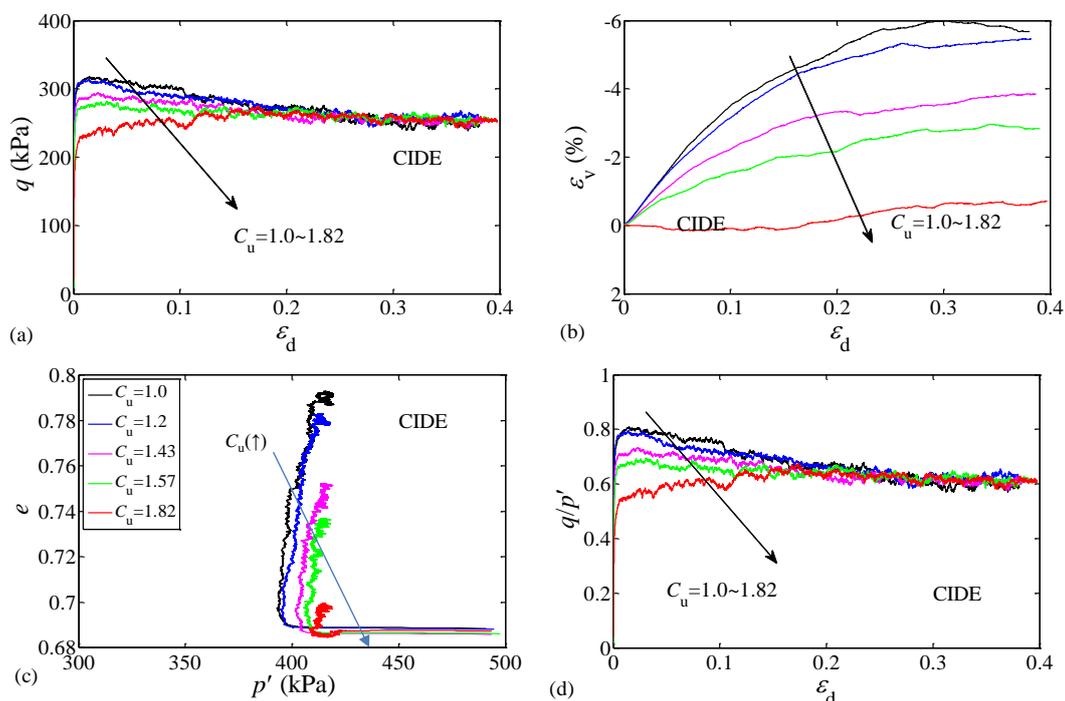


图 3-12 不同颗粒级配DEM试样的应力应变响应 (CIDE) :(a)偏应力对偏应变(b)体积应变对偏应变(c)偏应力对平均有效应力(d)应力比对偏应变

Fig.3- 12 Stress-strain responses of DEM analyses of specimens with different GSDs (CIDE) :(a)deviatoric stress versus deviatoric strain (b)volumetric strain versus deviatoric strain (c)deviatoric stress versus mean effective stress (d)stress ratio versus deviatoric strain

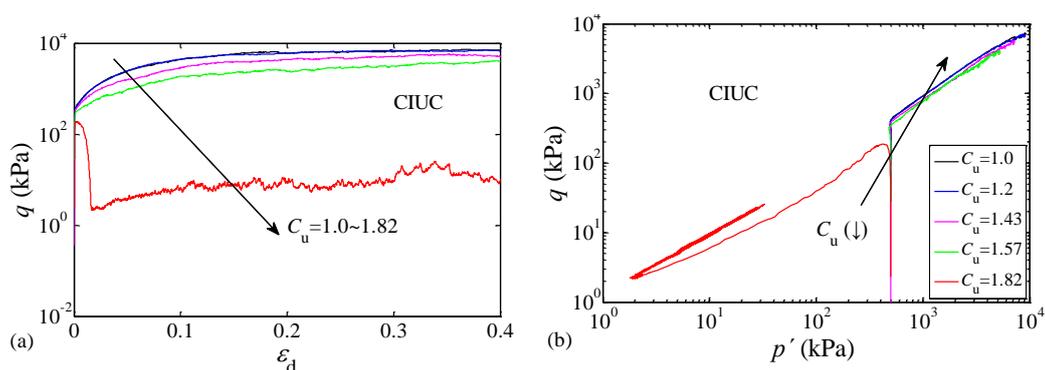


图 3-13 不同颗粒级配DEM试样的应力应变响应 (CIUC) :(a)偏应力对偏应变 (b)偏应力对平均有效应力

Fig.3- 13 Stress-strain responses of DEM analyses of specimens with different GSDs (CIUC) :(a) deviatoric stress versus deviatoric strain (b) deviatoric stress versus mean effective stress

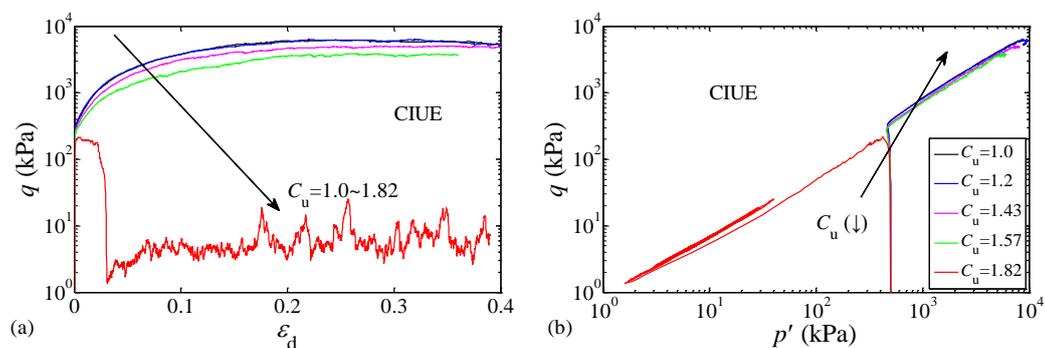


图 3-14 不同颗粒级配DEM试样的应力应变响应 (CIUE) :(a)偏应力对偏应变 (b)偏应力对平均有效应力

Fig.3- 14 Stress-strain responses of DEM analyses of specimens with different GSDs (CIUE) :(a) deviatoric stress versus deviatoric strain (b) deviatoric stress versus mean effective stress

### 3.7 颗粒材料的级配相关临界状态线

由前面提到的，材料的偏应力水平和孔隙比在剪切到较大应变水平下趋于稳定，因此剪切的最后阶段可以定义为临界状态。本文针对 7 个不同颗粒级配材料，选择 5 级围压（100 kPa、200 kPa、500 kPa、1000 kPa 和 2500 kPa）进行不同应力路径（CIDC、CIDE、CIUC、CIUE 和  $p_{cst}$ ）加载到临界状态。Been 等<sup>[5]</sup>通过室内实验指出颗粒材料的临界状态线和稳定状态线是相同的，不受应力路径和材料初始密实度的影响。Sitharam 和 Vinod<sup>[65]</sup>采用 3D-DEM 数值模拟确认了稳定状态线

和临界状态线是一致的。因此，通过量测不同级配试样在临界状态下的应力和孔隙信息，并将其绘制在  $q-p'$  平面和  $e-p'$  平面上，就可以定义一组材料的临界状态下。由于数值试验的应力应变曲线并不平滑，量测中采用剪切最后 5 % 应变范围内的平均值作为临界状态应力应变值。从所得到的实验结果可以看出，颗粒材料在相同围压下的临界应力比值是一致的， $\eta = q/p' = M$ ，不受颗粒级配的影响，如图 3-15a 所示。压缩临界应力比  $M_c=0.75$ ，拉伸临界应力比  $M_e=0.6$ ，等效于临界状态摩擦角  $19.5^\circ$ 。与分析室内实验结果类似，从数值实验得到的临界状态数据也可以采用方程(2.3)来拟合  $e-p'$  平面上的临界状态线，如图 3-15b 所示。

相比  $q-p'$  平面上的最后应力状态点是共线的， $e-p'$  平面上临界状态线的位置是和颗粒材料的级配分布相关的。如图 3-15b 所示，在  $e-p'$  平面上，临界状态线的位置随着颗粒级配指标的增大而降低。将临界状态参数与和颗粒级配指标  $C_u$  建立关系，同样可以采用方程(2.4)拟合 ( $a_{e0}=0.354$ ， $b_{e0}=0.624$ ， $c_{e0}=0.356$ ， $a_\lambda=5.6 \times 10^{-4}$ ， $b_\lambda=4.4 \times 10^{-3}$  和  $c_\lambda=1.85$ )，如图 3-16 所示。根据该拟合关系可以进一步确认室内实验得出的，在  $C_u$  大于 10 后，临界状态线的位置和斜率均趋于稳定。

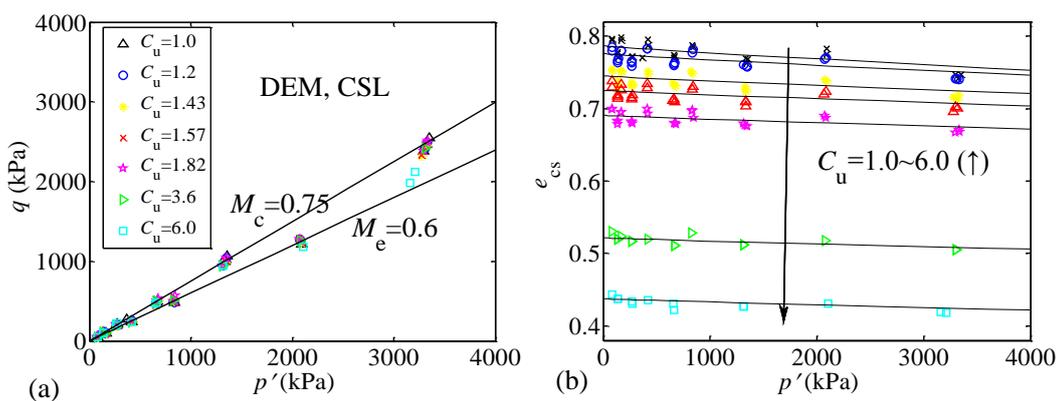


图 3-15 DEM 试样的临界状态线(a)  $q-p'$  平面(b)  $e-p'$  平面

Fig.3-15 Critical state lines of DEM analysis (a)  $q-p'$  plane; (b)  $e-p'$  plane

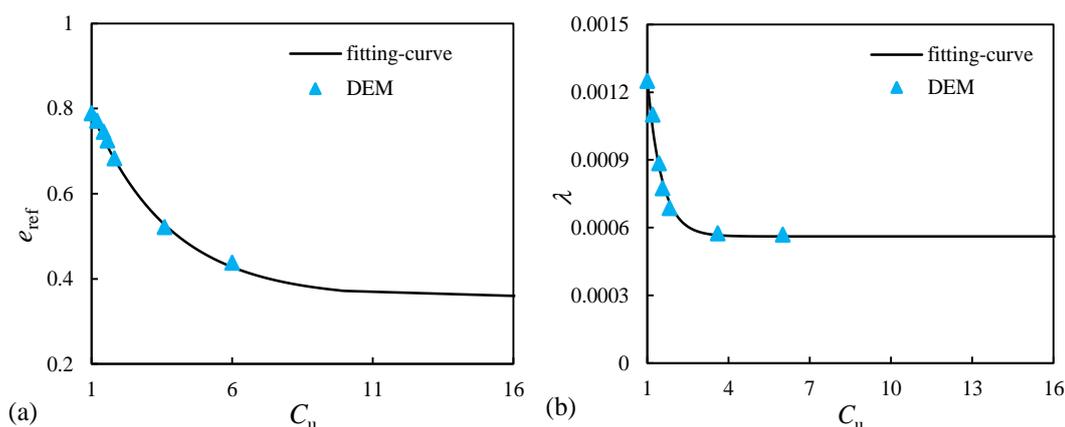


图 3-16 参考孔隙比 $e_{ref}$ , 梯度 $\lambda$ 与不均匀系数 $C_u$ 的关系(a)  $e_{ref}$ 和 $C_u$  (b)  $\lambda$ 和 $C_u$

Fig.3- 16 Relationship between reference void ratio  $e_0$ , gradient  $\lambda$  and coefficient of uniformity  $C_u$ :

(a)  $e_{ref}$  and  $C_u$  (b)  $\lambda$  and  $C_u$

### 3.8 本章小结

通过 DEM 参数优化分析, 得出本研究中 DEM 数值模拟所需要的参数。基于数值模拟, 探讨了不同应力路径下颗粒材料的级配相关力学特性, 得到的主要结论如下:

(1) 分析了不同应力路径下材料的剪胀减缩特点, 得出相同初始孔隙比试样在相同加载条件下, 其剪胀性随着颗粒级配的拓宽而下降, 并出现从剪胀到减缩的转变; 材料从剪切软化到剪切硬化转变; 材料的不排水抗剪强度随着级配的拓宽而下降。

(2) 颗粒材料的剪胀减缩特性受到拉压剪切模式的影响, 相同初始条件下, 拉伸剪切下材料较之压缩剪切具有更明显的剪胀效果。

(3) 试验结果进一步确认了临界状态参数与颗粒级配指标  $C_u$  的非线性关系, 不受排水条件和拉压剪切模式的影响。在  $e-p'$  平面上的临界状态线是唯一的, 并随着级配的拓宽而下移, 临界状态线斜率也随着颗粒级配拓宽而减小, 预测趋势表明两者在  $C_u$  大于 10 后趋于稳定;  $q-p'$  平面上的临界状态线则为直线, 与级配无关, 不同剪切模式之间, 直线的斜率是存在差别。

## 第四章 颗粒材料级配相关的力学特性细观机理

### 4.1 引言

由于研究手段的局限性，早期研究者常常将颗粒集合体假定为连续体进行分析。一方面原因是在颗粒层面上的研究要求较为先进的实验设备，比如计算机拓扑技术 (CT)、扫描电子显微镜 (SEM)；另一个方面则是工程实践的局限性，很多工程问题所关心的尺度远大于颗粒材料的细观结构尺寸，因此只需要将颗粒集合体抽象出来为一个连续单元体，通过室内宏观力学实验来分析颗粒材料的力学特性和变形演化规律；与此同时也就忽略了颗粒材料体的离散特性和单颗粒组织体系。颗粒材料集合体由相互作用的大量颗粒个体组成，本质上是不连续的和不均匀的。

近年来随着实验设备的发展和数值方法的革新，学者们逐渐认识到颗粒材料的复杂力学行为源自于其自身的离散性。许多学者发现颗粒材料的细观结构对材料宏观力学性能有很大的影响：材料的宏观力学性能不仅取决于颗粒材料本身的强度，还受到颗粒之间相互作用以及颗粒排布方式等多种因素的影响。例如：Oda<sup>[4]</sup>进行室内实验，指出砂土的初始组构对材料的力学特性如剪切应力比、剪胀率、割线模量等有很重要的影响。Yimsiri 和 Soga<sup>[131]</sup>分别从制样方法，大的预剪切和各向异性等方面定性对比了排水/不排水三轴剪切数值实验和室内实验在初始组构上对粒状土体力学性能的影响，指出 DEM 能够定性地反映这些室内实验规律。Yimsiri 和 Soga<sup>[170]</sup>指出不同加载模式不同排水条件以及不同剪切方向下材料初始组构对颗粒材料的剪切特性有明显的影响，特别是准稳定状态的影响。Chantawarangul<sup>[176]</sup>指出颗粒材料在剪切过程中的力学行为和物理演化过程可以通过颗粒材料的细观表征得到更为真实的描述。

可见颗粒材料的细观组构概念对研究颗粒材料力学性能具有重要意义，有助于更好的了解颗粒材料的力学特性演化过程，更好地解释材料宏观力学行为，还可以对于复杂颗粒材料力学行为进行预测。如何描述颗粒材料的细观组构以及通

过细观组构与材料的宏观力学特性建立联系是当前细观土力学研究的热点。

颗粒流数值方法拓展了传统连续介质分析方法，不仅能从单颗粒角度去分析颗粒集合体的宏观力学行为，也能深入到颗粒体系细观层面，剖析其细观组织结构的变化，从而从根本上解释颗粒材料复杂力学行为的深层机理。本章节仅针对 DEM 理想球体所组成的颗粒集合体进行细观力学分析，主要从配位数、接触法向、接触力分布以及相应的各向异性特性等细观表征展开讨论。

## 4.2 颗粒材料的细观表征

### 4.2.1 配位数及平均配位数

处于静态平衡状态的颗粒材料体系中，单一颗粒通常会和其它相邻颗粒发生接触。这个接触数目的总和称为该颗粒体的配位数<sup>[177]</sup>。颗粒材料体系中的配位数分布频率在某种程度上反映了颗粒体系的内部结构。对于颗粒体系而言，通常采用平均配位数来表征其内部接触的平均状态。平均配位数与颗粒体系内部的拼装参数（密实度、孔隙比等）有密切的联系<sup>[177, 178]</sup>。

Bathurst<sup>[179]</sup>将平均配位数定义为：

$$\gamma = \frac{M_v}{N_p} \quad (4.1)$$

其中， $M_v$  为颗粒集合体内接触总数目， $N_p$  是总的颗粒数目。

颗粒体系的最小平均配位数是由体系的稳定条件决定的<sup>[180]</sup>。假定包含  $N_p$  个无黏性颗粒集合体，总归具有  $M_v$  个接触数目。在这个体系的所有接触对中，存在  $3M_v/2$  个未知力分量。对于每个颗粒存在需要 6 个静态平衡方程需要求解，因此达到静态平衡所需要的最小平均配位数要求是

$$\frac{3M_v}{2} = 6N_p \quad (4.2)$$

结合公式(4.1)和(4.2)得出体系所需最小平均坐标数目为： $\gamma_{\min} = 4$ 。

通常情况下，平均配位数与颗粒材料内部结构的稳定性直接相关<sup>[181, 182]</sup>，并体现在宏观响应上，如 Sitharam 等<sup>[183]</sup>采用 DEM 模拟颗粒材料过液化抗剪强度特性，指出颗粒体系的平均配位数在剪切过程中忽然骤降，对应着土体结构的坍塌。具有高配位数的颗粒集合体更加稳定<sup>[176]</sup>。Edwards<sup>[184]</sup>也指出由球形颗粒集合体，平

均配位数大于等于 4 是保证体系处于稳定状态的必要条件。尽管如此，在颗粒材料试样的剪切过程中，总存在一些颗粒处于无接触或者只有一个接触（考虑颗粒自重的情况下）的状态，而这些接触对于颗粒体系中荷载的传递必然没有产生作用，对颗粒体系抵抗外力没有贡献<sup>[176, 185]</sup>。因此在分析颗粒材料体系配位数的分布不应该计入这些“无作为”颗粒。同时系统中接触对也应该只考虑有效接触对。据此，Thornton 和 Antony<sup>[186]</sup>排除了“无作为”颗粒，将平均配位数定义为：

$$Z_m = \frac{2N_c - N_1}{N_p - N_1 - N_0}, Z_m \geq 2 \quad (4.3)$$

其中  $N_c$  是颗粒体系中存在的接触对数目； $N_1$  是只有一个接触的颗粒数目， $N_0$  是处于无接触状态的颗粒数目。本文采用平均配位数  $Z_m$  对颗粒集合体的细观力学特性进行描述。

#### 4.2.2 组构及接触力

组构是对颗粒体系细观结构的一个描述，许多学者在颗粒材料细观组构描述方面做了大量工作。Oda<sup>[187]</sup>定义了一个组构张量  $F_{ij}$  来描述颗粒材料体的细观结构，并指出法向组构张量的第二不变量可以用于描述颗粒材料的各向异性特性。Oda 等<sup>[188]</sup>采用统计学的方法引进了一些颗粒材料细观组构的量测方法。Mehrabi 等<sup>[189]</sup>采用对称张量将材料的应力张量和细观组构张量联结起来。

Rothenburg 和 Bathurst<sup>[190]</sup>通过组构和接触力的统计规律研究二维圆盘颗粒的诱导各向异性随剪切变形的发展，建立了各向异性，平均接触力和外部荷载的关系。在此基础上 Oudfel 和 Rothenburg<sup>[191]</sup>将应力-力-组构关系描述拓展到三维椭球颗粒集合体的应用上。

Chantawarangul<sup>[176]</sup>研究三维球形颗粒体系，建立了三维应力-组构-力的统一关系，将宏细观力学特性联系起来。

下面综合前人的研究结果详细介绍颗粒材料细观组构相关概念以便于进一步阐释其细观表征和宏观力学现象之间的联系。

##### (1) 接触矢量和枝向量

通常颗粒与颗粒之间通过接触点发生接触。对于球形颗粒体，定义两个球体球心连线的方向为接触法向  $n_i^c$ ，与接触法向垂直的是接触平面。颗粒之间的相互

作用就发生在接触平面上。枝向量则定义为两球体球心连线的方向向量， $l_i^c = (r^A + r^B)n_i^c$ ， $r^A$  和  $r^B$  分别是发生接触的球形颗粒的半径。

## (2) 组构张量

组构张量通常用于描述随机拼装结构，可以采用枝向量<sup>[192]</sup>表示为：

$$\phi_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{c=1}^{N_c} l_i^c l_j^c \quad (4.4)$$

组构张量也可以采用接触法向<sup>[193]</sup>表示为：

$$\phi_{ij} = \frac{1}{N_c} \sum_{c=1}^{N_c} n_i^c n_j^c \quad (4.5)$$

对于球形颗粒体系，两者是对等的。Chantawaragul<sup>[176]</sup>指出接触分布可以用某方向角  $\Omega$  领域内的分布密度函数  $E(\Omega)$  表达如下：

$$\phi_{ij} = \frac{1}{N_c} \sum_{c=1}^{N_c} n_i^c n_j^c = \int_{\Omega} E(\Omega) n_i^c n_j^c d\Omega \quad (4.6)$$

Chang 等<sup>[194]</sup>基于各向异性假定指出颗粒体系的接触密度分布函数可以展开如下：

$$E(\Omega) = \frac{3(1 + A \cos 2\theta)}{4\pi(3 - A)} \quad (4.7)$$

其中  $A$  为各向异性系数， $\theta$  为分布角度。

Ken-Ichi<sup>[195]</sup>采用最小二乘法表征颗粒材料的组构张量，通过将组构张量与单位球或者圆环函数建立关系。他指出可以采用球谐函数展开或者傅里叶级数展开来表征组构张量。Rothenburg 和 Bathurst<sup>[190]</sup>用球谐函数展开来近似接触法向分布，可以简化为二阶张量如下所示：

$$E(\Omega) = \frac{1}{4\pi} (1 + a_{ij}^r n_i^c n_j^c) \quad (4.8)$$

$$a_{ij}^r = a_{ji}^r \quad i \neq j, \quad a_{kk}^r = 0。$$

$a_{ij}^r$  为接触法向分布密度张量，其三个主值  $a_1^r$ 、 $a_2^r$ 、 $a_3^r$  分别用于描述三个主方向各向异性度。当颗粒材料体系处于各向同性状态下，三个主值均为 0；而当某个主值大于 0 的时候，表示在该方向上接触法向的分布密度高于各向同性状态，同时

也可以说明该方向上较之各向同性状态是处于加载状态；反之，则表明该方向接触法向的分布密度低于各向同性状态，该方向处于卸载状态。

$a_{ij}^r$  可以通过  $\phi_{ij}$  偏张量  $\phi_{ij}'$  进行求解：

$$a_{ij}^r = \frac{15}{2} \phi_{ij}' \quad (4.9)$$

组构各向异性可以用第二部变量表示如下：

$$a^r = \sqrt{\frac{3}{2} a_{ij}^r a_{ij}^r} \quad (4.10)$$

### (3) 接触法向力和接触切向力

无黏性颗粒材料接触平面上的作用力有接触法向力和接触切向力两种，法向接触力的方向是恒定的，平行于接触法向；接触切向力的方向则是垂直于接触法向力并在接触平面内视颗粒间相对运动而确定其方向。与组构张量的描述类似，接触法向力和接触切向力构成的张量也可以由各自的分布密度函数  $\bar{f}^n(\Omega)$  和  $\bar{f}^t(\Omega)$  表达：

$$F_{ij}^n = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \bar{f}^n(\Omega) n_i^c n_j^c d\Omega \quad (4.11)$$

$$F_{ij}^t = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} \bar{f}_i^t(\Omega) n_j^c d\Omega \quad (4.12)$$

平均接触法向力的分布形状与接触法向分布类似，可以近似地表达如下：

$$\bar{f}^n(\Omega) = f_0^n (1 + a_{ij}^n n_i^c n_j^c) \quad (4.13)$$

式中  $f_0^n$  是平均接触法向力， $a_{ij}^n$  代表了接触法向力组构张量，其主值为接触法向力各向异性系数。

颗粒体系中颗粒间接触平面上的切向力分布函数与接触法向力的分布函数非常相似，表达如下：

$$\bar{f}_i^t(\Omega) = f_0^n (a_{ij}^t n_j^c - (a_{kl}^t n_k^c n_l^c) n_i^c) \quad (4.14)$$

$$\bar{f}^t(\Omega) = \sqrt{(\bar{f}_i^t \bar{f}_i^t)} \quad (4.15)$$

其中  $a'_{ij}$  代表了接触切向力组构张量，其主值为接触切向力各向异性系数。

接触力各向异性系数张量也可以通过  $F_{ij}^n$  和  $F_{ij}^t$  的偏张量来表示如下：

$$a_{ij}^n = \frac{15}{2} \frac{F_{ij}^n}{f_0^n} \quad (4.16)$$

$$a_{ij}^t = 5 \frac{F_{ij}^t}{f_0^n} \quad (4.17)$$

表征接触力各向异性程度的接触力各向异性系数为：

$$a^n = \sqrt{\frac{3}{2} a_{ij}^n a_{ij}^n} \quad (4.18)$$

$$a^t = \sqrt{\frac{3}{2} a_{ij}^t a_{ij}^t} \quad (4.19)$$

#### 4.2.3 应力-组构-接触力相关关系

颗粒集合体的承受外力的能力是由内部组构形式和接触力组成的。颗粒集合体中的应力形式可以通过体系内部接触法向以及接触力的分布来表达。研究者<sup>[176, 178, 179]</sup>基于以上定义的组构相关接触法向和接触力密度函数建立了应力-组构-接触力的相关关系。Bathurst<sup>[179]</sup>采用 DEM 数值模拟更加深入探讨了颗粒体系的宏细观力学特性的关系。他指出颗粒材料的各向异性特性很大程度上影响了材料的抗剪能力，主要的贡献来自于颗粒接触法向的分布和接触轴向力的作用，而接触切向力的贡献较小。他还研究了二维颗粒体系在稳定状态下的细观力学特性，指出颗粒材料的稳定状态可以由有限的细观结构不变量和接触力来进行表征。在稳定状态下，法向接触力各向异性与接触法向各向异性的比值接近 1。在忽略接触切向力的贡献的条件下，Bathurst<sup>[179]</sup>提出了稳定状态下作为细观各向异性函数的应力比不变量的一个简单表达式：

$$a_\sigma = \left| \frac{\sigma_t}{\sigma_n} \right| = \left( \sqrt{\frac{\overline{R'_{ij}} \overline{R'_{ij}}}{3}} + \sqrt{\frac{\overline{F'_{N_{ij}}} \overline{F'_{N_{ij}}}}{3}} \right) \quad (4.20)$$

其中  $\sigma_t$  是偏应力张量不变量， $\sigma_n$  是平均应力张量不变量， $\overline{R'_{ij}}$  是剪切偏组构张量，

$\overline{F}_{N_{ij}}$  是剪切偏接触力张量。

Rothenburg 和 Bathurst<sup>[190]</sup>建立了颗粒材料各向异性与其抗剪强度之间的二维解析相关关系:

$$\frac{\sigma_{22} - \sigma_{11}}{\sigma_{22} + \sigma_{11}} = \frac{1}{2}(a^r + a^n + a^t) \quad (4.21)$$

Rothenburg<sup>[196]</sup>引进平均组构各向异性特性和平均接触力对颗粒材料的细观力学特性进行量化,表示为应力—力—组构关系。采用 2D-DEM 进行数值模拟验证,并指出在大的应变情况下,颗粒体系的接触法向各向异性程度趋近于某个值,并且可以使用它来表示大应变下的宏观摩擦角,表示如下:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{11} &= p_{\text{micro}} \left[ 1 + \frac{a^n a^r}{2} + \frac{1}{2}(a^r + a^n + a^t) \cos(2\theta_a) \right] \\ \sigma_{22} &= p_{\text{micro}} \left[ 1 + \frac{a^n a^r}{2} - \frac{1}{2}(a^r + a^n + a^t) \cos(2\theta_a) \right] \\ \sigma_{12} = \sigma_{21} &= p_{\text{micro}} \left[ \frac{1}{2}(a^r + a^n + a^t) \sin(2\theta_a) \right] \end{aligned} \right\} \quad (4.22)$$

$$p_{\text{micro}} = \frac{m_v \bar{l}_0 \bar{f}_0^n}{2}$$

其中  $m_v$  是颗粒体系的接触密度,  $\bar{l}_0$  是平均接触向量长度,  $\bar{f}_0^n$  是平均接触法向力。

而细观应力比可以表示为:

$$\frac{\sigma_t}{\sigma_n} = \frac{\frac{1}{2}(a^r + a^n + a^t)}{\left(1 + \frac{a^n a^r}{2}\right)} \quad (4.23)$$

其中  $a_r$  是接触法向各向异性系数,  $a^n$  和  $a^t$  分别是无量纲接触法向力各向异性系数和接触切向力各向异性系数。

Chantawaragul<sup>[176]</sup>进一步建立了三维情况下球形颗粒体系的应力—力—组构关系的如下所示:

$$\sigma_{ij} = m_v \bar{l}_0 \int_{\Omega} \bar{f}_i^c(\Omega) n_j E(\Omega) d\Omega \quad (4.24)$$

式中  $m_v$  为接触密度,  $\bar{l}_0$  为平均枝向量长度。

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^o + \sigma_{ij}^r + \sigma_{ij}^f + \sigma_{ij}^{rf} = \frac{\overline{m_v f_0^n l_0}}{3} \left\{ \delta_{ij} + \frac{2}{5} (a_{ij}^r + a_{ij}^n + \frac{3}{2} a_{ij}^t) \right. \\ \left. + \frac{2}{35} [(a_{kl}^n - a_{kl}^t) a_{kl}^r \delta_{ij} + (4a_{il}^n + 3a_{il}^t) a_{ij}^r] \right\} \quad (4.25)$$

其中  $\sigma_{ij}^o$  为球应力张量,  $\sigma_{ij}^r$  为组构各向异性对体系整体应力的一阶贡献,  $\sigma_{ij}^f$  为接触力各向异性对颗粒体系应力的一阶贡献, 而  $\sigma_{ij}^{rf}$  则是组构和接触力交叉的二阶贡献, 通常二阶各向异性张量交叉乘项较之一阶项贡献在量值上相对要小很多<sup>[176]</sup>, 通常忽略掉<sup>[197]</sup>, 舍去交叉项可以得到:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^o + \sigma_{ij}^r + \sigma_{ij}^f = \frac{\overline{m_v f_0^n l_0}}{3} \left[ \delta_{ij} + \frac{2}{5} (a_{ij}^r + a_{ij}^n + \frac{3}{2} a_{ij}^t) \right] \quad (4.26)$$

其中,  $\delta_{ij}$  是克朗内克符号,  $a_{ij}^r$  是接触法向各向异性系数张量,  $a_{ij}^n$  和  $a_{ij}^t$  分别是接触法向力和接触切向力各向异性系数张量。  $\overline{f_0^n}$  是平均接触法向力,  $\overline{l_0}$  是颗粒体系的平均接触枝向量。

这个公式明确地阐述了法向和切向接触力以及组构各向异性对颗粒体系偏应力的贡献程度。它清晰地表明了不同荷载传递机理对颗粒体系抗剪强度贡献的单一简单关系。

颗粒体系中各向异性主要由两个方面产生: 一是几何各向异性; 一是力学各向异性<sup>[198]</sup>。多颗粒体系的几何各向异性可以通过接触法向分布和枝向量来表达。可见 Chantawaragul<sup>[176]</sup>采用球形颗粒体系时并没有分析枝向量各向异性对颗粒体系抗剪能力的贡献程度。Ouardfel 和 Rothenburg<sup>[191]</sup>分析了分析了椭球颗粒集体各向异性随剪切的发展规律, 指出接触枝向量各向异性会对椭球颗粒体系的抗剪能力产生负作用。Guo 和 Zhao<sup>[197]</sup>也指出枝向量各向异性会影响非球形颗粒体系抗剪强度的发展, 并将其引进球形多颗粒体系剪切强度的分析。他们得出对于球形多颗粒体系, 枝向量各向异性的影响非常小, 可以忽略。

因此基于应力-力-组构的三维颗粒体系细观应力比  $q/p'$  可以采用各向异性张量的不变量表达如下:

$$\frac{q}{p'} = \frac{2}{5} (a^r + a^n + \frac{3}{2} a^t) \quad (4.27)$$

图 4-1 举例给出了数值试样  $C_u=1.2$  在 500 kPa 围压下三个偏各向异性系数与细观应力比随轴向应变的演化规律。由图可见, 三个各向异性系数从大至小分别为接触法向力各向异性系数, 接触法向各向异性系数和接触切向力各向异性系数;

在较大应变情况下，三个各向异性系数趋于稳定。

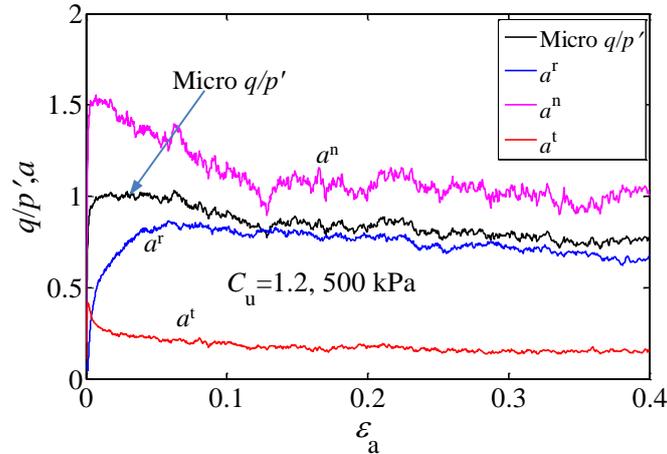


图 4-1 各向异性系数和应力比随轴向应变的演化 ( $C_u=1.2$ )

Fig.4- 1 Anisotropic coefficients and stress ratio against axial strain for specimen with  $C_u=1.2$

## 4.3 颗粒材料微观力学特征

### 4.3.1 配位数分布

图 4-2 给出了试样  $C_u=1.1$  和  $C_u=1.82$  ( $e_0=0.687$ ,  $p_0'=500$  kPa) 在不同剪切阶段中配位数的分布频率。在各向同性压缩固结下 ( $\varepsilon_a=0\%$  时)，对于单一颗粒分布材料 ( $C_u=1.0$ )，颗粒体系中不同配位数的分布呈现出高斯分布，如图 4-2a 所示，这与 Oda<sup>[177]</sup>的研究结果一致。材料的主导配位数是 6 和 5，以 6 最多；而对于不均匀系数  $C_u=1.82$  的试样，其主导的配位数是 4，见图 4-2c。同时可以发现，在整个剪切过程中，颗粒体系配位数的分布形态是相似的。

三轴剪切过程中，颗粒材料内部配位数的分布发生一定的变化。由图 4-2b 可见，在轴向应变小于 2% 的情况下，颗粒体系中的配位数分布频率变化较为明显，配位数为大于 6 的颗粒百分比逐渐减小，相反配位数小于等于 4 的颗粒数目逐渐增加；而在 2% 的轴向应变后配位数的分布形态趋于稳定，形成以 4 和 5 为优势配位数的颗粒体系，并一直延续至大应变情况，见图 4-2a。

对于不均匀系数  $C_u=1.82$  的试样，也表现出类似的变化规律，只是变化幅值较小。从各向同性固结后到剪切的各个阶段配位数的分布变化很小，只有剪切阶段的配位数分布与固结完成时的分布有细小差异，剪切过程中配位数为 2 和 3 的颗粒数目较之固结完成时有一定提升，配位数为 4 的颗粒百分比有微小下降。对

于轴向应变大于 2 % 下的配位数分布基本不变。可见对于较大应变剪切阶段，无论是单颗粒体系 ( $C_u=1.0$ ) 还是多颗粒体系 ( $C_u=1.82$ )，颗粒配位数的分布几乎不变，见图 4-2b 和 d。

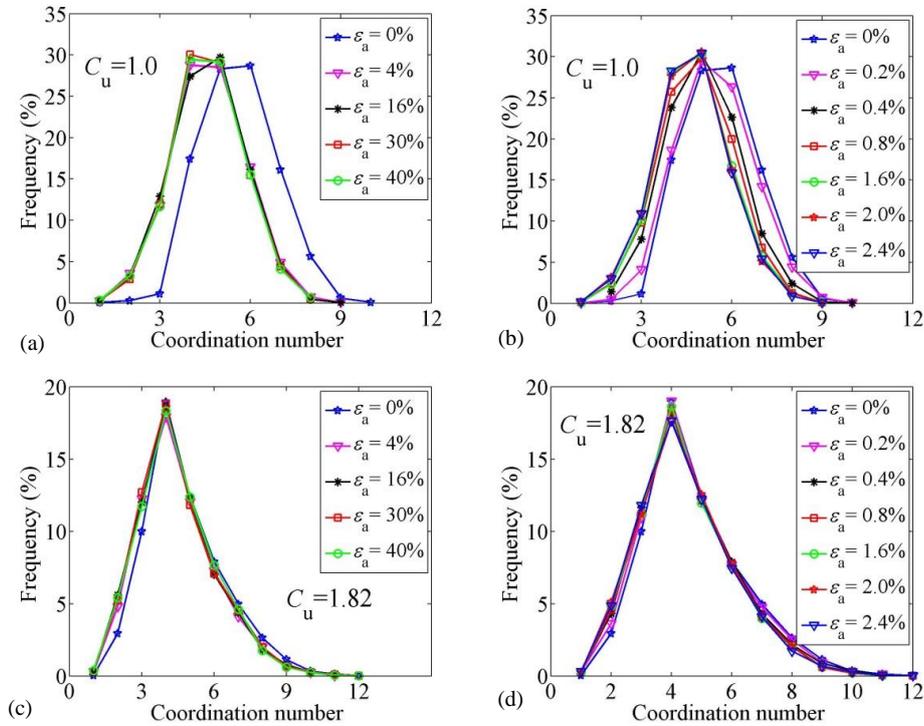


图 4-2 不同剪切阶段材料中配位数的分布频率(a) (b) $C_u=1.0$ (c) (d)  $C_u=1.82$

Fig.4- 2 Frequency distribution of coordination number for different shearing stages(a) (b) $C_u=1.0$ (c) (d)  $C_u=1.82$

### (1) 颗粒级配对配位数分布影响

不同颗粒级配下相同初始孔隙比材料的配位数的分布频率是不同的。如图 4-3a 所示，标准级对比试样 ( $e_0=0.687$ ,  $p_0'=500$  kPa,  $C_u=1.0\sim 1.82$ ) 在各向同性固结状态下随着材料不均匀系数  $C_u$  的提高，材料的主导配位数逐渐减小并倾向于稳定在 4。图 4-3b 给出了轴向应变为 4 % 时的配位数分布情况，配位数的分布频率仍呈现出级配相关性，主导配位数 4 所占百分比随颗粒级配系数的增加而下降，但在剪切过程中不同级配材料的优势配位数保持在集中在 4。由上文的分析可知在较轴向应变大于 2 % 后，不同颗粒级配材料的配位数分布频率较为稳定，如图 4-3c~d。

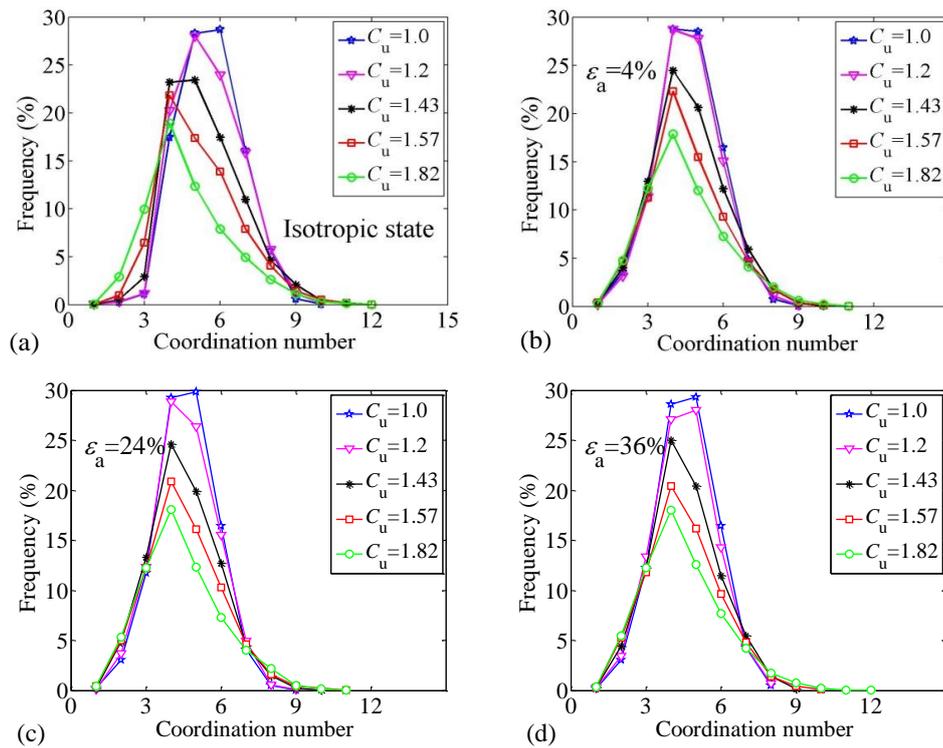


图 4-3 不同级配试样的配位数分布频率 (a) 固结完成状态 (b) 轴向应变为4% (c) 轴向应变为24% (d) 轴向应变为36%

Fig.4- 3 Frequency distribution of coordination number for granular materials with different gradings(a)isotropic state (b) axial strain 4% (c) axial strain 24% (d) axial strain 36%

## (2) 初始孔隙比对配位数分布影响

研究<sup>[177]</sup>指出颗粒材料的配位数与材料所处的孔隙状态具有相关性。图 4- 4 给出标准级配对比试样 ( $e_0=0.687$ ,  $p_0'=500$  kPa,  $C_u=1.0$ 、 $1.82$ ) 配位数在不同初始孔隙比情况下的分布。由图中可以发现初始孔隙比对材料配位数的影响较为明显。单颗粒体系不同孔隙比配位数在各向同性压缩状态下的分布形态有所差异, 如图 4- 4a 所示。对于越是密实的颗粒体系, 高接触数的颗粒数目减少, 低接触数的颗粒数目增加, 变化较为明显。对于多颗粒体系(如:  $C_u=1.82$ ), 不同孔隙比下试样的配位数分布频率也有类似单颗粒体系下的变化规律, 但是变化幅度较小, 如图 4- 4b 所示。对于较大应变的(轴向应变 $> 2\%$ )加载阶段, 同一级配不同初始孔隙比试样的配位数分布则是变化不大的(见图 4- 4c~f), 这和徐小敏<sup>[130]</sup>的研究结果一致。

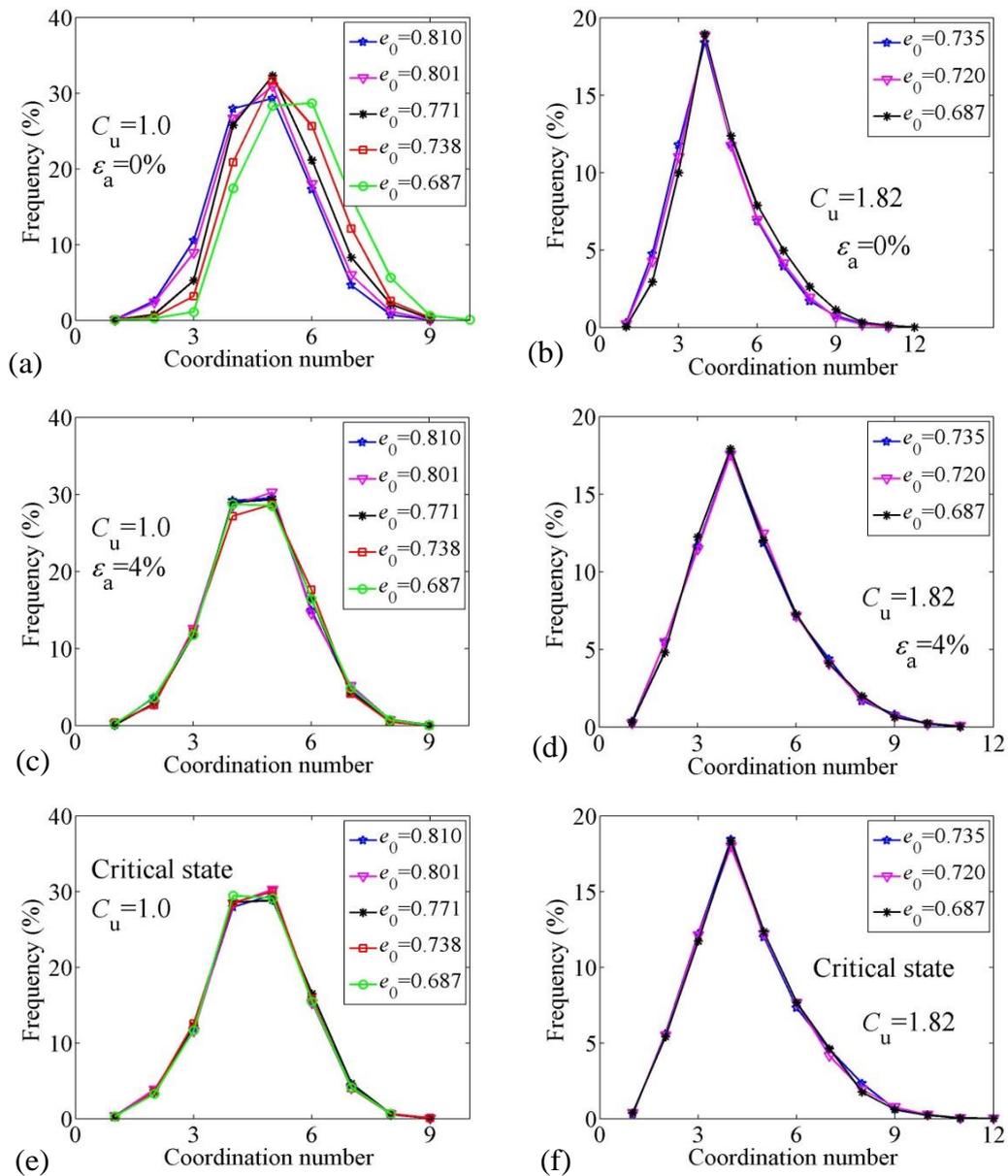


图 4-4 不同初始孔隙比试样的配位数频率分布: (a)  $C_u=1.0$ , 各向同性固结状态 (b)  $C_u=1.82$ , 各向同性固结状态 (c)  $C_u=1.0$ ,  $\varepsilon_a=4\%$  (d)  $C_u=1.82$ ,  $\varepsilon_a=4\%$  (e)  $C_u=1.0$ , 临界状态 (f)  $C_u=1.82$ , 临界状态

Fig.4- 4 Frequency distribution of coordination number for granular materials with different void ratios: (a)  $C_u=1.0$ , isotropic state (b)  $C_u=1.82$ , isotropic state (c)  $C_u=1.0$ ,  $\varepsilon_a=4\%$  (d)  $C_u=1.82$ ,  $\varepsilon_a=4\%$  (e)  $C_u=1.0$ , critical state (f)  $C_u=1.82$ , critical state

### 4.3.2 级配相关平均配位数的演化规律

#### (1) 平均配位数随剪切应变的演化规律

图 4-5 给出了标准级配对比试样 ( $e_0=0.687$ ,  $p_0'=500$  kPa,  $C_u=1.0\sim 1.82$ ) 在不同应力路径下的平均配位数随剪切应变的演化。由图 4-5a 中可以看出排水压缩剪切条件下颗粒材料的平均配位数在很小应变范围内发生急剧下降, 随后很快趋于稳定值; 而这个稳定值并随着颗粒级配系数  $C_u$  的增大而减小。对于拉伸实验也有同样的规律, 见图 4-5b。对比压缩和拉伸条件下平均配位数的演化是一致的。

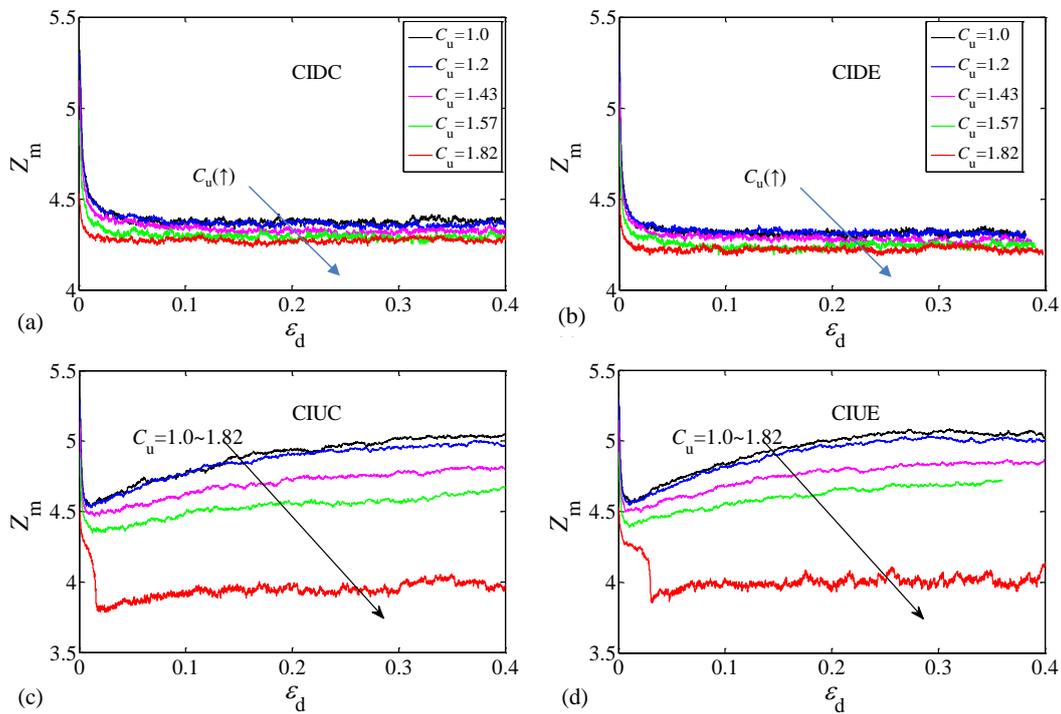


图 4-5 不同颗粒级配试样力学配位数随轴向应变的变化: (a)  $Z_m-\varepsilon_d$ , CIDC (b)  $Z_m-\varepsilon_d$ , CIDE (c)  $Z_m-\varepsilon_d$ , CIUC (d)  $Z_m-\varepsilon_d$ , CIUE

Fig.4- 5 Evolution of mechanical coordination number with axial strains for granular materials:

(a)  $Z_m-\varepsilon_d$ , CIDC (b)  $Z_m-\varepsilon_d$ , CIDE (c)  $Z_m-\varepsilon_d$ , CIUC (d)  $Z_m-\varepsilon_d$ , CIUE

图 4-5cd 给出了不排水剪切条件下不同颗粒级配材料的平均配位数演化过程。在剪切初期与排水剪切试验类似,  $Z_m$  同样也是出现一个明显的下降, 特别是对于级配  $C_u=1.82$  的试样下降得最为明显甚至低于 4, 这时候试样的剪切强度降到最低, 对应于宏观应力路径中的相变转折, 这与 Sitharam 等<sup>[183]</sup>的研究结论相似。与排水试验不同的是随着剪切的继续进行,  $Z_m$  缓慢地增加直至稳定状态。  $Z_m$  最后的

稳定值随着材料颗粒级配的拓宽而下降，对于试样  $C_u=1.82$  最终稳定在 4 附近。可见平均配位数反映了材料内部的稳定状况。

## (2) 平均配位数与平均有效应力的演化规律

Fu 和 Dafalias<sup>[131]</sup>指出平均配位数分布是和材料外部变量平均应力  $p$  相关的。图 4-6 给出了不同颗粒级配试样力学配位数随平均有效应力的演化过程。在排水剪切作用下，不同颗粒级配试样中平均配位数的变化规律是相似的，随有效应力的增加（CIDC）或者减小（CIDE）而迅速下降并很快达到稳定（见图 4-6ab）。对于不排水剪切试验，如图 4-6cd，没有发生液化的颗粒级配随着平均有效应力的上升而不断上升并在临界状态下达到稳定，稳定过程较为缓慢，在图 4-5cd 中也证实这一点；而对于发生液化平均有效应力急剧下降的级配  $C_u=1.82$ ，其平均配位数下降到最低值后又微微上升后达到稳定。对于不排水剪切试验，试样中平均配位数与平均有效应力的发展“步调”一致。

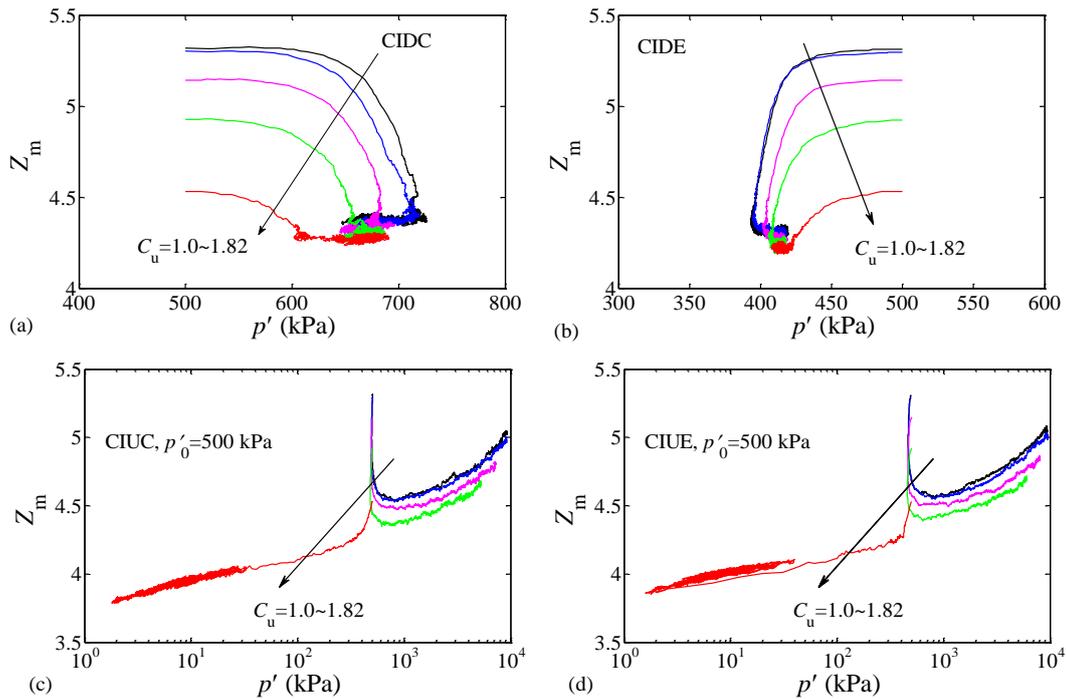


图 4-6 不同颗粒级配试样力学配位数随平均有效应力的演化过程: (a)  $Z_m-p'$ , CIDC (b)  $Z_m-p'$ , CIDE (c)  $Z_m-p'$ , CIUC (d)  $Z_m-p'$ , CIUE

Fig.4- 6 Evolution of mechanical coordination number with mean effective stress for granular materials: (a)  $Z_m-p'$ , CIDC (b)  $Z_m-p'$ , CIDE (c)  $Z_m-p'$ , CIUC (d)  $Z_m-p'$ , CIUE

结合图 4-5 和图 4-6 可以发展不排水条件下，颗粒级配较窄的试样 ( $C_u=1.0\sim 1.56$ ) 达到临界状态下的平均配位数水平要比相应排水条件下的高，而颗粒级配较宽的试样则低于对应排水条件下临界状态达到的平均配位数。对于相同颗粒级配材料而言，较低的外部平均应力对应着较小的平均配位数；不同排水条件下试样达到临界状态的平均应力水平不同，其平均配位数也就不同。

### (3) 力学配位数与孔隙比的演化规律

研究者<sup>[177, 194]</sup>对平均配位数与孔隙比的关系做了大量研究，提出了很多简洁的经验公式来描述两者之间的关系。Nouguier-Lehon<sup>[199]</sup>指出平均配位数与孔隙比的关系受到颗粒形状的影响明显，对于球形颗粒体系则不需要考虑这个因素的影响。

图 4-7 给出了标准级配对比试样在排水剪切下的力学配位数  $Z_m$  和孔隙比  $e$  的演化关系。结合图 4-5ab 和图 4-7，可以看出不同颗粒级配材料在剪切过程中表现出不同的剪胀减缩特性，而平均配位数只在剪切初期发生明显的变化，随后就趋于稳定，并没有在剪胀剪缩过程中发生明显的变化。据此可以推断不同颗粒级配的平均配位数与孔隙比的关系很难用一个关系式来表达。这与 Oda<sup>[177]</sup>得出的平均配位数与材料孔隙比的关系是与颗粒级配无关的结论不一致。同时由图 4-5cd 可以发现不排水实验中，试样的体积不发生变化，而  $Z_m$  的值却发生明显的变化。可见在不同排水路径下，平均配位数  $Z_m$  和孔隙比  $e$  不能形成统一的关系。

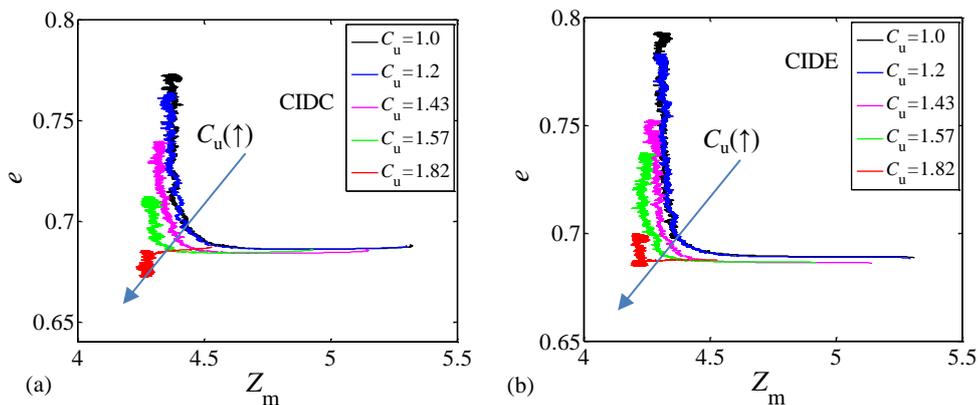


图 4-7 颗粒材料力学配位数与孔隙比的关系(a)CIDC (b)CIDE

Fig.4-7 Relationship between mechanical coordination number and void ratio of granular materials(a)CIDC (b)CIDE

### 4.3.3 接触法向和接触力分布

对于颗粒体集合体中相邻两个相互接触的颗粒之间的相互作用可以通过接触法向以及垂直于接触平面的接触法向力和平行于接触平面的接触剪力来描述。离散单元法的一个重要优势就是能够详细的刻画出颗粒体系内部细观接触法向和接触力的分布情况，从细观角度剖析宏观力学行为。

#### (1) 接触法向分布

图 4- 8 和图 4- 9 分别展示了多颗粒体系材料 ( $C_u=1.82$ ) 接触法向分布在三轴排水压缩和拉伸剪切过程中的演化规律。由图中可见，在各向同性固结状态下 ( $\varepsilon_a=0\%$ )，颗粒体系的接触法向的分布形状看起来近似一个球形，颗粒体系中接触法向的分布在各个方向是均匀的。随着剪切的进行，体系的接触法向进行重分布：在一定应变范围内分布形状在加载方向上被拉长（这个应变范围对于不同颗粒级配材料是不同的）。对于固结压缩剪切实验 (CIDC)，体系的接触法向分布是在竖直方向上被拉长成类似花生状，而对于拉伸剪切实验 (CIDE) 则是在水平方向上变得扁平。最终，加载到大应变状态下（如  $\varepsilon_a>20\%$ ）颗粒体系的接触法向分布形态都保持稳定的形态，也就是所谓的临界状态。

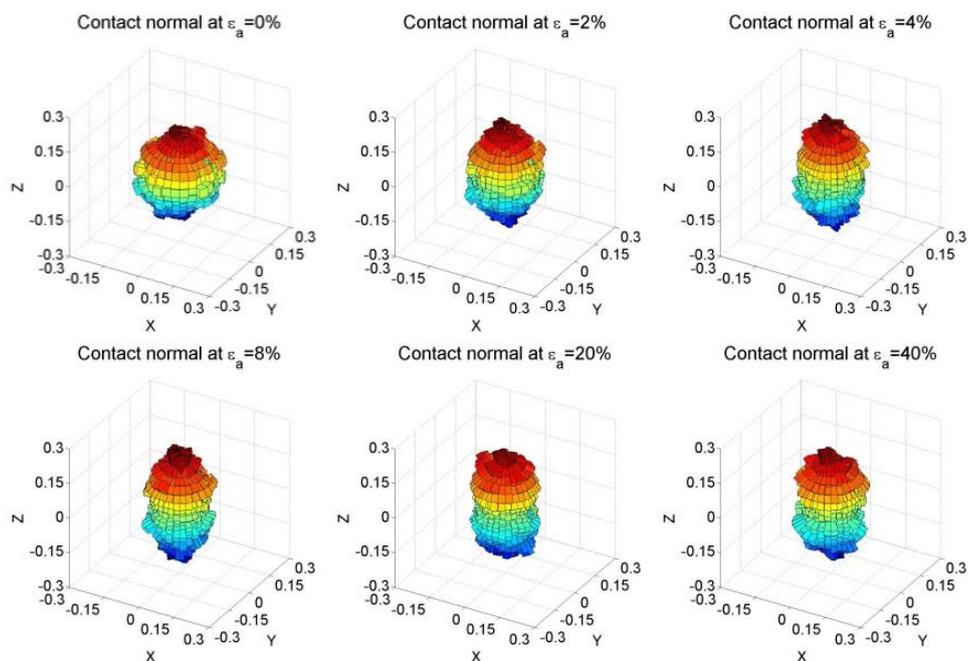
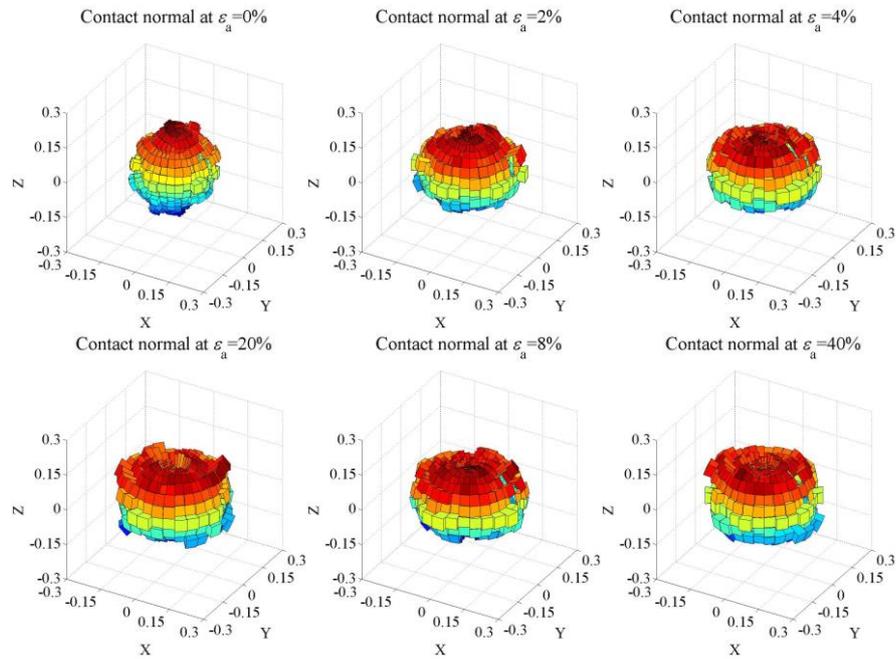


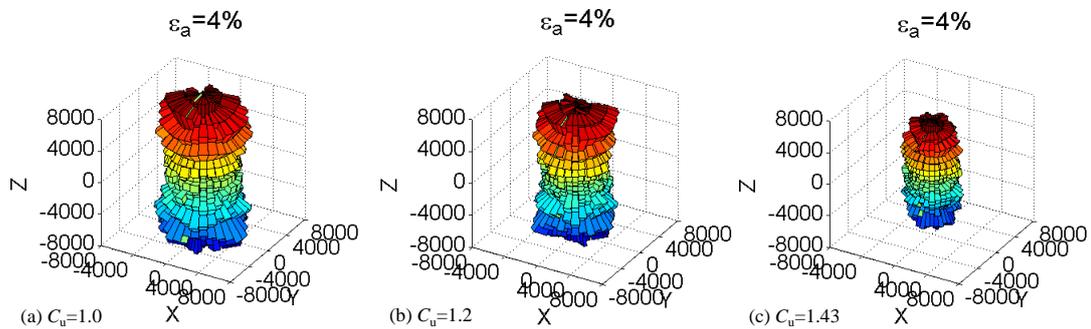
图 4- 8 级配 $C_u=1.82$ 试样在压缩剪切过程中的接触法向分布

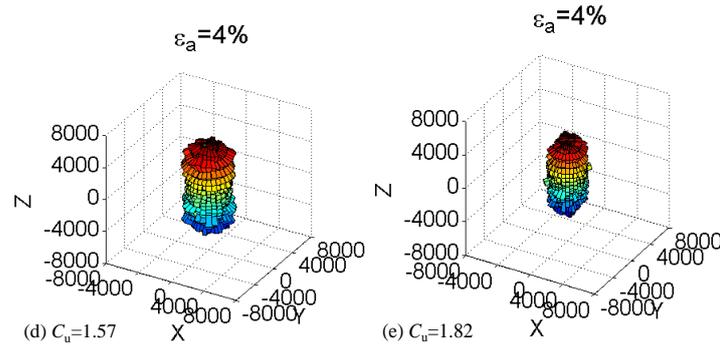
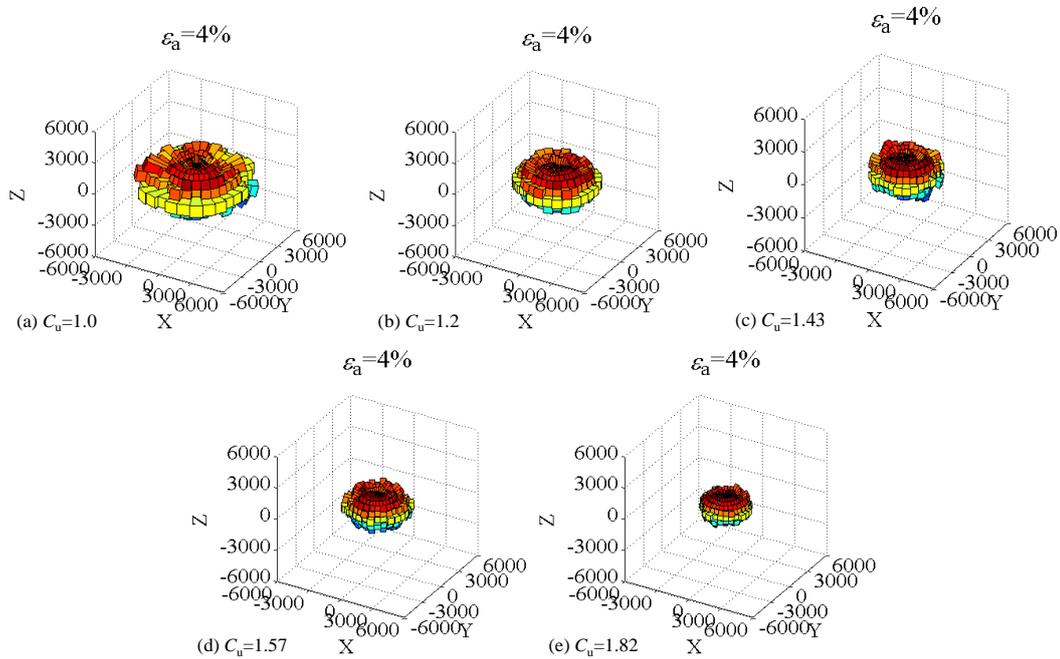
Fig.4- 8 Contact normal distribution for sample of grading  $C_u=1.82$  under compression shearing

图 4-9 级配 $C_u=1.82$ 试样在拉伸剪切过程中的接触法向分布Fig.4-9 Contact normal distribution for sample of grading  $C_u=1.82$  under extension shearing

## (2) 级配相关的接触法向力分布

接触法向力分布的大小反映了力链的强弱分布方向。图 4-10 和图 4-11 展示了标准级配对比试样在压缩和拉伸剪切条件下轴向应变为 4% 时的接触法向力分布情况。由图中可以看出，试样受到剪切作用时，其加载方向上的接触力强度会大于其它方向，如压缩试验对应于竖向，拉伸试验对应于水平向（竖向卸载相当于水平向加载）。接触法向力大小随着颗粒级配不同而不同，级配越窄，接触法向力越强；随着级配的拓宽，接触法向力的数值慢慢减小。



图 4-10 压缩剪切下试样接触法向力的分布 ( $\varepsilon_a=4\%$ , 单位: N)Fig.4- 10 Distribution of the contact normal force for samples under compression ( $\varepsilon_a=4\%$ , unit: N)图 4-11 拉伸剪切下试样接触法向力的分布 ( $\varepsilon_a=4\%$ , 单位: N)Fig.4- 11 Distribution of the contact normal force for samples under extension ( $\varepsilon_a=4\%$ , unit: N)

### (3) 级配相关接触切向力分布

不同颗粒级配试样的接触切向力的大小变化情况和接触法向力的大小变化规律类似。如图 4-12 和图 4-13 所示, 无论压缩或者拉伸条件下, 接触剪力的大小都随着试样不均匀系数的提高而降低。

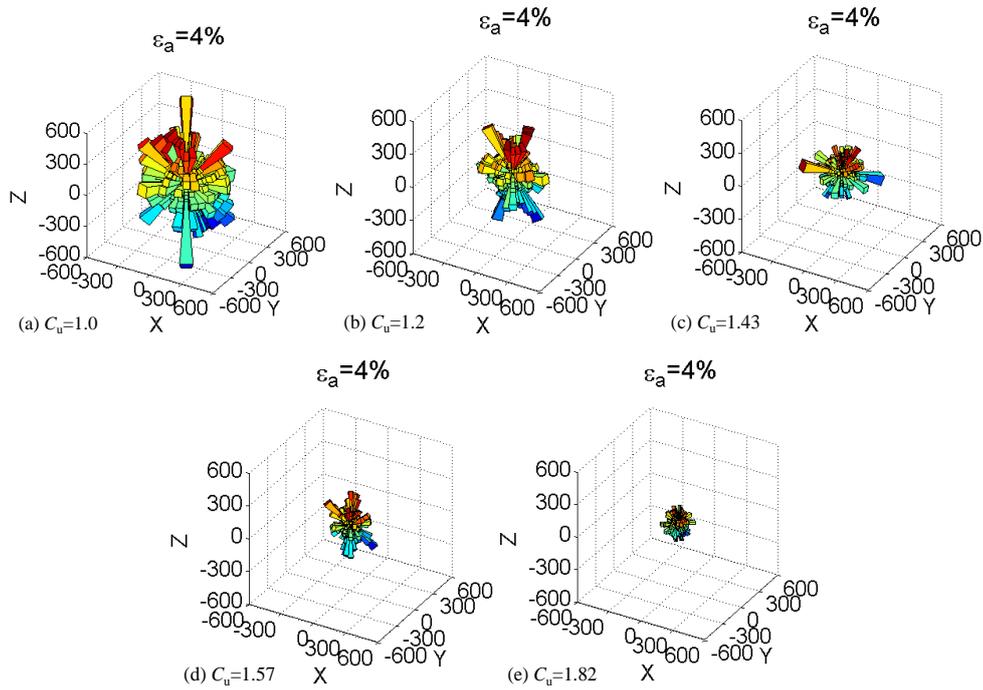


图 4-12 压缩剪切下试样接触剪力的分布情况 ( $\varepsilon_a=4\%$ , 单位: N)

Fig.4-12 Distribution of the contact shear force for samples under compression ( $\varepsilon_a=4\%$ , unit: N)

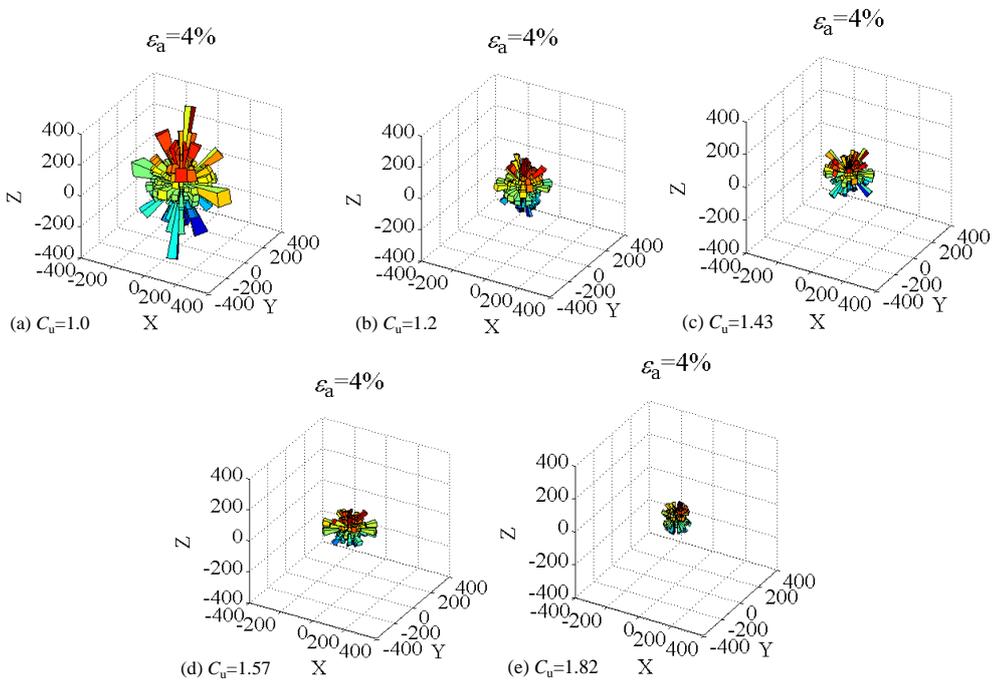


图 4-13 拉伸剪切下试样接触剪力的分布情况 ( $\varepsilon_a=4\%$ , 单位: N)

Fig.4-13 Distribution of the contact shear force for samples under extension ( $\varepsilon_a=4\%$ , unit: N)

#### 4.3.4 接触力概率分布

为了更好地比较不同情况下的接触力分布规律，通常采用归一化的方法，将体系所有除以平均接触力再行比较，从而方便进行横向和纵向比较。Radjai 等<sup>[200]</sup>基于颗粒体系中的平均接触法向力( $f_0^n$ )定义了接触强力( $f^n > f_0^n$ )和接触弱力两个子力网( $f^n < f_0^n$ )。下面就不同颗粒级配体系中接触力大小的分布进行深入分析。

##### (1) 随剪切应变演化

各向同性压缩情况下接触力的分布与剪切阶段差异较大，如图 4-14 所示，对于单颗粒体系，在完成固结后，体系内部法向接触力大小的分布呈现出高斯分布规律。最大分布密度是位于平均接触力附近的法向力，图中虚线代表接触力为平均接触力的情况。而在剪切阶段，颗粒体系中接触力大小分布变化较为明显。占优接触力大小较之固结阶段小，在  $C_u=1.82$  试样的接触力分布密度中也发现类似的现象。只是此时极小接触力的分布密度大于固结阶段的最大分布密度。

对于同一个级配而言，颗粒体系在剪切过程中，颗粒间法向接触力的分布规律变化不大，单颗粒体系 ( $C_u=1.0$ ) 如此，多颗粒体系 ( $C_u=1.82$ ) 亦是如此，如图 4-14 所示。然而对于不同颗粒级配材料，无论是剪切过程中还是各向同性固结状态，其颗粒间的法向接触力大小分布是有差异的，这个差异主要集中在弱力的分布上。

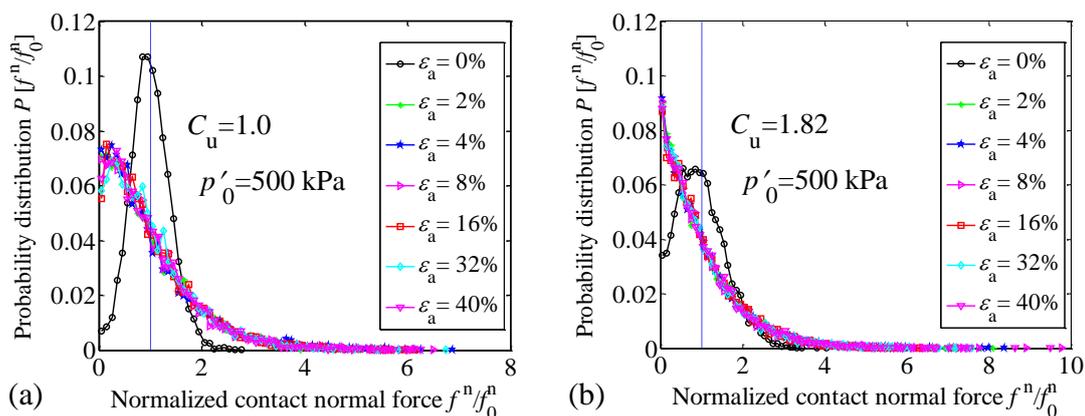


图 4-14 接触法向力随剪切过程的演化:(a) $C_u=1.0$ (b)  $C_u=1.82$

Fig.4-14 Evolution of contact normal force distribution during shearing :(a) $C_u=1.0$ (b)  $C_u=1.82$

同样的原理，将接触剪力的分布归一化后绘制成剪力大小的分布概率图，如

下所示。对于同一个级配材料，接触剪力的分布规律同样在剪切阶段是一致的，并且与各向同性固结阶段是不同的。这与接触法向力的分布特点类似。

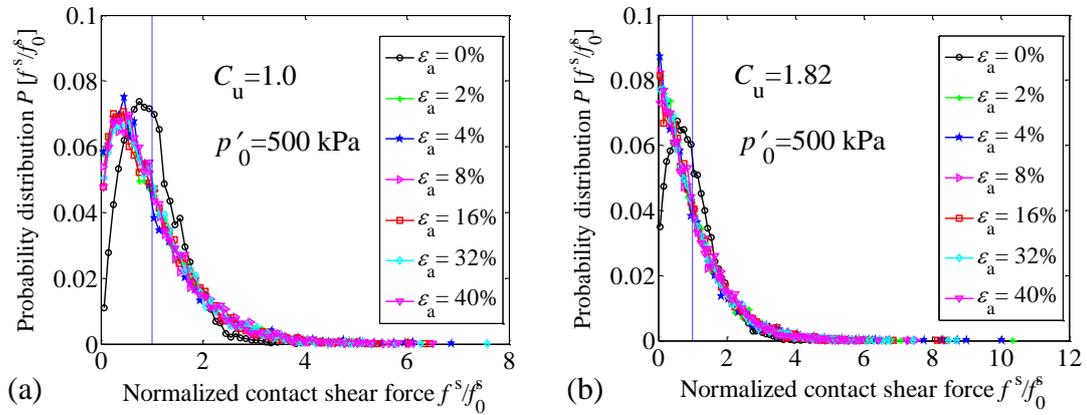


图 4-15 接触剪力随剪切过程的演化: (a)C<sub>u</sub>=1.0(b) C<sub>u</sub>=1.82

Fig.4- 15 Evolution of contact shear force distribution during shearing: (a)C<sub>u</sub>=1.0(b) C<sub>u</sub>=1.82

## (2) 围压的影响

单一颗粒体系在不同围压下 (100~2500 kPa) 接触法向力和接触切向力的分布情况见图 4-16 和图 4-17。由图中可见同一个颗粒级配在不同围压下的临界状态接触法向力和接触切向力的分布规律是相似的。也就是说临界状态下颗粒接触法向力和接触切向力的大小分布规律不受围压的影响。

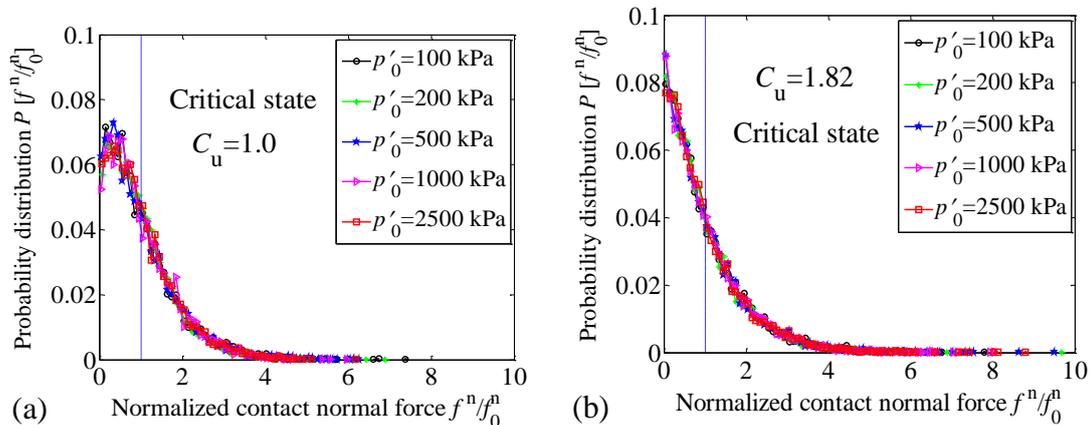


图 4-16 围压对临界状态下接触法向力的影响:(a)C<sub>u</sub>=1.0(b) C<sub>u</sub>=1.82

Fig.4- 16 Influence of confining pressure on the contact normal force under critical state : (a)C<sub>u</sub>=1.0(b) C<sub>u</sub>=1.82

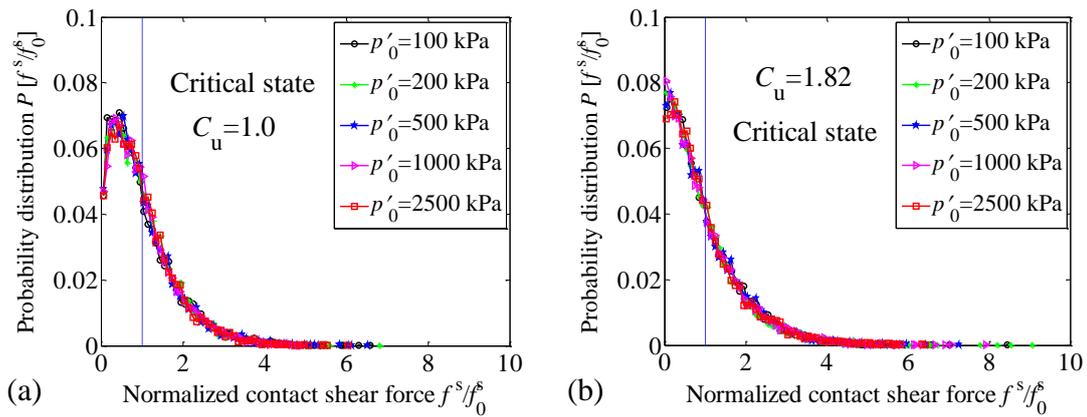


图 4-17 围压对临界状态下接触剪力的影响:(a) $C_u=1.0$ (b)  $C_u=1.82$

Fig.4-17 Influence of confining pressure on the contact shear force under critical state:(a) $C_u=1.0$ (b)  $C_u=1.82$

### (3) 初始孔隙比的影响

选取了同一个围压下（500 kPa）不同初始孔隙比的单颗粒试样剪切至临界状态并对比分析初始孔隙比对临界状态接触法向力和接触切向力的分布影响。从图 4-18 中可以发现对于接触力的整体分布规律是相似的。仅仅在接触力大于 6 倍平均接触力的范围内存在一点点差异。但是这部分接触数目极少，对整体接触力分布的影响很小。

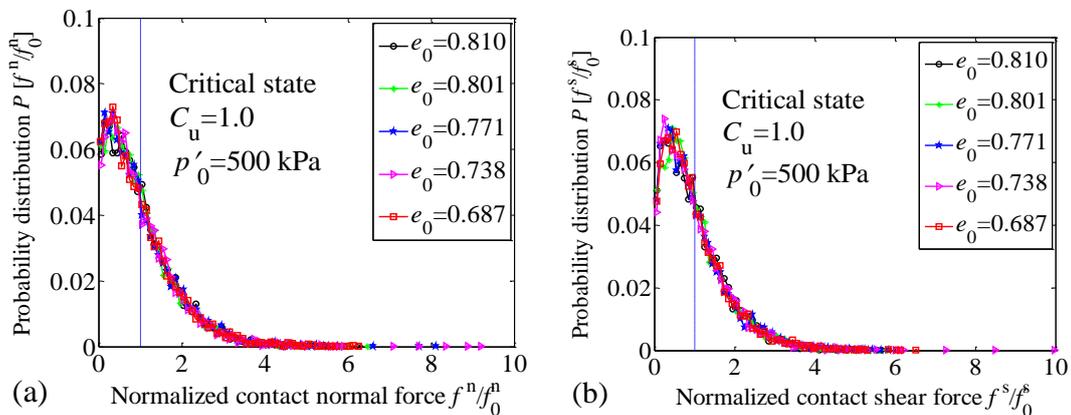


图 4-18 初始孔隙比对临界状态下颗粒体系接触法力的影响(a) 接触法向力(b)接触切向力

Fig.4-18 Influence of initial void ratio on the contact force of the granular system at critical state

(a) contact normal force (b) contact shear force

#### (4) 颗粒级配的影响

图 4-20 给出了各向同性固结状态下标准级配对比试样的接触力的大小分布规律。各级配材料的在固结状态下体系的接触力（法向、切向）大小集中在各自平均接触力附近，并且是级配相关性的。随着颗粒级配指标  $C_u$  的增加，各个体系接触力的分布逐渐趋于平缓。与平均接触力大小相近的接触力所占的比例逐渐下降，接触弱力和强力的比例都逐渐升高。

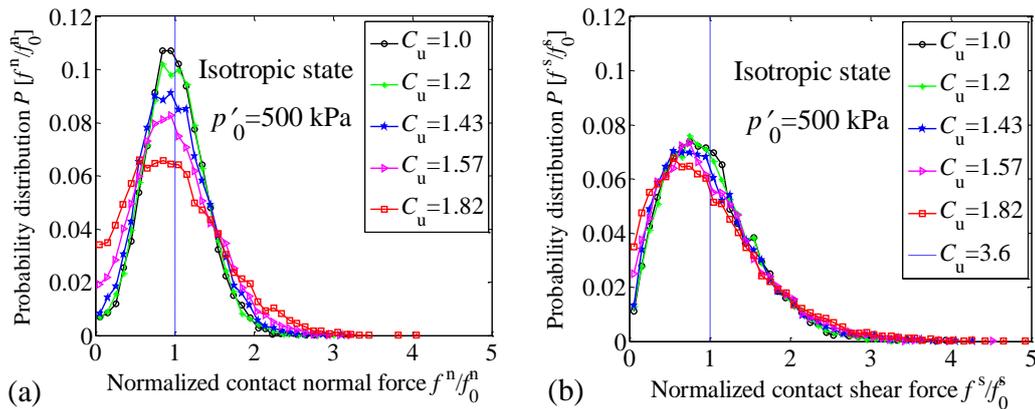


图 4-19 各向同性固结状态下级配接触力分布的影响 (a) 接触法向力 (b) 接触切向力

Fig.4-19 Effect of grading on the contact shear force at isotropic state: (a) contact normal force (b) contact shear force

不同颗粒级配试样到达临界状态所获得的接触力分布的归一化结果是很相似，仅仅在小于 0.5 倍平均接触力以内的接触力（法向、切向）分布存在差异性。并且随着颗粒级配的拓宽，这部分接触力所占的比重在增加，见图 4-20。

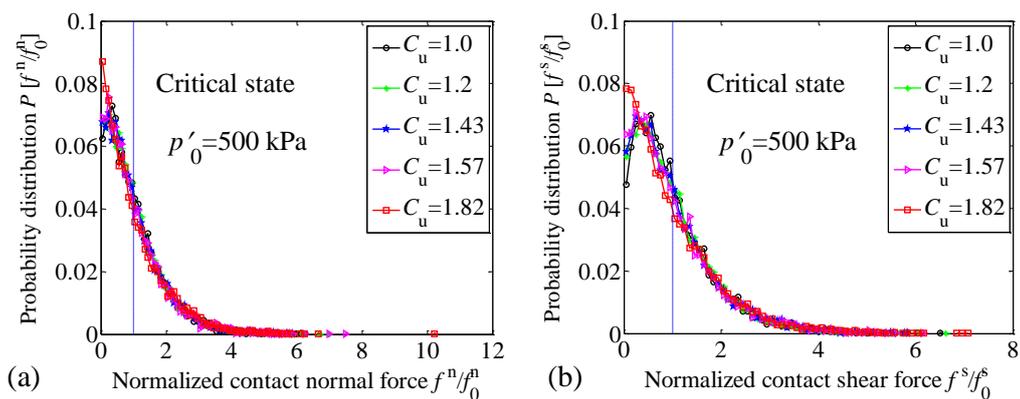


图 4-20 临界状态下颗粒级配接触力分布的影响 (a) 接触法向力 (b) 接触切向力

Fig.4-20 Effect of grading on the contact shear force at critical state: (a) contact normal force (b) contact shear force

### 4.3.5 细观组构各向异性演化

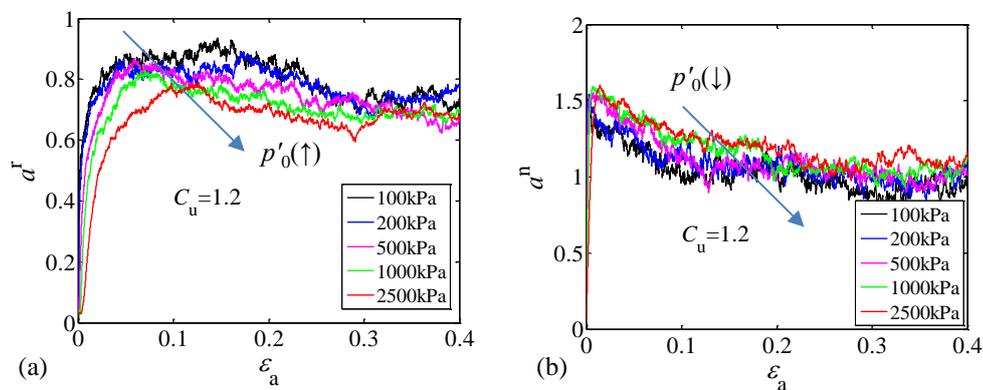
在持续的剪切作用下，颗粒体系中的颗粒不断地通过滑动或者转动来调整自身的位置以达到支撑外部荷载作用。这过程中颗粒体系会自然而然会产生不同的组构构型。

早期的研究表明在剪切的各个阶段颗粒材料的宏观强度与细观组构的各向异性度高度相关<sup>[190]</sup>。各向异性组构承担着被施加偏应力的主体，并个颗粒体系提供抗剪强度（比如，以应力比的形式）。室内实验数据也证明了在粒状土体材料达到临界状态之前土体的力学响应是高度各向异性的<sup>[201, 202]</sup>。Oda 等<sup>[203]</sup>、Thornton 和 Zhang<sup>[204]</sup>都指出颗粒材料的组构各向异性是和该状态下材料的应力状态相关的，并不是唯一的。研究者<sup>[4, 205]</sup>对土体组构的进一步研究表明粒状土体材料在临界状态下存在一个清晰的各向异性结构。

颗粒材料体系的偏应力承载能力与其接触方向和接触力的各向异性直接相关。也就是说，宏观上颗粒材料的抗剪强度取决于颗粒材料体系细观各向异性的发展程度。下面讨论不同因素对颗粒体系各向异性发展的影响。

#### (1) 组构各向异性随围压的发展

以  $C_u=1.2$  材料在相同初始孔隙比，不同围压下排水剪切试验为例子，见图 4-21。不同围压下同一种级配材料的各向异性系数演化规律是类似的。接触法向各向异性对围压变化具有明显敏感性：围压越大，接触法向各向异性系数越小，也就是试样的接触各向异性程度越低。同样表现较为明显的是接触切向力各向异性系数，在整个剪切过程中，围压越大的切向各向异性发展越明显。而接触力各向异性发展则对围压不敏感。



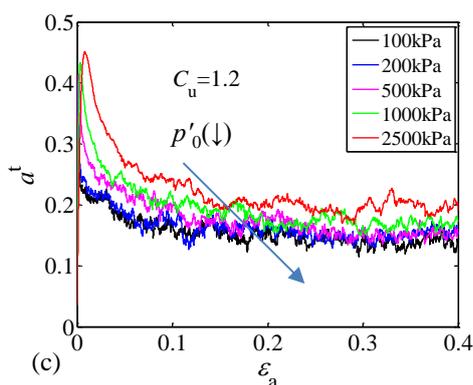


图 4-21 不同围压下颗粒材料各向异性系数的发展(a)  $a^t$ - $\varepsilon_a$  (b)  $a^n$ - $\varepsilon_a$  (c)  $a^t$ - $\varepsilon_a$

Fig.4- 21 Evolution of coefficients of anisotropy for granular material under different confinement pressures (a)  $a^t$ - $\varepsilon_a$  (b)  $a^n$ - $\varepsilon_a$  (c)  $a^t$ - $\varepsilon_a$

## (2) 颗粒级配相关微观组构的演化

图 4-22 展示了标准级配对比试样 ( $C_u=1.0\sim 1.82$ ) 的接触法向各向异性系数随剪切应变的演化规律。各个颗粒级配试样的接触法向各向异性系数在加载初期均有较为明显的上升, 达到一定剪切应变水平后 (轴向应变大于 0.25) 明显趋于稳定。获得接触各向异性的稳定状态, 不同颗粒级配试样所需要的剪切应变应值是不同的, 这个值随着颗粒级配的拓宽而减少。

由图中可以看出, 接触法向各向异性系数的发展曲线的初始斜率是不同的, 随着颗粒级配的拓宽而降低, 表明材料的颗粒组成越是不均匀, 其接触法向各向异性的衰减越是明显, 也即是越容易获得稳定的接触法向分布。而当材料剪切到大应变情况下 (轴向应变大于 0.25), 不同颗粒级配试样的接触各向异性的发展趋于统一。

由此可见, 颗粒材料的微观接触法向随剪切应变的演化过程是级配相关的, 并在临界状态下达到统一的接触法向各向异性程度。

图 4-23 给出了标准级配对比数值试样的接触法向力各向异性系数随剪切应变的发展曲线。类似接触法向各向异性系数的发展规律, 接触法向力各向异性系数演化特点同样在剪切到临界状态前表现出颗粒级配相关性; 相比之下, 相同颗粒级配试样在更小的剪切应变范围下达到稳定状态, 这与 Guo 和 Zhao<sup>[197]</sup>的研究结论一致。

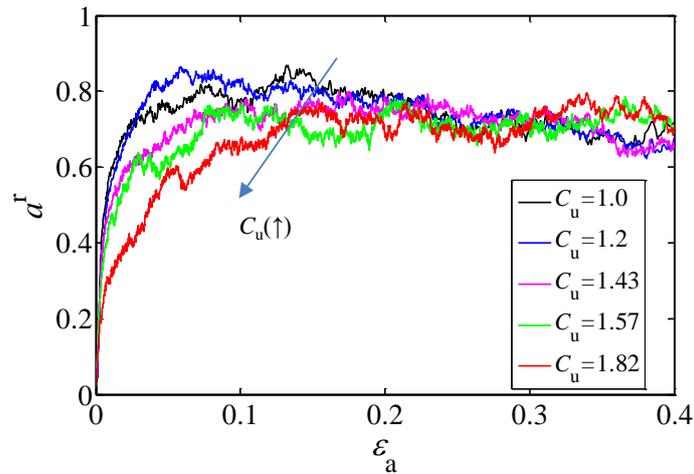


图 4-22 不同颗粒级配材料接触法向各向异性系数随轴向应变的演化

Fig.4- 22 Evolution of coefficient of contact normal anisotropy with axial strain for granular materials with different gradings

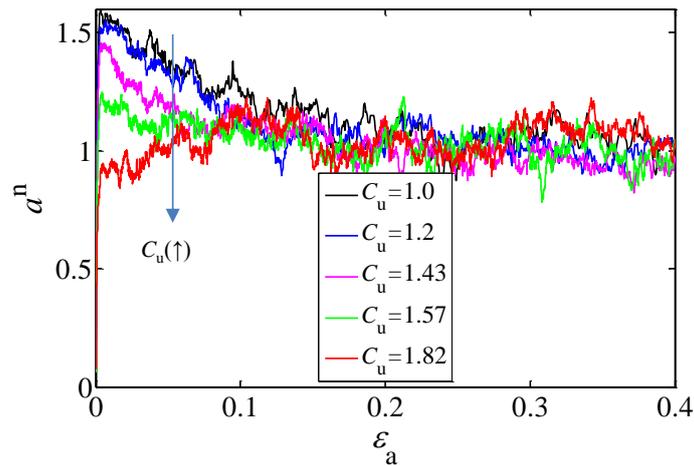


图 4-23 不同颗粒级配材料接触法向力各向异性系数随轴向应变的演化

Fig.4- 23 Evolution of coefficient of contact normal force anisotropy with axial strain for granular materials with different gradings

在剪切应变小于 0.1 的范围内，接触法向各向异性系数的发展较为剧烈，对于级配较窄的试样（如： $C_u=1.0\sim 1.43$ ），在很小的应变范围内（ $\varepsilon_a < 0.01$ ）更为明显，随后续剪切的进行，衰减十分明显；对于颗粒级配较为宽广的试样（ $C_u=1.82$ ），整个剪切过程中，其接触法向力各向异性系数一直在增长并在大应变下达到稳定水平。也即是相同加载条件下，颗粒材料在临界状态的接触法向力各向异性发展程度是相同的，不受颗粒级配的影响。

图 4-24 给出了标准级配对比试样的接触切向力各向异性系数随剪切应变的发展规律。从曲线整体的演化规律可以看出，较之系数  $a^n$  和  $a^r$  的发展规律， $a^t$  在更小的剪切应变范围内就迅速到达其稳定状态。

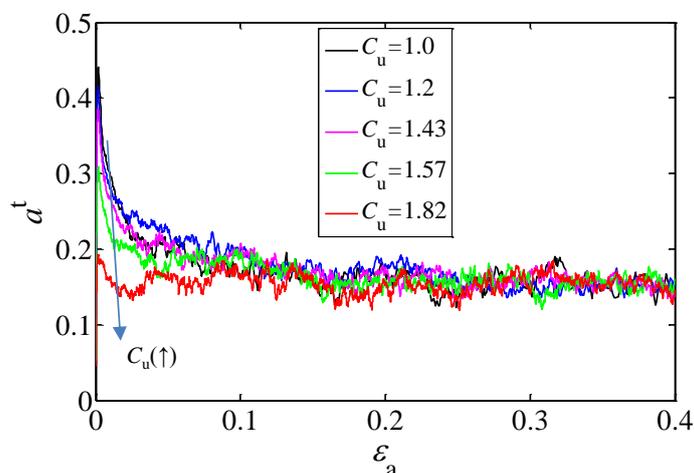


图 4-24 不同颗粒级配材料接触切向力各向异性系数随轴向应变的演化

Fig.4-24 Evolution of coefficient of contact shear force anisotropy with axial strain for granular materials with different gradings

在剪切一开始， $a^t$  的变化更为剧烈，表现为曲线的初始斜率更陡；在非常小的应变范围内迅速跃升随后又急剧衰减至稳定状态。这是由于颗粒材料在剪切一开始，原有各向同性固结状态的平衡随即就要被打破，体系内各个颗粒在各自原来位置附件发生轻微扰动。在很小应变范围内，这个扰动不足以引起颗粒位置的重新排列，却引发了颗粒相对运动的趋势或者已经产生微小位移；为了抵抗这个运动或者位移，在这个过程中相互作用的颗粒之间的切向力迅速发展，并朝着其最大值迅速飙升。当多数产生作用的接触平面上的切向力达到其最大值后，体系的剪切继续进行，破坏了原有的接触体系，大量的相互作用颗粒体开始产生相对位移，颗粒内部接触迅速进行重新排列，引发接触切向力的迅速衰减，表现为接触切向力各向异性系数急速演变。

在较大应变范围下，体系中大量颗粒在剪切作用下处于“流动状态”，颗粒之间接触关系不停地建立、滑动又分离，接触重分布持续进行。体系内部颗粒之间切向力处于一种动态平衡阶段，表现为接触切向力各向异性的发展趋于稳定，特别是到临界状态下，不同颗粒级配材料的接触切向力各向异性趋于一致。

综合图 4-22 图 4-23 和图 4-24 可以发现，颗粒体系的三种细观组构各向异

性系数的发展规律既有相似又有区别。整体发展趋势是在剪切初期一定轴向应变范围内颗粒体系的各向异性发展具有明显的级配相关性,对于颗粒级配窄的材料,其剪切各向异性发展较之级配宽广的材料发展得要更加剧烈,趋于稳定所需要的剪切应变要更大。不同各向异性指标在临界状态下均失去了原有的级配相关特性。从这个角度看,不同颗粒材料的临界状态各向异性是相同的。

对比不同各向异性系数的发展可以发现,接触切向力各向异性系数达到稳定状态所需要的轴向应变值在三个各向异性系数中是最小的,接触法向力各向异性系数的发展次之,接触法向各向异性系数需要的剪切应变范围最大。

## 4.4 级配相关临界状态力学特性的细观机理

### 4.4.1 级配相关宏观细观临界状态线

尽管平均配位数不能明确反映颗粒材料的剪胀减缩力学特性,但是临界状态下颗粒材料的平均配位数是恒定的。图 4-25 给出了不同颗粒级配材料的临界状态孔隙比与平均配位数的关系。由图中可以发现,两者成线性关系,如方程(4.28)所示。对于不同的颗粒级配, $k_{ecs}$ 为常量, $b_{ecs}$ 和颗粒级配指标  $C_u$  的关系可以采用指数关系拟合,如图 4-26 所示, $b_{ecs}$ 随着颗粒级配的拓宽而减小,从拟合曲线的趋势可以看出,并  $b_{ecs}$ 在  $C_u$  大于 10 后趋于稳定。

$$e_{cs} = k_{ecs} Z_{m,cs} + b_{ecs} \quad (4.28)$$

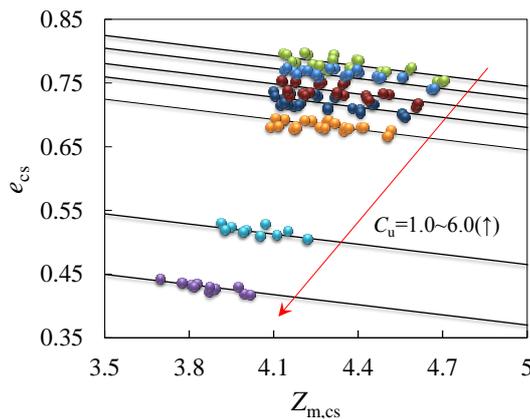
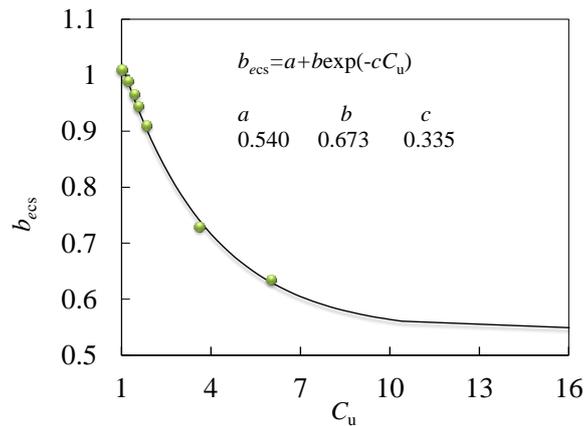


图 4-25 临界状态下平均配位数与临界状态孔隙比的关系 (不同应力路径)

Fig.4- 25 Relation between average mechanical coordination number and critical state void ratio at critical state (different stress paths)

图 4-26  $b_{esc}$ 和颗粒级配指标 $C_u$ 的关系Fig.4-26 Relation between  $b_{esc}$  and grading index  $C_u$ 

Fu 和 Dafalias<sup>[131]</sup>指出临界状态下试样配位数分布和平均有效应力  $p'$  是高度相关的，并随着有效应力的增加而增加。将不同排水条件下不同颗粒级配试样的细观临界状态平均配位数和宏观平均有效应力的关系绘制在一起，如图 4-27 所示。由图可见，颗粒材料临界状态下力学配位数的分布是随着临界状态应力水平的提高而逐渐上升并趋于稳定。随着材料颗粒级配的拓宽，不均匀系数的上升， $Z_{m,cs}$  的数值逐渐下降，呈现出级配相关性。通过  $Z_{m,cs}$  和  $p'$  可以建立一个宏细观结合的临界状态线，并且是级配相关的，采用方程(4.29)表示如下：

$$Z_{m,cs} = Z_{m,ref} - \lambda_z \exp(-c_z * p') \quad (4.29)$$

其中， $Z_{m,ref}$ 、 $\lambda_z$  和  $c_z$  分别是拟合参数， $Z_{m,ref}$  代表了平均配位数在  $Z_m-p'$  平面上的最终稳定值。

平均配位数反映了颗粒体系内部的一种稳定状态。而临界平均配位数与临界平均应力构成的临界状态线在  $Z_m-p'$  平面上对于单一级配材料是唯一的，并随着颗粒级配的拓宽而不断下移。平均配位数的稳定参考值  $Z_{m,ref}$  与颗粒级配指标  $C_u$  的演化关系如图 4-28 所示，随着颗粒级配的拓宽， $Z_{m,ref}$  逐渐减小，由预测趋势可以看出在材料的不均匀系数大于 10 后， $Z_{m,ref}$  趋于稳定。

以上分析可知，平均配位数反映了材料内部的接触稳定状态。颗粒材料在剪切到临界状态下，孔隙比趋于稳定体现了材料内部的一种稳定状态，反映在细观结构则是平均配位数趋于稳定。综合图 4-25 和图 4-27 可以得出颗粒材料的临界状态线在  $e-p'$  平面上随着级配的拓宽而下移是由于颗粒体系内部的趋于稳定状态的平均配位数随颗粒级配的拓宽而下降，并趋于稳定。

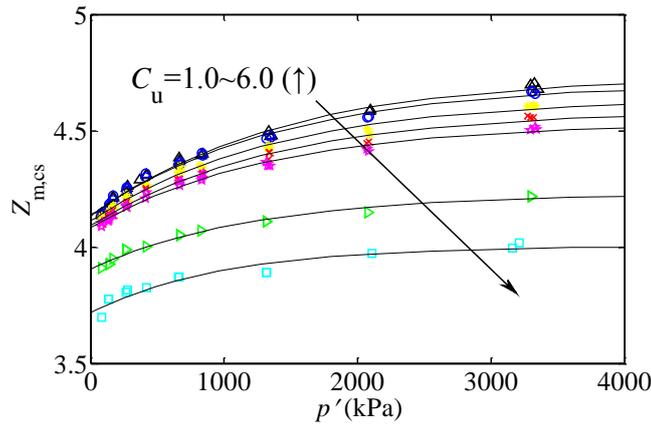


图 4-27 临界状态下平均配位数与平均有效应力的关系

Fig.4- 27 relation between average mechanical coordination number and mean effective stress at critical state

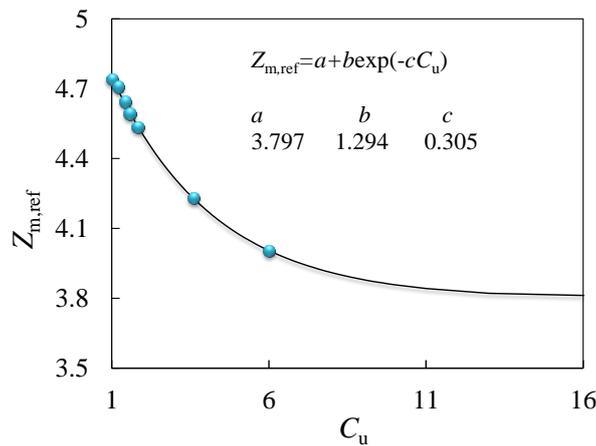


图 4-28  $Z_{m,ref}$ 与 $C_u$ 的关系

Fig.4- 28 Relation between  $Z_{m,ref}$  and  $C_u$

#### 4.4.2 不同颗粒级配材料临界状态下各向异性的统一

Zhao 和 Guo<sup>[133]</sup>已经证明了单一颗粒级配材料的临界状态线在偏应力相关组构-孔隙比-平均应力空间上是唯一的。本文在第二、三章也证实了颗粒材料在  $e-p'$  平面上的临界状态线是随颗粒级配的拓宽而下降的。也就是说不同颗粒级配材料在 Zhao 和 Guo 所描述的空间内是级配相关的。对于单一颗粒级配材料，其临界状态下应力点在  $q-p'$  平面上是共线的。而由本文上一小节分析可知，接触法向各向异性对围压不敏感，也就是对平均应力  $p$  不敏感。从而 Zhao 和 Guo 将组构参量

引进了偏应力的影响,其实内在联系是建立类似 $q-p'$ 唯一性的关系。反过来讲他们试图从细观角度去解释临界状态线的唯一性时又引入了宏观参量的影响。实际上还是回到了采用细观组构参量解释宏观应力比唯一性的问题。然而根据本文的研究结果发现,对于不同颗粒级配材料,其宏观临界状态下 $q/p'$ 也是唯一的,不受颗粒级配的影响。针对这个问题,下面从不同围压不同颗粒级配的应力-组构-接触力的相关关系进行阐述,证明其唯一性。

以标准级配对比数值试样的三轴排水压缩剪切试验为例子。将其基于细观各向异性参数表达式(4.27)的应力比结果展示如图 4- 29。由图中可以看出细观应力比的演化过程同样具有明显的级配相关特性。在加载应变不太大的情况下(比如轴向应变小于 10%),体系的抗剪强度表现出明显的随颗粒级配的拓宽(如:表现为不均匀系数 $C_u$ 的提高)而下降的规律;而当所有试样被剪切到了大应变情况下(如,轴向应变大于 25%)不同颗粒级配的应力比趋于稳定值并在临界状态达到相同的临界应力比,这个现象与宏观观察到的应力比的演化规律完全一致。

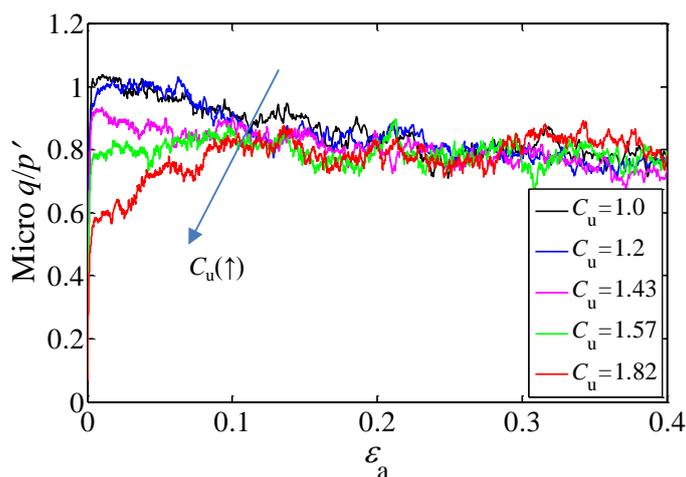


图 4- 29 不同颗粒级配试样的基于各向异性系数的应力比演化规律(500 kPa)

Fig.4- 29 Evolution of micro stress ratio based on coefficients of anisotropy for specimens with different gradings (500 kPa)

针对不同围压下颗粒材料细观应力比的演化规律,本文也做了分析。任意选取试样 $C_u=1.2$ 作为例子如图 4- 30 所示。在 100 kPa ~ 2500 kPa 的围压下对试样进行排水压缩剪切。在试样未达到临界状态前,不同围压下材料的剪切特性随围压的不同而有所不同:在更高的围压下,材料表现出更高的峰值摩擦角和更明显的软化特性。并在较大应变范围后(比如轴向应变大于 25%)趋于稳定,细观应力

比也趋于稳定值直到临界状态。

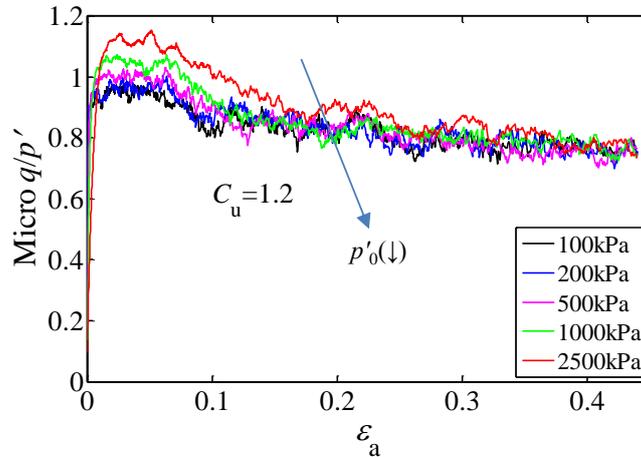


图 4-30 不同围压下试样 $C_u=1.2$ 的细观应力比演化规律

Fig.4- 30 Evolution of micro stress ratio for specimens with  $C_u=1.2$  under different confining pressures

结合图 4-29 和图 4-30 可以得出颗粒材料在剪切到一般应变范围内（如，轴向应变小于 15%）其抗剪应力比的发展是级配相关的；而当其剪切至临界状态时，其剪切应力比不受围压和颗粒级配的影响。由此从细观各向异性发展的角度解释了不同颗粒级配材料在临界状态线的应力比是一致的，在  $q-p'$  平面上的临界状态线是一条直线，也是唯一的。

然而对于不同各向异性特性分担颗粒体系的所受到的剪切荷载可能会有所不同。下面分别给出三个细观各向异性系数对不同颗粒级配材料的抗剪能力的贡献，如图 4-31 所示。在加载之初非常小的应变范围内，不同颗粒级配材料接触法向各向异性系数  $a^r$  的贡献有所差别，这个是由于原先不同颗粒级配颗粒体系的组成不同引起的。本文关注的重点是剪切过程中，不同颗粒级配试样的  $a^r$  对试样整体剪切强度的贡献。可以发现， $a^r$  的贡献比例随着轴向应变的不断增加而逐渐增大，并在达到较大应变范围后（> 20%）稳定在 35% 附近。另外，图中还可以看出不同颗粒级配材料的接触发现各向异性在剪切过程中对其对应材料抗剪强度的贡献比例几乎是一样的。

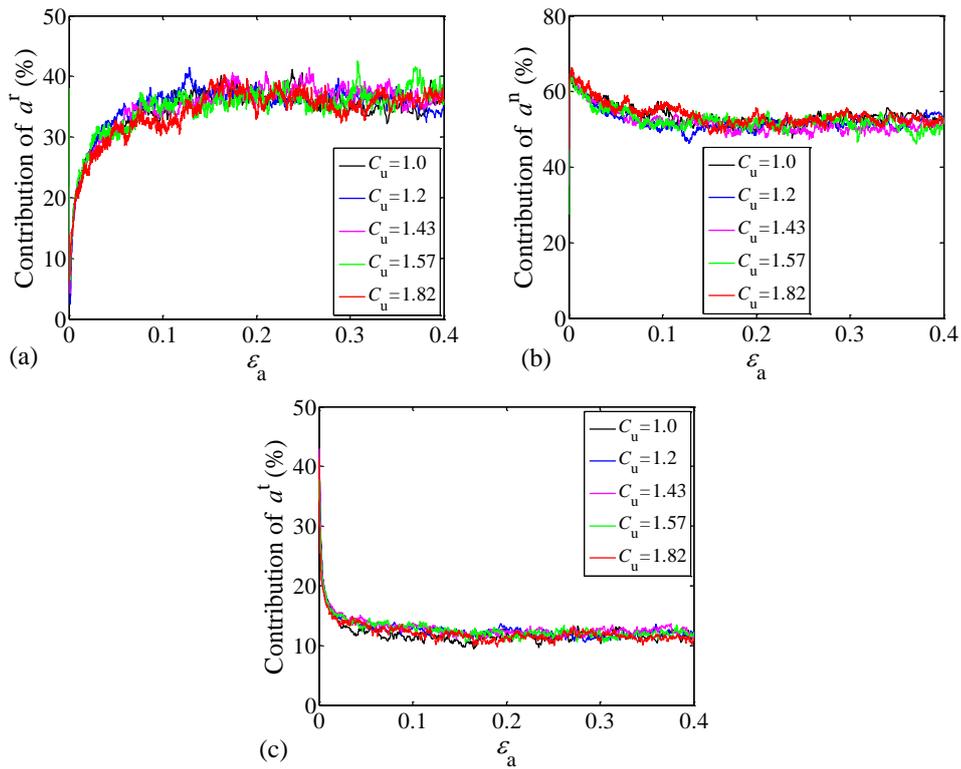


图 4-31 颗粒材料不同各向异性特性对其剪切应力比的贡献: (a) $a^r$ (b)  $a^n$  (c)  $a^t$

Fig.4-31 Contribution of different fabric anisotropy source to the shear stress ratio: (a) $a^r$ (b)  $a^n$  (c)  $a^t$

而对于接触法向力各向异性系数的贡献程度则是在剪切一开始就很快上升，并在很小应变范围内达到最大值后开始衰减直到大应变情况下达到一个稳定值（约 53%）；相比之下，接触切向力各向异性系数的贡献程度则是下降得更加迅速，并更快达到稳定值（约 13%）。

综合三个细观各向异性对颗粒体系剪切应力比的贡献（如图 4-32）可以看出，在相同初始条件下对不同颗粒级配试样进行压缩剪切，其细观各向异性在剪切过程中的贡献是一致的。特别是在临界状态下，不同颗粒级配材料达到相同的各向异性程度。在大部分剪切过程中，接触法向力各向异性系数分担的比例最高，接触法向各向异性次之而接触切向力最小。

颗粒材料在大应变下的变形特性涉及颗粒的转动和接触的滑移。对于松散的试样，颗粒配位数较小；剪切变形引起颗粒的旋转和力链屈曲，并将样品逐渐致密化。对于密实的试样，颗粒间的配位数较高，阻止了颗粒的旋转。因此，在剪切过程中，能量不是消耗在体系的剪胀上就是消耗在接触的摩擦滑移上<sup>[97]</sup>。能量最小化决定了这些机制之间的相互作用，体现在达临界状态时，颗粒体系的剪胀停

止，颗粒间的摩擦滑移保持不变。可见临界状态下，颗粒体系的内力发展和组构各向异性演化<sup>[182, 190]</sup>决定了材料的抗剪强度。因此，对不同颗粒级配材料在其临界状态下具有相同的接触力各向异性和接触法向各向异性，也就从细观角度解释了相同围压下不同颗粒级配材料具有相同的临界状态抗剪强度。

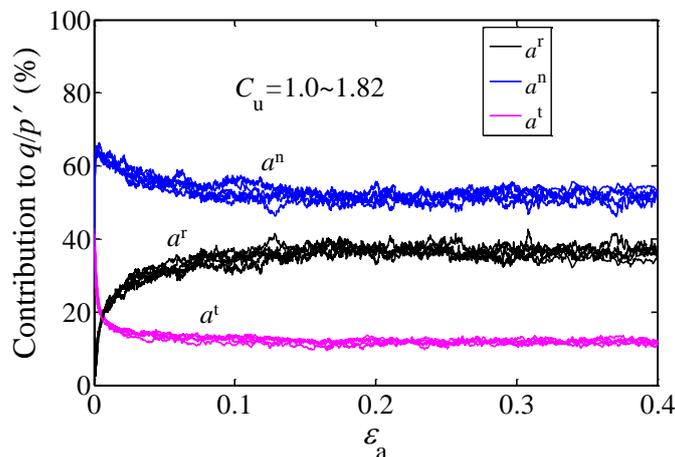


图 4-32 颗粒材料各向异性特性对其抗剪能力的贡献 (500 kPa)

Fig.4- 32 Contribution of different fabric anisotropy source to the shear resistance (500k Pa)

## 4.5 本章小结

剖析了颗粒材料的级配相关的力学特性细观机理。详细探讨了各个细观表征的因子（配位数、平均配位数、接触法向、接触力以及细观各向异性等）与颗粒级配的相关性，得到以下结论：

(1) 初始孔隙比仅在很小应变范围内对配位数分布频率产生影响，孔隙比越大，颗粒体系内占主导的配位数越大；在应变超过 2 % 后，初始孔隙比的影响几乎消失。相同初始孔隙比不同颗粒级配试样的配位数分布频率随剪切应变而变化，并且是级配相关的。随着颗粒级配的拓宽，占优配位数的频率值逐渐下降。所研究级配占优配位数趋向于稳定在 4。

(2) 不同排水条件下颗粒材料的平均配位数的演化规律不同。排水条件下，试样的平均配位数在很小应变范围内 (<4 %) 就达到稳定；对于不排水条件，试样的平均配位数经过很大的应变范围后才趋于稳定。平均配位数的演化反映了材料内部的稳定状态，不排水剪切实验中材料较之排水剪切情况下具有不稳定性。临界状态下，平均配位数的大小是级配相关的，其值随着颗粒级配的拓宽而降低，

不受排水条件的影响。

(3) 围压以及初始孔隙比对临界状态下颗粒材料的接触力概率分布没有明显影响；不同颗粒级配材料在临界状态的接触力概率分布则存在一定差异，主要存在于小于 0.5 倍平均接触力以内的接触力分布。

(4) 在剪切初期颗粒体系的各向异性发展具有明显的级配相关性：对于颗粒级配窄的材料，其剪切各向异性发展较之级配宽广的材料要更加剧烈，达到稳定所需要的剪切应变更大。不同各向异性指标在临界状态下均失去了原有的级配相关特性。从这个角度看，不同颗粒材料的临界状态各向异性是相同的。

(5) 从细观角度给出级配相关临界状态线的演化规律，得出  $Z_m-p'$  平面上临界状态线是唯一的，并且是级配相关的。随着颗粒级配的拓宽，临界状态线在  $Z_m-p'$  平面上往下移动，并趋于稳定。临界孔隙比  $e_{cs}$  和临界平均配位数的呈线性关系。

(6) 通过应力-组构-接触力关系分析颗粒材料各向异性发展的特点，得出：不同围压下单一材料的细观应力比在临界状态下取得一致；不同颗粒级配材料的三个各向异性系数对细观应力比的贡献程度是一致的，不受级配的影响。结合这两点就证实了同一加载模式下颗粒材料在  $q-p'$  平面上的临界状态线是唯一的，不受颗粒级配的影响。

## 第五章 颗粒材料级配相关的力学特性本构模型研究

### 5.1 引言

颗粒材料代表单元体的力学行为从一定程度上反映了颗粒材料的力学行为。传统室内土工试验研究和离散单元法数值试验研究揭示了颗粒材料的级配相关临界状态力学特性。细观力学分析又进一步剖析了颗粒材料级配相关宏观力学行为的内在机理。

尽管离散单元法在模拟颗粒材料力学行为上更具备真实性，然而受到当前计算机技术的约束，运用其分析实际岩土工程尚有一定距离。基于连续介质框架的有限单元法技术已经十分成熟，具备分析大型工程项目的的能力，而其核心部分就是材料的本构模型。

传统的弹塑性理论主要是以钢铁材料为基础发展起来的，直到 1957 年 Drucker 等<sup>[206]</sup>将土体也当作弹塑性材料进行分析。Roscoe 和 Schofield<sup>[57]</sup>第一次提出了临界状态土力学的概念，后来演变成为许多土体本构模型的基础框架。Roscoe 和 Schofield<sup>[207]</sup>在 1963 年发展了黏土的剑桥模型。从此，塑性理论开始被广泛运用于土体的本构模型。Wroth 和 Bassett<sup>[58]</sup>以及 Stroud<sup>[59]</sup>将临界状态概念运用在颗粒材料上。

近年来，可破碎颗粒材料的力学特性逐渐<sup>[35, 115, 126, 208, 209]</sup>成为岩土工程中的一个研究热点。颗粒材料在破碎过程中，颗粒级配被拓宽，不均匀系数  $C_u$  增加，其材料力学特性不再像传统假定的不破碎情况发展。材料临界状态的变化也随其颗粒级配的变化而变动<sup>[34, 81]</sup>。这样的现象在传统的本构模型模拟中反映不出来。基于这些新发展，很多新的关于颗粒破碎的本构模型<sup>[83, 115, 126]</sup>被提出来。然而，非常少的模型考虑了材料初始颗粒级配的影响<sup>[71]</sup>。

将室内实验和数值分析得到的颗粒材料的级配相关力学行为植入到连续介质下的本构模型中，有助于将其进一步运用到实际工程的分析。下面对颗粒材料的级配相关临界状态力学特性本构模型研究进行展开，并对数值实验和室内实验的

结果进行模拟验证。

## 5.2 弹塑性本构的基本数值框架

以下对弹塑性本构模型的基本理论和框架进行简介<sup>[210-212]</sup>。

一般而言，弹塑性理论的基本概念包括：弹性行为、屈服准则、塑性势函数、流动准则和硬化准则。基于增量理论的本构模型通常假定总的应变增量  $d\varepsilon$  可以分解成两部分，弹性应变增量  $d\varepsilon^e$  和塑性应变增量  $d\varepsilon^p$ 。同时弹性区域和塑性区域也假定由一个边界（塑性面）分隔开。只发生弹性响应的区域称为弹性区；应力状态超出弹性区就会诱发塑性变形，构成了塑性区域。

由主有效应力（主有效应力  $\sigma'_1$ ，中主有效应力  $\sigma'_2$ ，小主有效应力  $\sigma'_3$ ）所构成的应力空间内，应力点轨迹构成一个边界面，将弹性区域和塑性区域分离开来。这个边界面被称为屈服面或者屈服轨迹或加载面。

屈服面内的应力状态，材料的行为被假定为弹性的，服从弹性理论。对于完全塑性材料，屈服面被固定在应力空间，塑性屈服不会引起屈服面的大小和/或形状的任何变化。当应力状态达到屈服面并仍保持在该屈服面上伴随朝向屈服面以外方向的应力增量时，材料发生屈服。硬化弹塑性模型允许屈服面的大小和/或形状的改变。由于在屈服面以外没有应力状态的存在，屈服面必须扩大或收缩以包含新的应力状态。在数学上，这个过程描述可以用函数表示如下：

$$f(\sigma_{ij}, H) = 0 \quad (5.1)$$

其中  $H$  是硬化变量。

### 5.2.1 增量方程

对于各向硬化材料，其屈服函数可以用方程(5.1)来描述，其中  $H$  是个标量。为了满足 Prager 的相容条件，方程必须写成如下形式：

$$df(\sigma_{ij}, H) = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial H} dH = 0 \quad (5.2)$$

当硬化参量是塑性应变的函数时，相容条件可以进一步写成：

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_{ij}^p} d\varepsilon_{ij}^p = 0 \quad (5.3)$$

得到一个完整的理想塑性和硬化材料的应力—应变关系的一般过程表述如下：

(1) 将总应变增量分为为弹性和塑性应变增量，即

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (5.4)$$

(2) 采用胡克定律通过弹性刚度矩阵 ( $\mathbf{D}$ ) 来连接应力增量 ( $d\sigma$ )和弹性应变增量( $d\varepsilon^e$ ):

$$d\sigma_{ij} = \mathbf{D}_{ijkl} d\varepsilon_{kl}^e = \mathbf{D}_{ijkl} (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^p) \quad (5.5)$$

(3) 对于颗粒状材料，塑性应变增量通常不与屈服函数关联；采用非关联流动法则来表达屈服方程：

$$d\varepsilon_{kl}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \quad (5.6)$$

$$d\sigma_{ij} = \mathbf{D}_{ijkl} \left( d\varepsilon_{kl} - d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \right) \quad (5.7)$$

这里  $d\lambda$  是塑性乘子， $g$  是塑性势函数。

(4) 将上述方程代进相容条件，可以得到

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_{ij}^p} d\varepsilon_{ij}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \mathbf{D}_{ijkl} \left( d\varepsilon_{kl} - d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \right) + \frac{\partial f}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_{ij}^p} d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}^*} = 0 \quad (5.8)$$

$$\Rightarrow d\lambda = \frac{\left[ \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right]^T \left[ \mathbf{D}_{ijkl} d\varepsilon_{kl} \right]}{\left[ \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right]^T \left[ \mathbf{D}_{ijkl} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \right] - \frac{\partial f}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_{ij}^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}^*}} \quad (5.9)$$

通过胡克定律，可以得到切线刚度矩阵如下：

$$d\sigma_{ij} = \mathbf{D}_{ijkl} \left( d\varepsilon_{kl} - d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \right) = \mathbf{D}_{ijkl}^{ep} d\varepsilon_{kl}$$

$$\Rightarrow \mathbf{D}_{ijkl}^{ep} = \frac{\mathbf{D}_{ijkl} \left( d\varepsilon_{kl} - d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \right)}{d\varepsilon_{kl}} = \mathbf{D}_{ijkl} - \frac{\mathbf{D}_{ijkl} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} \left[ \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right]^T \mathbf{D}_{ijkl}}{\left[ \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right]^T \mathbf{D}_{ijkl} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} - \frac{\partial f}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_{ij}^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma^*}} \quad (5.10)$$

### 5.2.2 隐式积分方法：单步向后欧拉法

单步向后欧拉法可以从弹性更新点返回应力状态<sup>[213]</sup>。一旦满足以下条件，就会发生弹性加载到塑性加载的过渡：

$$f(\sigma_0, H) < 0 \cup f(\sigma_0 + d\sigma_e, H) > 0 \quad (5.11)$$

为了导出向后欧拉的返回值，将屈服函数  $f$  以 Taylor 级数的形式展开，得到

$$f(\sigma_0 + d\sigma, H) = f(\sigma_0 + d\sigma_e, H) + \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma + \frac{\partial f}{\partial H} dH \quad (5.12)$$

从而可以得到应力增量

$$d\sigma = \mathbf{D}d\varepsilon - \mathbf{D}d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma} \quad (5.13)$$

在  $f=0$  的状态下，给定的应变增量将仅仅产生塑性应力（向后欧拉返回法不会涉及更多的应变增量<sup>[213]</sup>）。因此，我们可以得到  $f=0$  时的  $d\sigma$  和  $dH$ ：

$$d\sigma = -\mathbf{D}d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma} \cup dH = \frac{\partial H}{\partial \varepsilon^{*p}} d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma^*} \quad (5.14)$$

通过添加屈服函数  $f=0$ ，可以得到

$$d\lambda = \frac{-f(\sigma_0 + d\sigma_e, H)}{-\frac{\partial f}{\partial \sigma} \mathbf{D} \frac{\partial g}{\partial \sigma} + \frac{\partial f}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial \varepsilon^{*p}} \frac{\partial g}{\partial \sigma^*}} = \frac{-f}{dd + hh} \quad (5.15)$$

而更新应力和硬化变量可以通过下列方程获得

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma - \mathbf{D}d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma} \\ H &= H + \frac{\partial H}{\partial \varepsilon^{*p}} d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma^*} \end{aligned} \quad (5.16)$$

用更新变量来更新屈服函数  $f$ ，直到循环收敛到系统预设的容差值  $f < \text{容差}$ （例如容差= $10^{-7}$ ）

详细的增量流程如图 5-1 所示。包含了本构方程中对应应变增量的应力的计算过程。使用上述显式积分方法一步一步对试应力进行修正直到满足收敛要求。

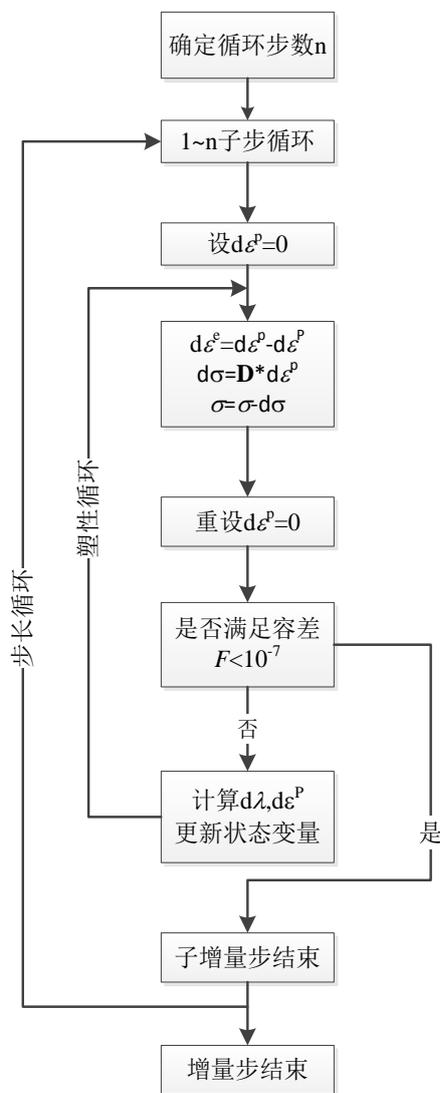


图 5-1 增量流程图

Fig.5- 1 Flow charts for sub-incrementing

### 5.3 级配相关力学特性的弹塑性本构模型

#### 5.3.1 弹性行为

弹性应变增量可以采用以下弹性法则进行：

$$d\varepsilon_v^e = \frac{dp}{K}; \quad d\varepsilon_d^e = \frac{dq}{3G} \quad (5.17)$$

其中  $G$  和  $K$  是次弹性剪切模量和体积模量，定义如下<sup>[12, 80, 214]</sup>：

$$G = G_0 \frac{(2.97 - e)^2}{(1 + e)} (p' p_a)^{0.5} \quad (5.18)$$

$$K = K_0 \frac{(2.97 - e)^2}{(1 + e)} (p' p_a)^{0.5} \quad (5.19)$$

其中  $G_0$  和  $K_0$  均为弹性参数； $p_a$  是用作参考压力的大气压强 ( $p_a=101.3$  kPa)。

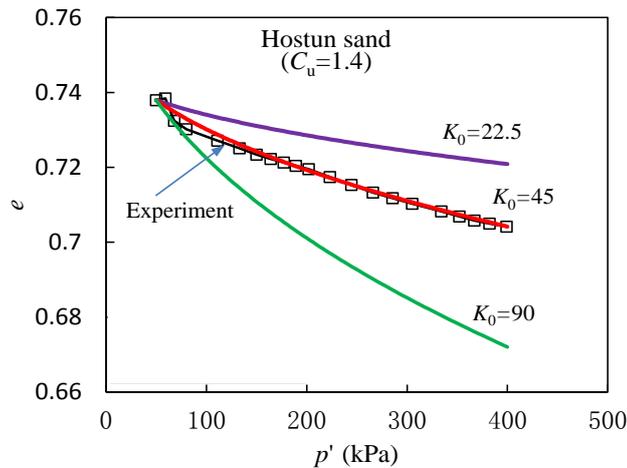


图 5-2  $K_0$ 对各向同性压缩试验的影响

Fig.5- 2 Effect of  $K_0$  on isotropic compression test

$K_0$  可以由一个各向同性压缩三轴试验校核得到（见图 5- 2），而  $G_0$  可以由一个三轴排水剪切实验应力应变曲线的初始斜率校核得到(例如  $\varepsilon_1 < 0.1\%$ )<sup>[83]</sup>。因为本文没有进行小应变实验，无法确定  $G_0$  的值。这里假定泊松比为常量  $\nu=0.2$ ， $G_0$  可以通过方程(5.20)计算得到：

$$G_0 = \frac{3K_0(1-2\nu)}{2(1+\nu)} \quad (5.20)$$

### 5.3.2 屈服函数

类似许多砂土模型<sup>[83, 215-218]</sup>，剪切屈服面的形状在  $q-p'$  平面上是线性的，可以写成：

$$f_s = \eta - H \quad (5.21)$$

其中  $\eta = q/p'$ ； $H$  是硬化变量。

### 5.3.3 塑性势函数

塑性势函数是应力空间内的一个曲线族。Roscoe 和 Poorooshab<sup>[219]</sup>提出了一个增量应力应变理论，隐含着将塑性势函数运用到流动法则的概念。Poorooshab 等<sup>[220]</sup>指出塑性势函数是与应力状态是相关的。假定本文本构模型中塑性势函数  $g$  和屈服函数有一样的形式：

$$g = q - \eta_w p' \quad (5.22)$$

颗粒材料具有明显的剪胀特性，而且对于压缩和拉伸实验中，剪胀关系是不一致的。在压缩条件下，剪胀应力特性为直线<sup>[207]</sup>，而拉伸条件下为曲线<sup>[221]</sup>。在实际的弹塑性本构模型实现中，采用两个不同的剪胀方程植入到一个本构模型中，处理流动法则的转换是一个比较麻烦的问题，通过近似采用直线关系代替<sup>[3]</sup>。为了考虑剪切过程中砂土的剪胀剪缩特性，采用一个 Roscoe 型的剪胀方程

$$\eta_w = -\frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_d^p} = D(M_{pt} - \eta) \quad (5.23)$$

其中  $D$  是剪胀参数，用于表示不同实验数据的差异，可以从排水实验中体积应变的变化来拟合得到（见图 5-3）。 $M_{pt}$  是砂土相变线<sup>[151]</sup>或者特征线<sup>[152]</sup>的斜率，表示如下：

$$M_{pt} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{6 \sin \varphi_{pt}}{3 - \sin \varphi_{pt}} \quad \text{压缩剪切} \\ \frac{6 \sin \varphi_{pt}}{3 + \sin \varphi_{pt}} \quad \text{拉伸剪切} \end{array} \right\} \quad (5.24)$$

其中  $\varphi_{pt}$  是相变摩擦角。

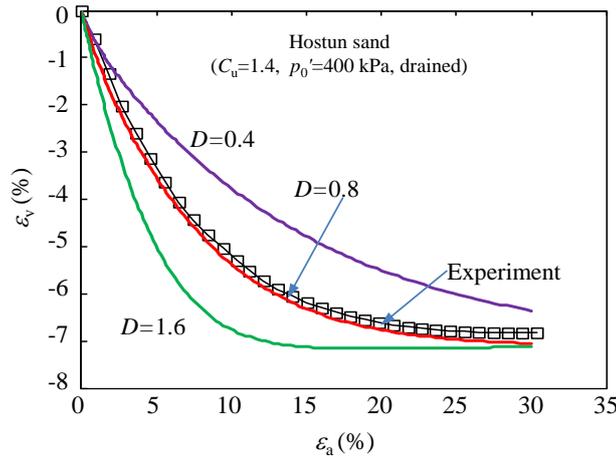


图 5-3 剪胀参数  $D$  对体积应变的影响

Fig.5- 3 Effect of dilatancy parameter  $D$  on the volumetric strain

相变状态应力比  $M_{pt}$  假定为孔隙比的函数<sup>[181, 222]</sup>:

$$\tan \varphi_{pt} = \left( \frac{e_{cs}}{e} \right)^{-m} \tan \varphi_{cs} \quad (5.25)$$

其中其中  $m$  为材料常数，通常取 1； $e$  是当前孔隙比。方程(5.25)表明对于密实材料相变角度较之松散材料要小，这与 Kikumoto 等<sup>[126]</sup>采用的方程效果相同。

主塑性应变增量可以通过非关联的塑性势函数  $g$  计算得到

$$d\varepsilon_i^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_i} = d\lambda \left( \frac{\partial q}{\partial \sigma_i} - \eta_w \frac{\partial p'}{\partial \sigma_i} \right) \quad (5.26)$$

其中，当  $i=1,2,3$ ;

$$\frac{\partial q}{\partial \sigma_i} = \frac{3}{2\sqrt{3J_2}} \frac{\partial J_2}{\partial \sigma_i} = \frac{3s_i'}{2\sqrt{3J_2}};$$

$$\frac{\partial p'}{\partial \sigma_i} = \frac{1}{3};$$

塑性体积应变增量和塑性剪应变增量计算如下：

$$\begin{aligned} d\varepsilon_v^p &= d\varepsilon_1^p + d\varepsilon_2^p + d\varepsilon_3^p = d\lambda \left[ \frac{3}{2\sqrt{3}J_2} (s_1' + s_2' + s_3') - \eta_w \right] \\ d\varepsilon_d^p &= \frac{2(d\varepsilon_1^p - d\varepsilon_3^p)}{3} = d\lambda \frac{s_1' - s_3'}{\sqrt{3}J_2} \end{aligned} \quad (5.27)$$

### 5.3.4 硬化法则

当当前应力状态位于屈服面上并且倾向于移出屈服面的时候，塑性屈服就发生了。在塑性屈服过程中，当前塑性屈服面会改变其大小去包含新的应力状态。这就是所谓的硬化法则，它描述了屈服面的演化，控制了应力应变行为。

参考 Yin 等<sup>[223]</sup>提出的硬化法则，本文采用的表达形式如下：

$$H = \frac{M_p \varepsilon_d^p}{G_p + \varepsilon_d^p} \quad (5.28)$$

其中  $G_p$  是用于控制双曲线关系  $\eta-\varepsilon_d^p$  的初始斜率，可以通过拟合小应变下排水三轴试验的偏应力应变曲线来获得。图 5-4 为  $G_p$  对偏应力应变关系影响，保持其它参数为常量仅仅改变  $G_p$ 。 $M_p$  为表观应力比，对于三轴压缩试验，表观应力比  $M_p=6\sin\varphi_p/(3-\sin\varphi_p)$ ，其中  $\varphi_p$  为表观摩擦角。

根据 Biarez 和 Hicher<sup>[81]</sup>，峰值摩擦角  $\varphi_p$  是和材料的临界状态摩擦角  $\varphi_{cs}$  (如，对于三轴压缩试验，与临界状态值  $M_{cs}=6\sin\varphi_{cs}/(3-\sin\varphi_{cs})$  相关) 以及材料的密实状态  $e_{cs}/e$  有关联的。

$$\tan \varphi_p = \left( \frac{e_{cs}}{e} \right)^m \tan \varphi_{cs} \quad (5.29)$$

其中  $m$  为材料常数，通常取 1。

峰值应力比  $M_p$  是通过临界状态应力比  $M_{cs}$  和密实状态  $e_{cs}/e$  获得的。一方面，对于松散颗粒体系 ( $e_{cs}/e < 1$ ) 的峰值摩擦角  $\varphi_p$  小于临界状态摩擦角  $\varphi_{cs}$ ，材料在剪切过程中表现出剪缩效应；另一方面，对于密实颗粒体系 ( $e_{cs}/e > 1$ )，峰值摩擦

角  $\varphi_p$  大于临界状态摩擦角  $\varphi_{cs}$ ，材料在剪切过程中发生剪胀，其密实状态  $e_{cs}/e$  逐渐减小，峰值摩擦角慢慢折减，出现应变软化现象。最后，随着颗粒体系剪切到大应变条件下，材料达到临界状态 ( $e_{cs}/e = 1$ )，其峰值摩擦角  $\varphi_p$  等于临界状态摩擦角  $\varphi_{cs}$ 。

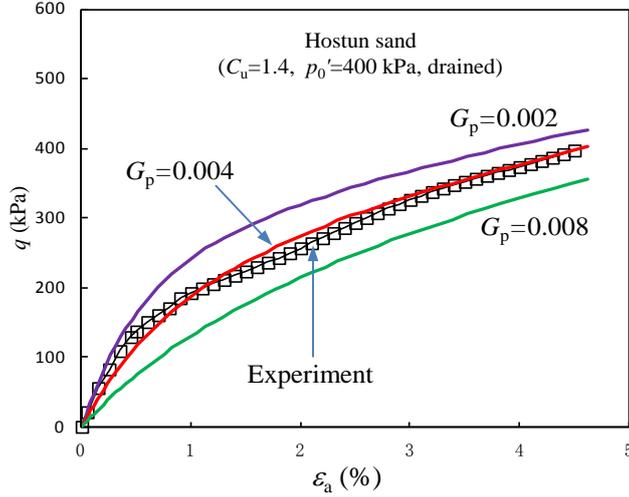


图 5-4  $G_p$ 对三轴排水剪切偏应力应变关系影响

Fig.5- 4 Effect of  $G_p$  on the deviatoric stress versus axial strain curve for drained triaxial test

### 5.3.5 塑性因子 $dl$ 的推导

从方程(5.15)可知，为了获得塑性乘子，必须计算两个变量  $dd$  和  $hh$ ，而这两个变量可以通过以下方程获得

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_i} = \frac{\partial f}{\partial p'} \times \frac{\partial p'}{\partial \sigma_i} + \frac{\partial f}{\partial \eta} \times \frac{\partial \eta}{\partial \sigma_i} \quad (5.30)$$

其中  $i=1, 2, 3$ ;

$$\frac{\partial \eta}{\partial \sigma_i} = \frac{\frac{\partial q}{\partial \sigma_i} p' - \frac{\partial p'}{\partial \sigma_i} q}{p'^2};$$

$$\frac{\partial f}{\partial p'} = \frac{\partial f}{\partial \eta} \times \frac{\partial \eta}{\partial p'} = \frac{-q}{p'^2};$$

从方程(5.26)可以得到  $\frac{\partial g}{\partial \sigma_i}$  的表达式， $dd$  可以计算得到。

屈服函数是从双曲线关系  $\eta-\varepsilon_d^p$  得到的，因此  $hh$  可以表示如下：

$$hh = \frac{\partial f}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_d^p} \frac{\partial g}{\partial q} \quad (5.31)$$

其中

$$\frac{\partial f}{\partial H} \frac{\partial H}{\partial \varepsilon_d^p} = \frac{M_p (G_p + \varepsilon_d^p) - (M_p \varepsilon_d^p)}{(G_p + \varepsilon_d^p)^2} = \frac{M_p G_p}{(G_p + \varepsilon_d^p)^2}$$

### 5.3.6 级配相关临界状态线

综合室内试验和数值试验得出的的不同材料的临界状态参数参考孔隙比  $e_{\text{ref}}$  和斜率  $\lambda$  与颗粒级配指数  $C_u$  的关系发现，三种材料的临界参考孔隙比  $e_{\text{ref}}$  和斜率  $\lambda$  与  $C_u$  的关系均可以用形式相同的指数函数表达，见方程(2.4)。

综合图 2-35 和图 3-16 可以得出，参考孔隙比  $e_{\text{ref}}$  和斜率  $\lambda$  随着粒状材料不均匀系数  $C_u$  的提高而降低，临界状态参数呈现出级配相关性。而对于不均匀系数较大的室内玻璃球试验和 Hostun 砂试验结果可以发现，在其不均匀系数  $C_u$  大于 10 以后，临界状态参数趋于稳定。

由此可见，粒状材料的临界状态在较小颗粒级配系数的情况下（例如  $C_u=1.0\sim 10.0$ ）是级配相关性的，而对于颗粒级配演化到一定程度（不均匀系数  $C_u>10.0$ ）的粒状材料，其临界状态线趋于稳定。据此规律，将方程(2.4)引进本构模型以考虑粒状材料颗粒级配演化对材料临界状态线的影响。本构方程的临界状态线为：

$$e_{\text{cs}} = e_{\text{ref}}(C_u) - \lambda(C_u) \left( \frac{p'}{p_{\text{at}}} \right)^{\xi} \quad (5.32)$$

其中， $e_{\text{ref}}(C_u)$  表示颗粒材料临界状态线的位置是级配指标  $C_u$  的函数； $\lambda(C_u)$  反映了临界状态线斜率随级配指标  $C_u$  的变化规律。

把颗粒级配指标  $C_u$  作为颗粒材料临界状态的变量之一，将三种材料的临界状

态线在平均有效应力  $p'$ 、孔隙比  $e_{cs}$  和级配指标  $C_u$  组成的空间里绘制成一个曲面，如图 5-5 所示。随着颗粒级配指标  $C_u$  的增加，三种材料的临界状态孔隙比都趋于稳定。DEM 球体和玻璃球的发展较为显著而 Hostun 砂则较为平缓。

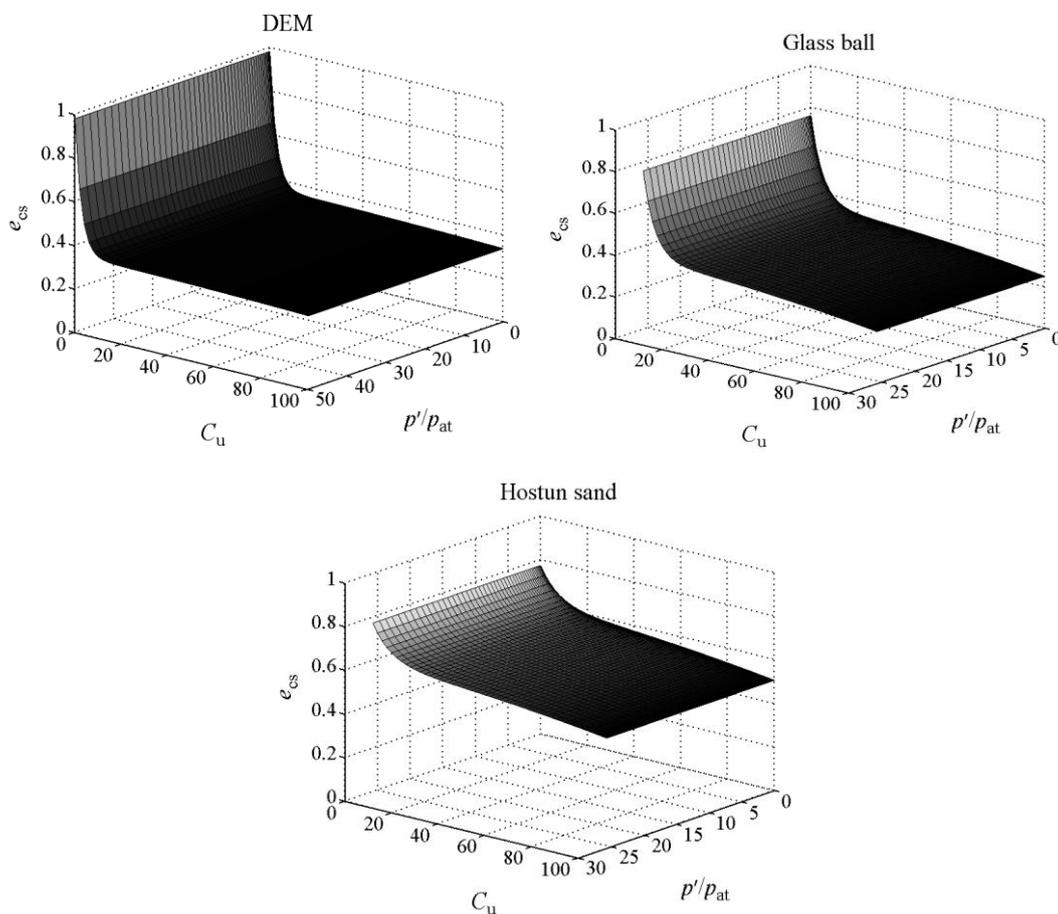


图 5-5 由平均有效应力  $p'$ 、临界孔隙比  $e_{cs}$  和级配指标  $C_u$  组成的临界状态面

Fig.5-5 Critical state surface of mean effective stress  $p'$ , critical void ratio  $e_{cs}$  and grading index  $C_u$

## 5.4 本构模型参数确定及验证

### 5.4.1 参数确定

本构模型简记为 Model-Cu，需要校核 11 个参数。这些材料参数大部分可以直接从标准室内试验得到。对于每种材料，本模型所需要的参数只需要进行一个初始各向同性压缩后排水或不排水剪切至试样破坏的三轴试验就可确定。具体确定流程如下：

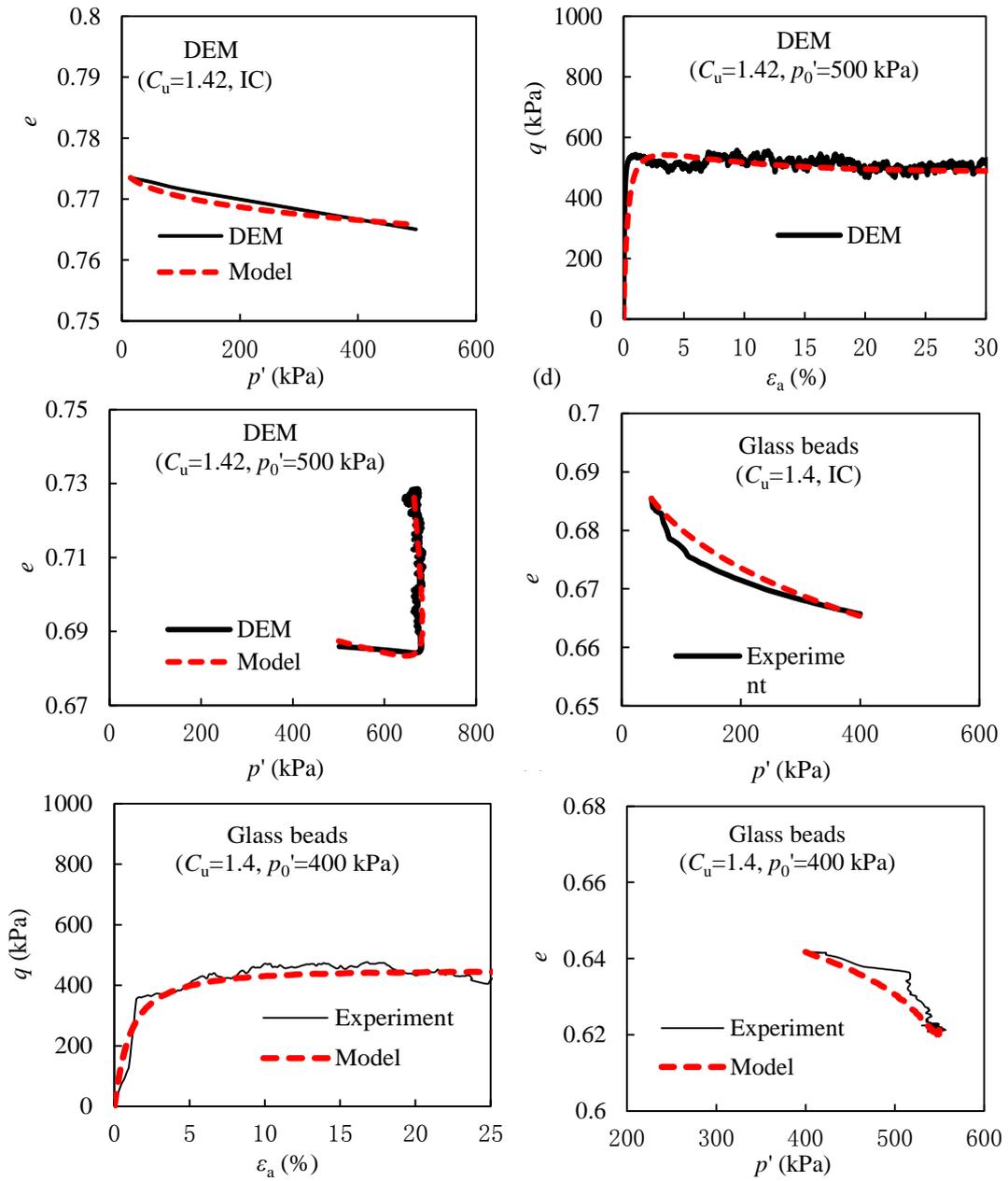
- $K_0$ 可以从各向同性压缩试验结果校核得到,  $G_0$ 从排水剪切试验的应力应变曲线的初始斜率(如 $\varepsilon_a < 0.1\%$ )校核得到。由于本研究没有进行小应变实验, 得不到准确的 $G_0$ 值, 所以研究中假定泊松比为 $\nu=0.2$ , 通过 $K_0$ 来计算 $G_0$ 。
- $D$ 是剪胀参数, 用于表示不同实验数据的差异, 可以从排水实验中体积应变的变化来拟合得到。
- $G_p$ 通过拟合三轴试验的 $q$ - $\varepsilon_a$ 曲线的初始斜率得到(e.g.  $\varepsilon_a < 2\%$ )。
- $\varphi_{cs}$ 从三轴试验的最终应力比得到。
- $a_{e0}$ ,  $b_{e0}$ ,  $c_{e0}$ ,  $a_\lambda$ ,  $b_\lambda$ 和 $c_\lambda$ 分别是使用方程(2.4)拟合的参数, 这些参数将级配效应考虑进本构模型中。

表 5-1 列出的所有参数是从三个排水三轴试验校核得到(见图 5-6)。其中, DEM 试样是在围压 500 kPa 下剪切而玻璃球以及 Hostun 砂都是在围压 400 kPa 下剪切得到, 所有试样都经过前期的各向同性压缩固结阶段。

表 5-1 模型参数值

Table 5-1 Values of model parameters

参数	符号	DEM	玻璃球	Hostun 砂
临界摩擦角	$\varphi_{cs}(^\circ)$	19.5	20.8	28.4
弹性	$G_0$	263	60	34
	$K_0$	350	80	45
塑性	$G_p$	0.004	0.004	0.004
剪胀性	$D$	1.0	1.0	0.8
级配效应( $e_{ref}$ )	$a_{e0}$	0.354	0.338	0.590
	$b_{e0}$	0.624	0.420	0.181
	$c_{e0}$	0.356	0.201	0.123
级配效应( $\lambda$ )	$a_\lambda$	$5.6 \times 10^{-4}$	$4.8 \times 10^{-4}$	$4.6 \times 10^{-3}$
	$b_\lambda$	$4.4 \times 10^{-3}$	$2.0 \times 10^{-3}$	$5.8 \times 10^{-3}$
	$c_\lambda$	1.850	0.265	0.139



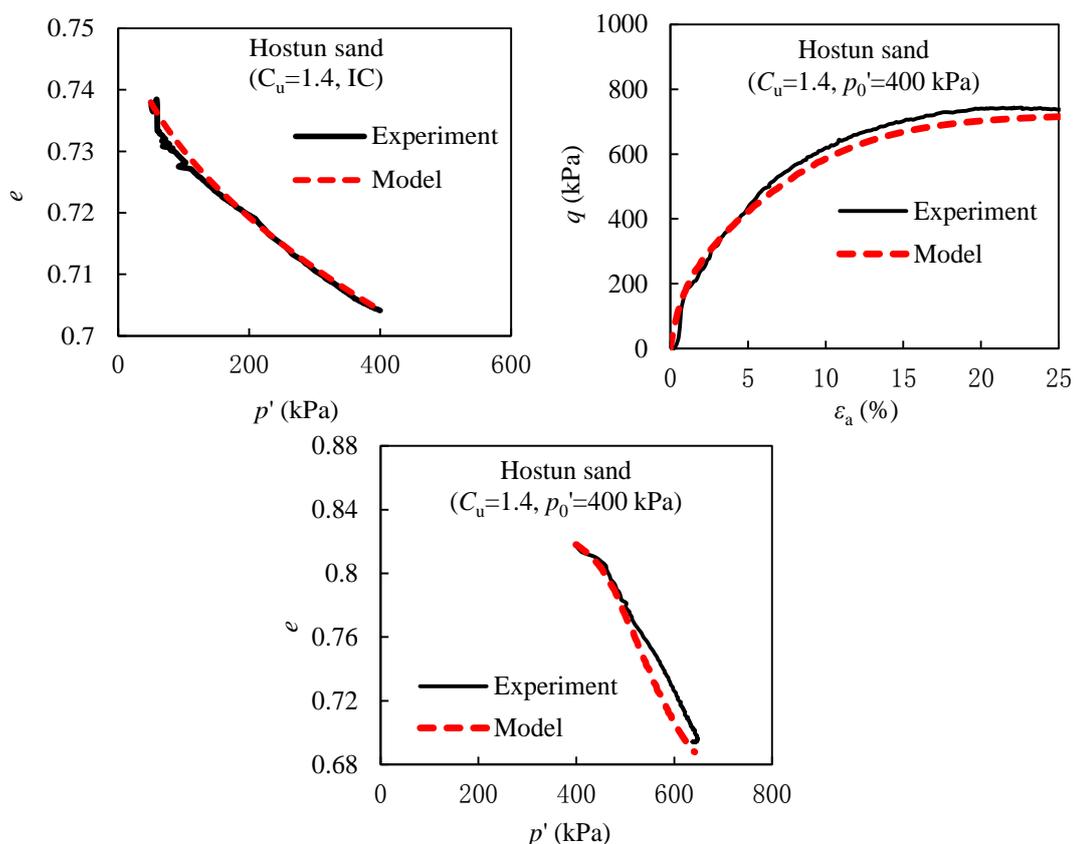


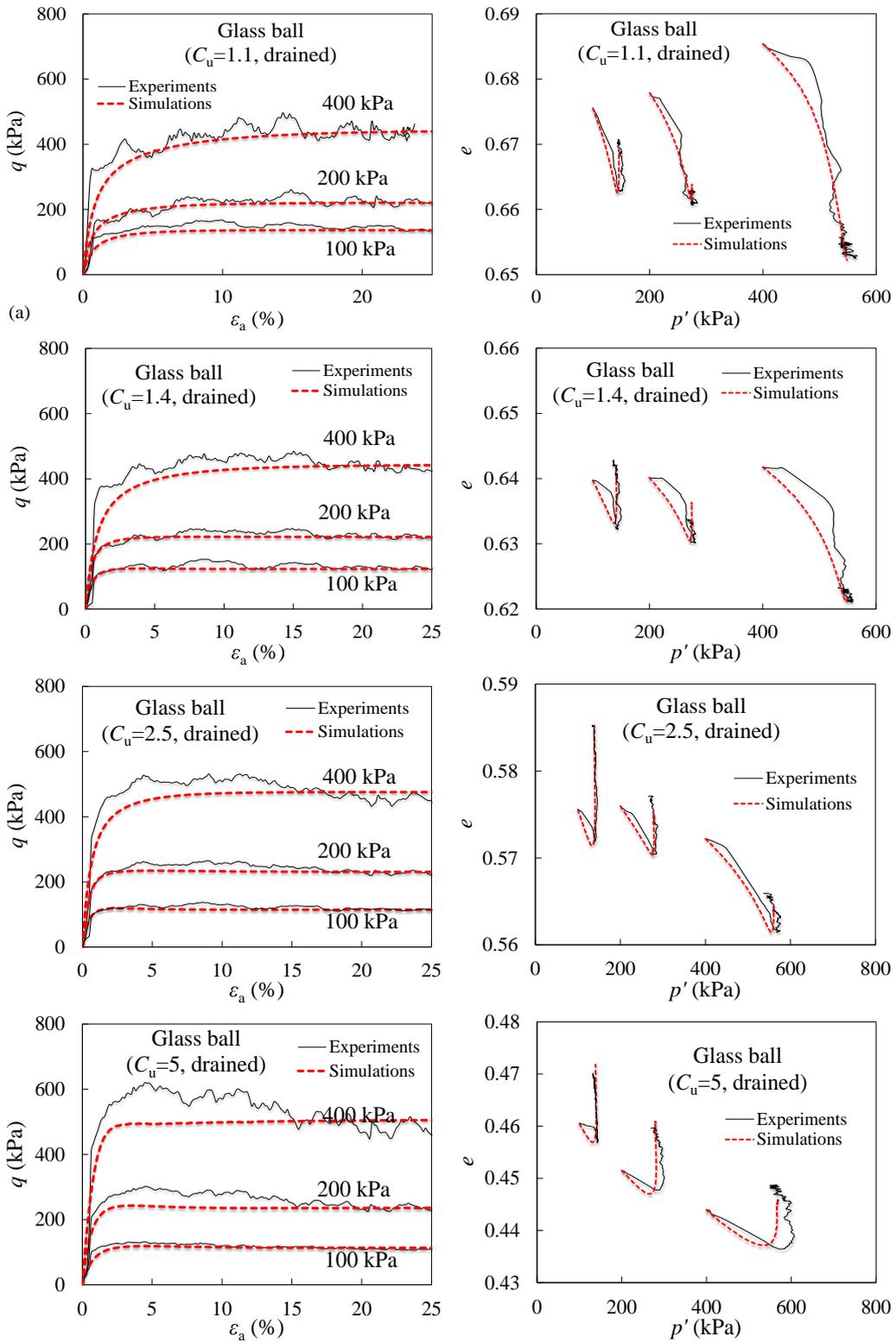
图 5-6 对DEM球体，玻璃球和Hostun砂试样的排水压缩试验的模型参数校核

Fig.5- 6 Model parameter calibration of drained compression tests on DEM sphere, glass ball and Hostun sand specimens.

基于以上参数，对本文研究的三种材料的实验结果进行验证如下。玻璃球试验验证

### (1) 排水三轴剪切试验

图 5-7 展示了不同颗粒级配玻璃球试样排水三轴剪切实验的模拟结果，图中数据采用移动平均法处理。实验中围压从 100 kPa 到 400 kPa 变化。由前面室内实验章节描述可知，玻璃球的试样结果数据波动性较大；尽管如此，本文采用的本构模型能够很好的捉住玻璃球排水剪切力学特性的演化规律。模型成功预测了玻璃球试样的剪胀减缩特性和临界状态力学特性。



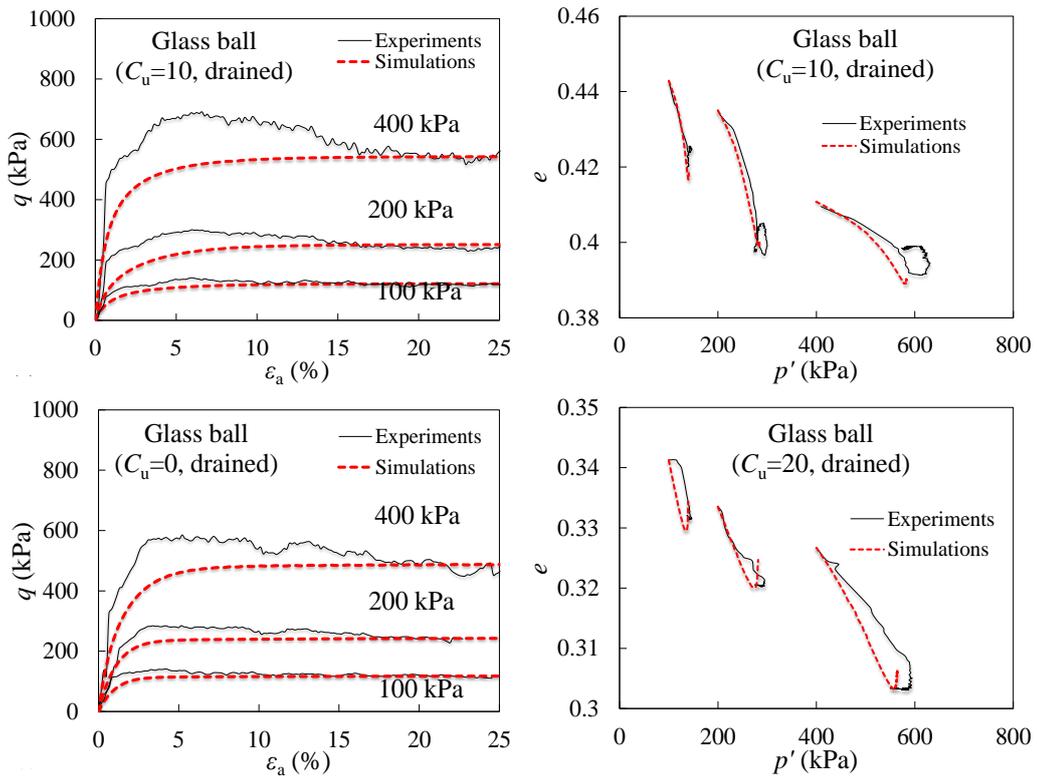


图 5-7 模拟玻璃球试样的排水三轴剪切试验

Fig.5- 7 Simulations for drained triaxial tests of glass balls

不同颗粒级配玻璃球材料在 100kPa 围压下的排水剪切特性对比如图 5- 8 所示。在相同围压下，初始孔隙比不同的玻璃球试样剪切到大应变下达到相同的偏应力剪切强度，并在相同的平均应力水平下达到稳定的临界孔隙比状态。临界孔隙比的大小随着颗粒级配的拓宽而下降。

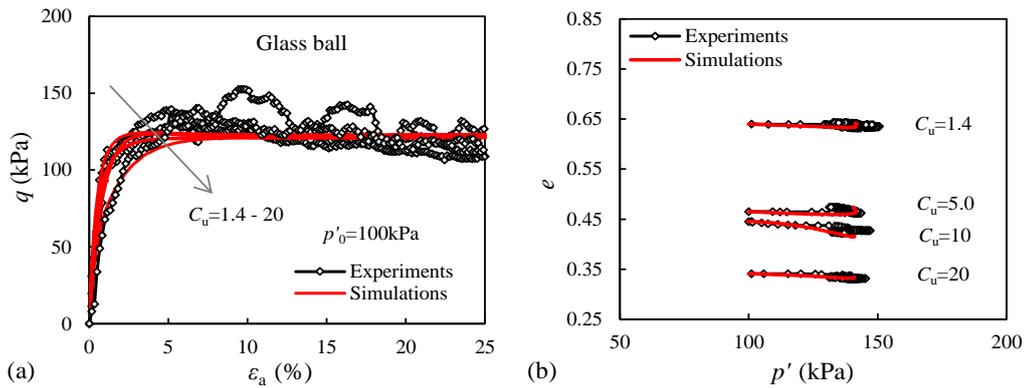


图 5- 8 模拟不同颗粒级配玻璃球的排水三轴剪切试验(a) $q-\varepsilon_a$ (b) $e-p'$

Fig.5- 8 Simulations for drained triaxial tests of glass balls with different gradings (a) $q-\varepsilon_a$ (b) $e-p'$

## (2) 不排水三轴剪切试验

图 5-9 对比了相同围压 (400 kPa) 相同初始密实度 ( $D_r \approx 42\%$ ) 下不同颗粒级配 ( $C_u=1.1\sim 20.0$ ) 玻璃球的不排水剪切力学特性。图 5-9a 展示了模型模拟玻璃球应力应变响应特性。对于较高不均匀系数 ( $C_u=2.5\sim 20.0$ ) 级配试样在加载初始阶段, 偏应力水平在一小段轴向应变范围内增加缓慢甚至出现减小达到相变状态后再表现出应变硬化特性; 而对于较小不均匀系数级配试样 ( $C_u=1.1\sim 1.4$ ), 从加载一开始就表现出较强的应变硬化特性, 偏应力水平一直上升直达到稳定状态或临界状态。所以本文提出的本构模型成功地模拟了玻璃球材料的应变硬化特性和临界状态特性, 并且清晰地预测了不同颗粒级配下材料的不排水应力路径 (见图 5-9b)。

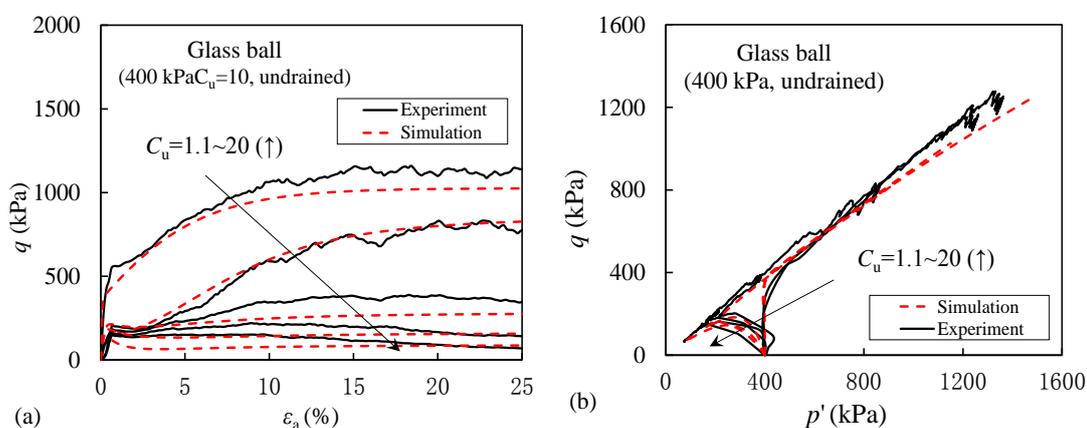


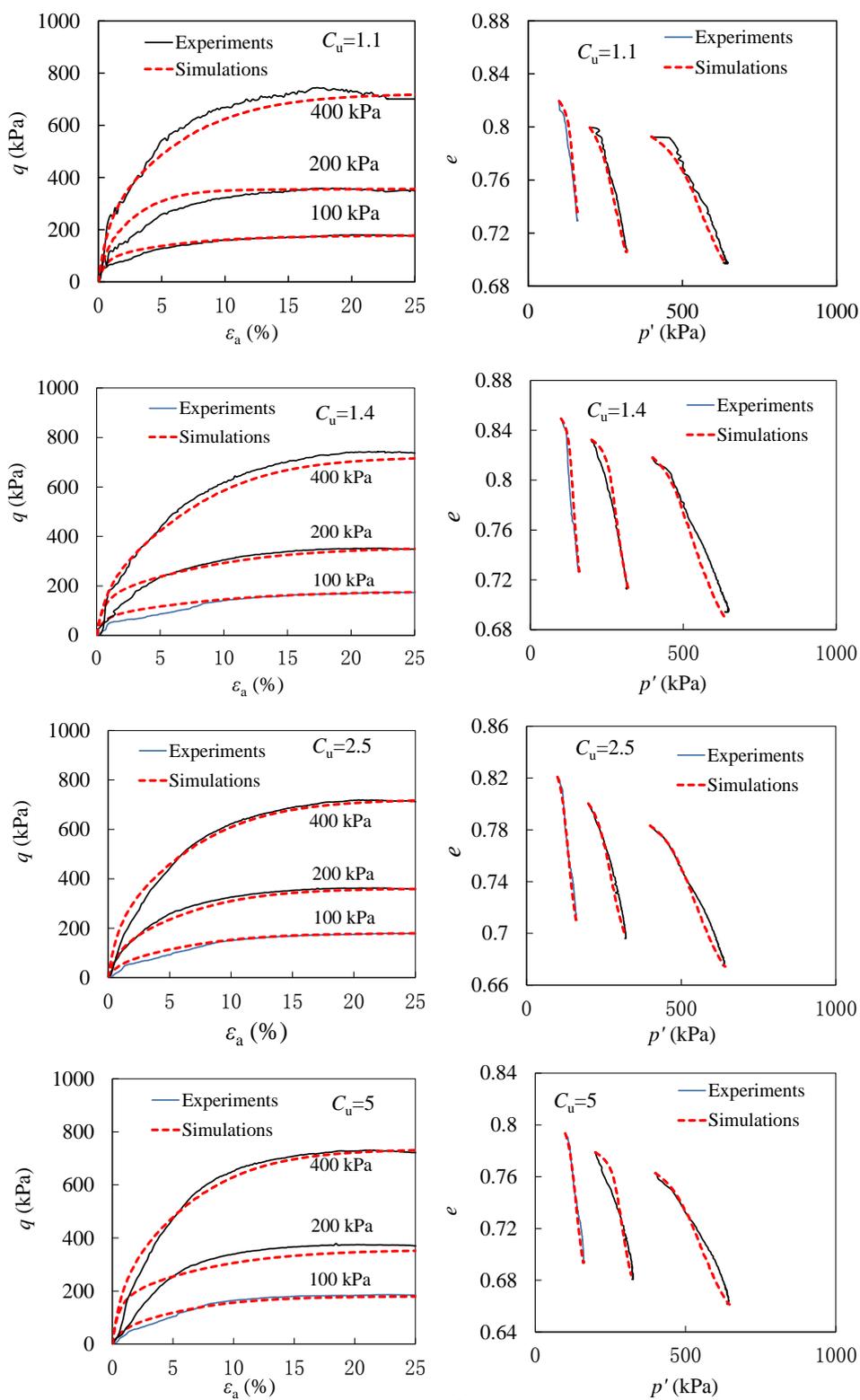
图 5-9 模拟玻璃球试样的不排水三轴剪切试验(a) $q$ - $\varepsilon_a$ (b) $q$ - $p'$

Fig.5-9 Simulations for undrained triaxial tests of glass ball (a) $q$ - $\varepsilon_a$ (b) $q$ - $p'$

## 5.4.2 Hostun 砂试验验证

### (1) 排水三轴剪切试验

图 5-10 比较了本构模型数值模拟和 Hostun 砂室内实验的三轴排水剪切试验结果。所制作的 Hostun 砂试样都比较松散, 在 100~400 kPa 的围压下其呈现出剪缩特性。材料应力应变发展是一个应变硬化过程, 随着加载的进行, 材料的抗剪强度不断增加直达到临界状态 ( $> 20\%$ )。本构模型成功地预测了不同围压不同颗粒级配下松散天然 Hostun 砂的剪缩特性和临界状态特性。



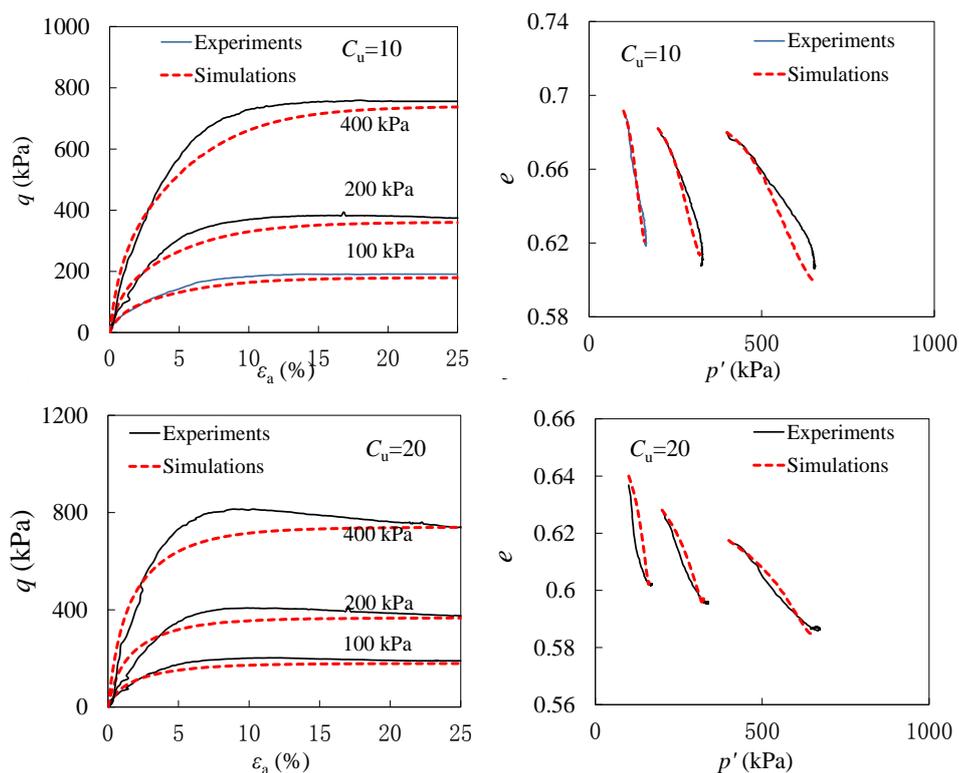
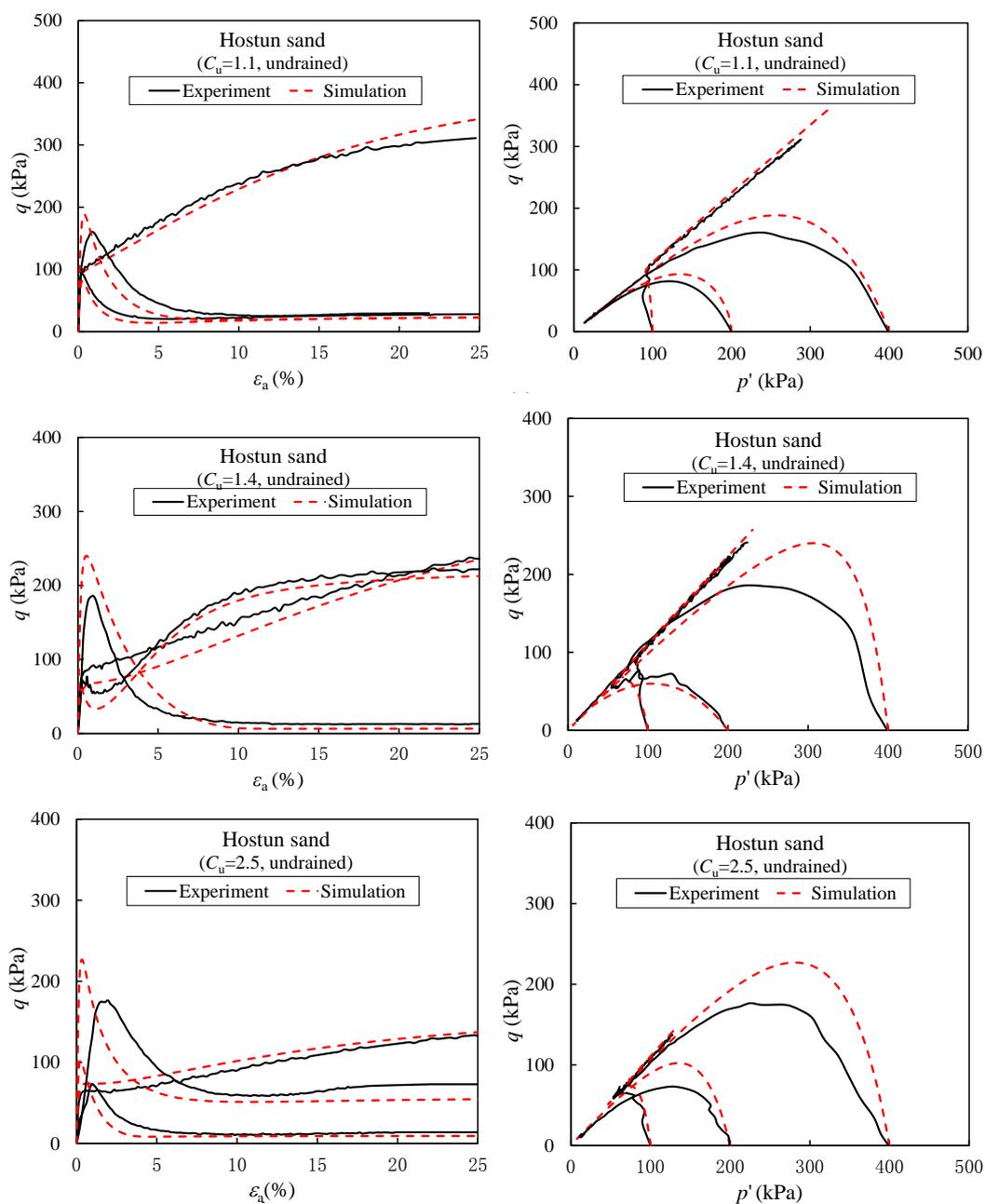


图 5-10 模拟Hostun砂试样的排水三轴剪切试验

Fig.5- 10 Simulations for drained triaxial tests of Hostun sand

## (2) 不排水三轴剪切试验

图 5-11 展示了模型模拟不同围压下不同颗粒级配 Hostun 砂的三轴不排水剪切响应。预测结果展示了模型有较好的模拟多级配天然砂土不排水剪切特性的能力。将同一初始相对密实度 ( $D_r \approx 42\%$ ) 同一围压下的一组级配试样的不排水响应曲线绘制到一起 (见图 5-12)。由图中可见该本构模型可以很好预测出粒状材料的抗剪强度随颗粒级配变化的特性以及材料的临界状态力学特性。



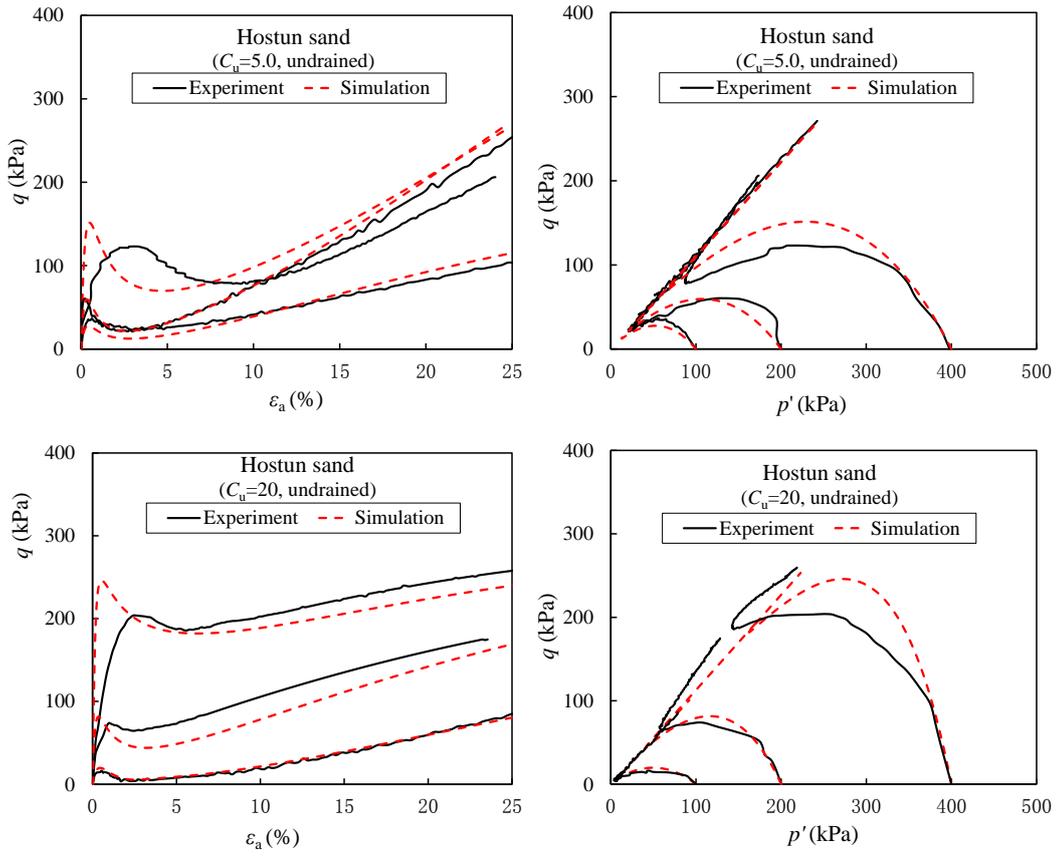


图 5-11 模拟Hostun砂试样的不排水三轴剪切试验

Fig.5-11 Simulations for undrained triaxial tests of Hostun sand

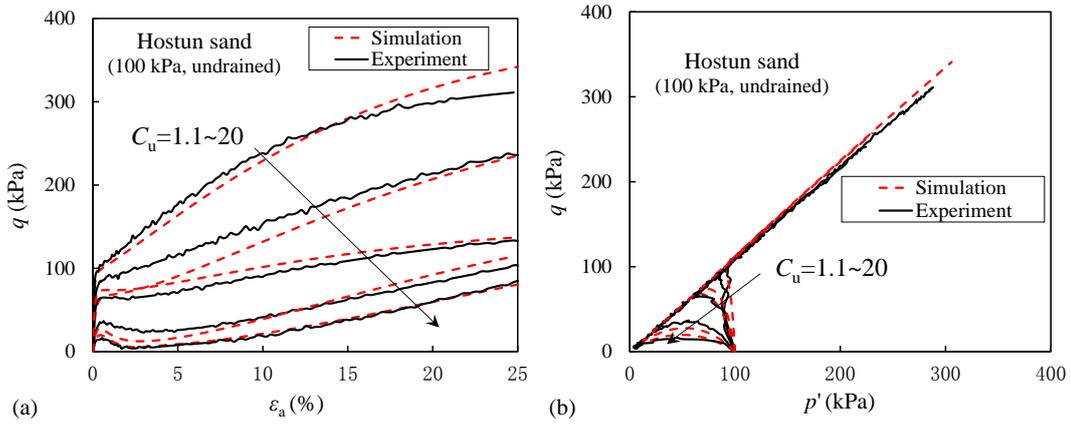


图 5-12 模拟不同级配Hostun砂的不排水响应(a) $q-\varepsilon_a$ (b) $q-p'$

Fig.5-12 Simulations for undrained response of Hostun sand with different gradings (a) $q-\varepsilon_a$ (b) $q-p'$

### 5.4.3 DEM 试验验证

#### (1) 三轴排水压缩剪切试验

图 5-13 给出了采用本文模型预测 DEM 数值排水剪切试验的结果。模型很好的捕捉了不同围压下不同颗粒级配 ( $C_u = 1.1 \sim 6.0$ ) 理想球形材料体的排水力学响应。模型充分重现了粒状材料的剪胀剪缩力学特性：如不均匀系数  $C_u = 1.1$  的粒状材料在其加载条件下表现出一定的剪胀特点，而不均匀系数  $C_u = 1.82$  的粒状材料在剪切过程中几乎都是剪缩特性。不同级配下理想粒状材料剪切到大应变情况下 ( $>25\%$ )，材料的力学状态均能到达临界状态，出现常剪偏应力和常孔隙比状态。粒状材料三轴排水剪切下的这些力学特性，该本构模型都能一一反映出来。

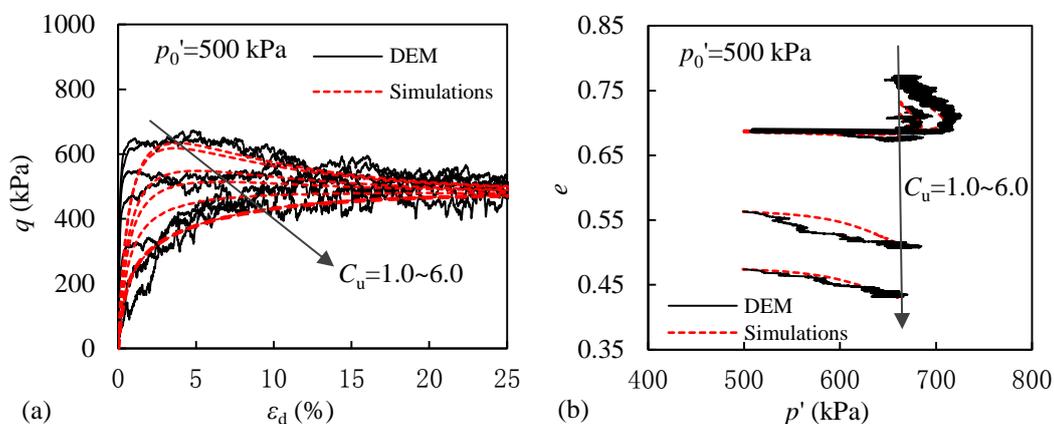


图 5-13 模拟DEM试样的三轴排水压缩剪切试验(a) $q-\varepsilon_d$ (b) $e-p'$

Fig.5-13 Simulations of drained triaxial compression tests for DEM specimens(a) $q-\varepsilon_d$ (b) $e-p'$

#### (2) 三轴排水拉伸剪切试验

图 5-14 展示了 DEM 三轴拉伸剪切试验的模型模拟结果。拉伸剪切条件下，材料表现出来的剪胀特性要不压缩剪切更为明显。相同围压下较之压缩剪切实验表相处较低的偏应力水平。该本构模型很好的模拟了拉伸条件下理想球体的剪切特性。

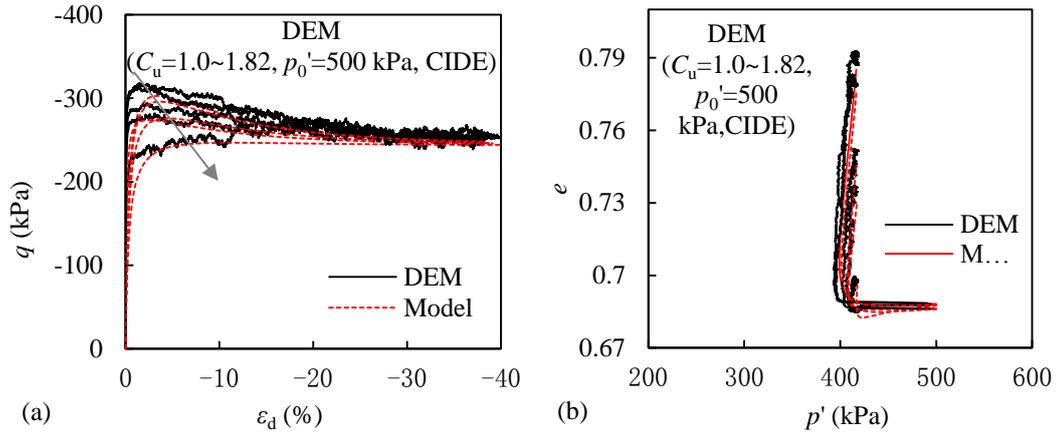

 图 5-14 模拟DEM试样的三轴排水拉伸剪切试验(a) $q-\varepsilon_d$ (b) $e-p'$ 

 Fig.5- 14 Simulations of drained triaxial extension tests for DEM specimens (a) $q-\varepsilon_d$ (b) $e-p'$ 

## 5.5 级配相关的本构模型比较

为了展示本文本构模型的预测能力，与已有预测级配变化相关的本构模型进行比较。Muir Wood 等<sup>[71]</sup>考虑冲刷过程中颗粒级配变化，基于 Severn-Trent 模型<sup>[127, 128]</sup>，将颗粒级配变化（级配指标  $I_G$ ）对颗粒材料临界状态等力学特性的影响考虑进本构模型。为了方便讨论将该本构模型简记为 Model-Ig。

### 5.5.1 模型 Model-Ig 概要

下面简单介绍模型 Model-Ig 中的一些主要本构相关计算变量和方程。模型中采用的状态参量仍然是根据 Been 和 Jefferies<sup>[69]</sup>的定义为

$$\psi = v - v_{cs} \quad (5.33)$$

其中  $v_{cs}$  是临界状态指定体积，材料的当前可用（峰值）强度以应力比的形式表示为

$$\eta_p = M - k_R \psi = M - k_R (v - v_{cs}) \quad (5.34)$$

$M$  是临界状态应力比， $k_R$  是土体常数。

土体的变形屈服由应力比来控制，峰值应力比和变动应力比的关系如下：

$$\eta / \eta_p = \bar{\eta} = \frac{\varepsilon_q^p}{a_M + \varepsilon_q^p} \quad (5.35)$$

其中  $a_M$  为土体常数。

塑性剪切应变增量表示为：

$$\delta \varepsilon_q^p = \frac{a_M(\eta_p \delta \eta - \eta \delta \eta_p)}{(\eta_p - \eta)^2} \quad (5.36)$$

根据 Rowe 的应力剪胀关系<sup>[221]</sup>可知塑性体积应变通常伴随着塑性剪切应变：

$$\frac{\delta \varepsilon_q^p}{\delta \varepsilon_p^p} = A[(1 - k_D \psi) M_{cs} - \eta] \quad (5.37)$$

其中  $M_{cs}$  是临界状态应力比， $A$  和  $k_D$  分别是本构参数。

该模型中采用的临界状态线方程表达如下：

$$v_{cs} = \bar{v} + (\hat{v} - \bar{v}) \exp \left[ - \left( \frac{p'}{p_{ref}} \right)^\omega \right] \quad (5.38)$$

其中  $\hat{v}$  定义为极低应力下的临界状态指定体积， $\bar{v}$  为极高应力下临界状态指定体积。 $p'$  是平均有效应力， $p_{ref}$  是参考应力， $\omega$  是材料常数。

更普通的情况下，颗粒材料的临界状态线表达如方程(1.4)，其中  $\Delta v = \hat{v} - \bar{v}$ ，

$$\bar{v} = v_0 - v_G I_G, \quad \hat{v} = v_0 + \Delta v - v_G I_G。$$

该模型与本文模型在模拟颗粒材料力学特性上的最大区别也即是临界状态方程的不同。关于模型 Model-Ig 的详细推导信息参考文献<sup>[71, 76, 127]</sup>。

$I_G$  是基于级配曲线面积比率一个颗粒级配指标，如图 5-15 所示。由水平轴 BD，单粒级配曲线（垂直线）AB 和当前颗粒级配曲线 AC 围成的面积定义为  $A_{cg}$ ；由水平轴 BD，单粒级配曲线（垂直线）AB 和分形分布级配曲线 AD 围成的面积定义为  $A_{cf}$ ；而  $I_G = A_{cg}/A_{cf}$ 。因此对于任何给定的颗粒级配曲线，位于单颗粒级配曲线和分形分布级配曲线之间，都可以找到对应的一个  $I_G$  值来描述。

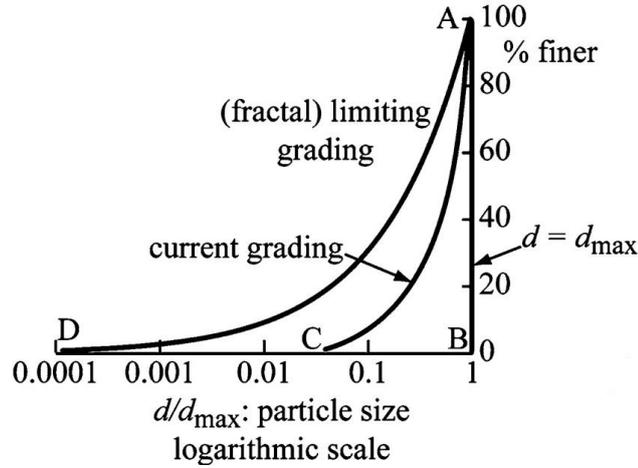


图 5-15 分形颗粒级配分布 (半对数坐标) [68]

Fig.5- 15 Fractal limiting distribution (log-linear plot)

### 5.5.2 模型 Model-Ig 的临界状态参数

与模型 Model-Cu 类似，模型 Model-Ig 也是基于临界状态土力学框架下的弹塑性本构模型，用了一个级配指标来描述级配相关的颗粒材料力学特性。两个模型最大的差别在于临界状态线方程的描述以及采用的颗粒级配指标。所以根据本文实验结果，要比较两个模型的预测效果，首先需要对两个模型的临界状态线方程进行比较。由于 Model-Ig 模型中没有提供实测室内数据支撑模型的进一步验证。首先根据 Model-Ig 模型定义的临界状态线，拟合本文实验所得的实验数据（3D-DEM 和室内三轴试验），比较两个模型在预测颗粒材料临界状态线上的差别。为了方便地对两个模型进行比较，将模型 Model-Ig 中临界状态线方程(5.38)的形式进行修改：采用  $e$  代替指定体积  $v$ ， $e=v-1$ ，方程的整体形式不变如下：

$$e_{cs,MW} = e_{0,MW} - e_G I_G + \Delta e_{MW} \exp \left[ - \left( \frac{p'}{p_{cs,MW}} \right)^{\alpha_{MW}} \right] \quad (5.39)$$

其中  $e_{cs,MW}$  是临界状态孔隙比； $I_G$  是 Muir Wood 和 Maeda<sup>[68]</sup>定义的级配指标； $e_{0,MW}$  是单颗粒体系材料（ $I_G=0$ ）的最小孔隙比， $p_{cs,MW}$  是参考平均应力。

在  $I_G=1$  的理想分形级配下，由阿波罗分形组装（Apollonian fractal packing）<sup>[224]</sup>可知球形材料在分形级配下最密实的状态是孔隙比为 0（粗颗粒之间的孔隙被足够多以及足够细的颗粒填满），故而  $e_G=e_{0,MW}-0=e_{0,MW}$ ；在 Model-Ig 模型中  $\Delta e_{MW}$

$=\Delta v$ , 由材料的物理特性决定, 为极低应力下的临界状态孔隙比 ( $\bar{e} = \bar{v} - 1$ ) 与极高应力下临界状态孔隙比 ( $\tilde{e} = \tilde{v} - 1 = e_{0,MW} - e_G I_G$ ) 的差值, 可以由单颗粒材料体系相对应的孔隙比值得到。 $p_{cs,MW}$  是临界状态的参考应力;  $\omega_{MW}$  是控制临界状态线形状的参数。当  $p'=0$ , 临界状态参考位置:

$$e_{ref,MW} = e_{0,MW} - e_G I_G + \Delta e_{MW} = e_{ref,MW}(I_G) \quad (5.40)$$

其中  $e_{0,MW}$ 、 $e_G$  和  $\Delta e_{MW}$  均是材料常量, 可见  $e_{ref,MW}$  和  $I_G$  存在一个线性关系。相比之下, 本文中模型 Model-Cu 的临界状态线位置  $e_{ref}$  和颗粒级配指标  $C_u$  是一个指数关系。可见模型 Model-Ig 在临界状态线与颗粒级配指标的描述上更为简洁。

可见对临界状态线方程(5.39)很重要的一个因素是确定  $I_G=0$  材料的相应的临界状态参数  $e_{0,MW}$  和  $\Delta e_{MW}$ 。对于球形单颗粒材料 ( $I_G=0$ ), 由开普勒猜想 (Kepler conjecture, 在欧几里得空间内没有任何单颗粒球形体系的组装密度大于  $\pi/\sqrt{18} \approx 0.7$ ) [72, 225] 可知球形颗粒体系的最小孔隙比理论上被证实为  $(1-0.74)/0.74=0.351$ , 也即  $e_{0,MW}=0.351$  (对于 Model-Ig 模型采用的二维圆盘,  $e_{0,MW}=0.0931/0.9069=0.103$ [224]), 这是最密实状态下的单颗粒球形体系的孔隙比; 而对于  $\bar{e}$  的取值, 很难达到所谓极低应力下的临界状态: 如果由预先假定的临界状态线方程来获得, 其取值很大程度上受到临界状态方程形式的影响; 室内实验也很难去实现这个状态并选取相应孔隙比。通常可以选取材料的最大孔隙比最为代替值。实际上研究者[126]也是采用材料的最大最小孔隙比来代替  $\bar{e}$  和  $\tilde{e}$  的。

室内测量砂土的最大最小孔隙比通常按照 ASTM-D4253[226]给出的方法进行测量。而对于数值方法, 采用与之相同的实验方法进行模拟, 需要耗费大量的计算时间, 而且还不容易得到很准确的值。为了更好地进行模型比较, 采用对比模型中的量测数值试样的最大最小孔隙比的方法来计算所研究颗粒级配相应的密实度指标。下面详细阐述该方法的[68]主要要点。如图 5-16 所示, 在试样生成过程中, 通过对极低孔隙率试样设置初始颗粒间摩擦角为  $0^\circ$  来获得最密实的试样; 而对极高孔隙率试样设置初始颗粒摩擦角为  $45^\circ$  来获得最松散状态的试样。试样生成平衡的初始围压为颗粒法向接触刚度值的  $10^{-4}$  倍。

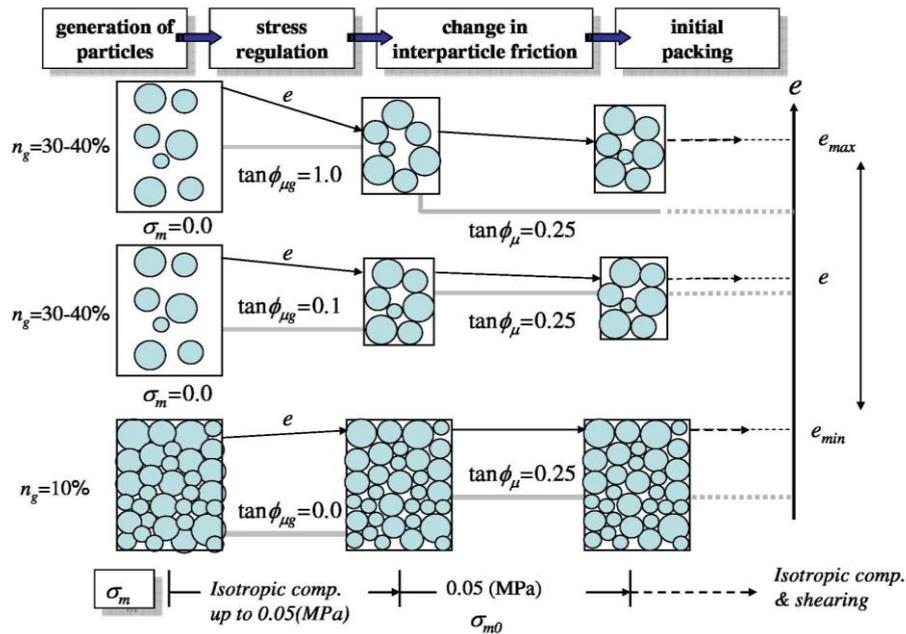


图 5-16 DEM 试样的生成方法：改变孔隙比， $n_g$  和颗粒间摩擦角  $\tan \mu$  来生成不同试样<sup>[68]</sup>

Fig.5-16 Method of preparation of DEM samples: varying generation porosity,  $n_g$ , and interparticle friction,  $\tan \mu$  to produce different eventual packings

根据以上分析结果，选定了一套试验方案和参数进行详细分析。首先对所研究的颗粒材料的最大最小孔隙比进行测试。沿用上文提到的思路，对不同颗粒级配试样的最大最小密实度进行模拟，具体步骤如下：

### (1) $e_{max}$ 试验

步骤一：指定一个较大的孔隙率  $n=0.445$ （此时，试样中的颗粒几乎没有相互作用，取值大小经过多次试验调整，考虑计算时间和颗粒数量），将颗粒间接触摩擦参数设置为  $\mu=1.0$ （使得颗粒在固结过程中达到最大的相互约束，从而使得颗粒集合体在该围压下可以达到一个“最松散”的状态）。

步骤二：进行初始各向同性压缩固结试验（CIDC）到指定的围压  $\sigma_0$  下（ $\sigma_0=k_n \times 10^{-4}=15 \text{ kPa}$ ），进行迭代至指定平衡标准（最大不平衡力比值  $10^{-3}$ ），确保试样达到指定要求）；

步骤三：接着将颗粒间的摩擦系数调整为  $\mu=0.5$ （大量学者在采用玻璃球进行试验的基础上得出圆球体颗粒间摩擦系数为 0.5）；再一次在同一围压下让颗粒集合

体迭代至平衡（进行 3 次平衡，确保试样达到指定要求）。至此，初始固结压缩完成，此时试样中的孔隙比为本文定义的最大孔隙比  $e_{\max}$ 。

## (2) $e_{\min}$ 试验

与  $e_{\max}$  试验过程类似，将步骤一中孔隙率改为  $n=0.33$ （取值大小经过试验调整，考虑计算时间和颗粒数量），将颗粒接触摩擦系数修改为  $\mu=0.0$ （使得颗粒在固结过程中没有摩擦约束，颗粒在荷载作用下可以自由滑动，从而使得颗粒集合体在该围压下可以达到一个“最紧密”的状态。经过 3 个步骤之后，得到的试样孔隙比是本文定义数值模型的最小孔隙比  $e_{\min}$ 。

对于天然砂土和人造材料的最大最小孔隙比值与材料的颗粒形状、颗粒级配等密切相关。Miura 等<sup>[227]</sup>统计了近 200 种颗粒材料的基本物理性质，指出颗粒材料的级配和颗粒形状对其最大最小孔隙比值的影响明显。最大最小孔隙比值随着颗粒级配指数  $C_u$  的升高而下降。但是其差值  $e_{\max}-e_{\min}$  却与颗粒级配无关，而随着  $d_{50}$  的减小而减小；随着材料棱角度的上升而增大。在这个前提下，将本文研究的 3 种材料的最大最小孔隙比随颗粒级配的演化曲线的拟合结果展示如图 5-17 示。

对于  $e_{\max}-e_{\min}$  差值，Hostun 砂材料要比玻璃球大，而玻璃球要比 DEM 理想球体大；对于不同颗粒级配材料的最大最小孔隙比相差一个恒定值，也即是孔隙比随级配演化的曲线的间距是相同的。这些发现与 Miura 等<sup>[227]</sup>的研究结论一致。Model-Ig 模型中也假定了不同颗粒级配材料的临界状态最大和最小孔隙比参数的差值不受颗粒级配的影响。因此选取不同颗粒级配下材料的  $e_{\max}$  和  $e_{\min}$  值随颗粒级配变化的规律来确定其在  $I_G=0$  下的  $e_{\max}$  和  $e_{\min}$  值，比直接选用  $I_G=0$  材料的  $e_{\max}$  和  $e_{\min}$  值更加可靠（单一级配材料的实验若是存在误差，则对实验结果影响较大；而多组不同颗粒级配材料得到实验结果，即使存在误差也是系统误差，对整体的孔隙比随级配演化规律的影响会减小）。实际上研究者<sup>[126]</sup>也是采用颗粒材料的最大最小孔隙比来指定  $\hat{e}$  和  $\bar{e}$  的。

在确定了模型 Model-Ig 中的材料相关常量后，就可以使用方程(5.39)定义临界状态线在  $e-p$  平面上的位置  $e_{\text{ref},\text{MW}}$ 。根据模型 Model-Ig 定义的参数，从实验结果提取出相应的实验参数值，见表 4-1。表中  $e_{0,\text{MW}}$ 、 $e_G$  和  $\Delta e_{\text{MW}}$  的值分别是由上述三种材料的最大最小孔隙比得到；而  $p_{\text{cs},\text{MW}}$  和  $\omega_{\text{MW}}$  是控制临界状态线形状的参数，其值参考文献<sup>[126]</sup>给出的数值结合本文数据优化拟合得到。

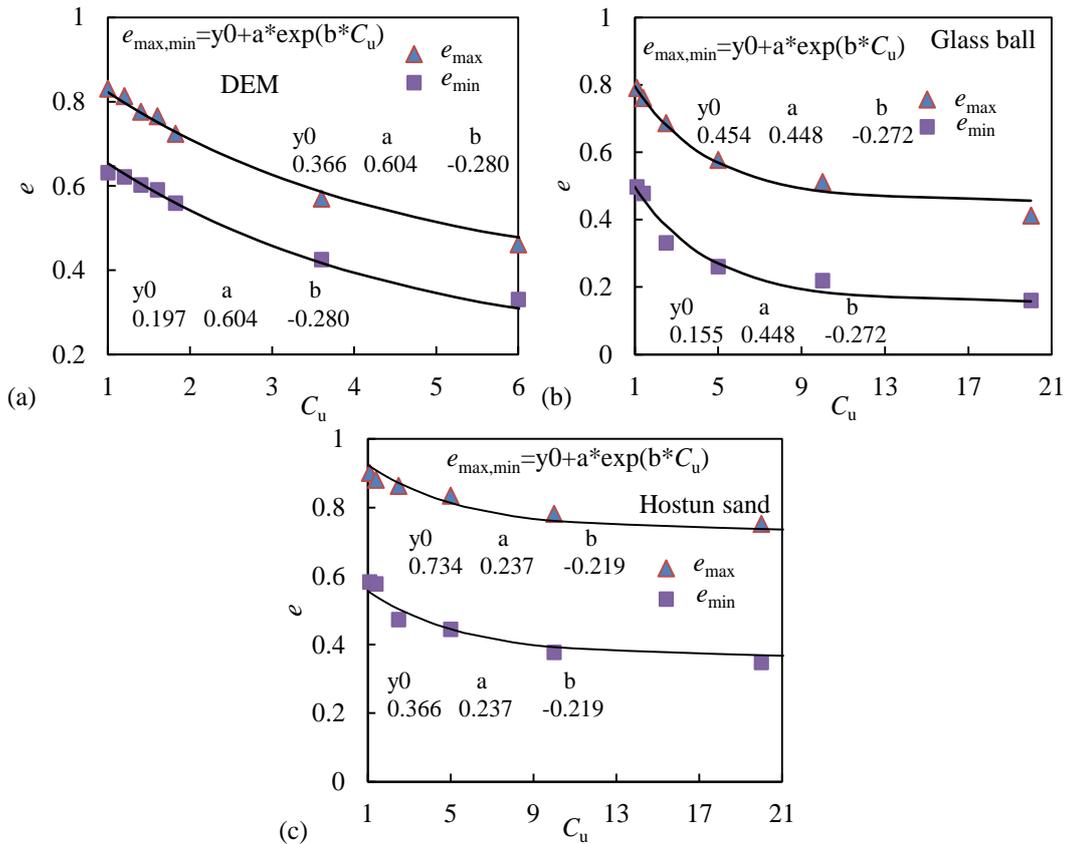


图 5-17 三种材料的最大最小孔隙比随级配指标 $C_u$ 的变化(a) DEM (b)玻璃球 (c)Hostun砂

Fig.5-17 Evolution of the maximum and minimum void ratios of the three materials with the grading index  $C_u$ (a) DEM (b)glass ball (c)Hostun sand

结合表 4-1 列出来的材料常数。采用方程(5.39)拟合本文所用材料的临界状态线，结果见图 5-18。由图中可以看出，随着材料级配指标  $C_u$  的升高，模型模拟的精度逐渐降低。对于 DEM 结果的模拟中，只有级配  $C_u=1.0$  和  $C_u=1.82$  试样的临界状态线比较吻合。

表 4-1 Model-Ig的临界状态参数

Table 4-1 Critical state parameters for using Model-Ig

参数	DEM 试样	玻璃球	Hostun 砂
$e_{0,MW}$	0.654	0.497	0.556
$e_G$	0.654	0.497	0.556
$\Delta e_{MW}$	0.173	0.3	0.368
$p_{cs,MW}$	506.5	506.5	506.5
$\omega_{MW}$	0.1	0.145	0.148

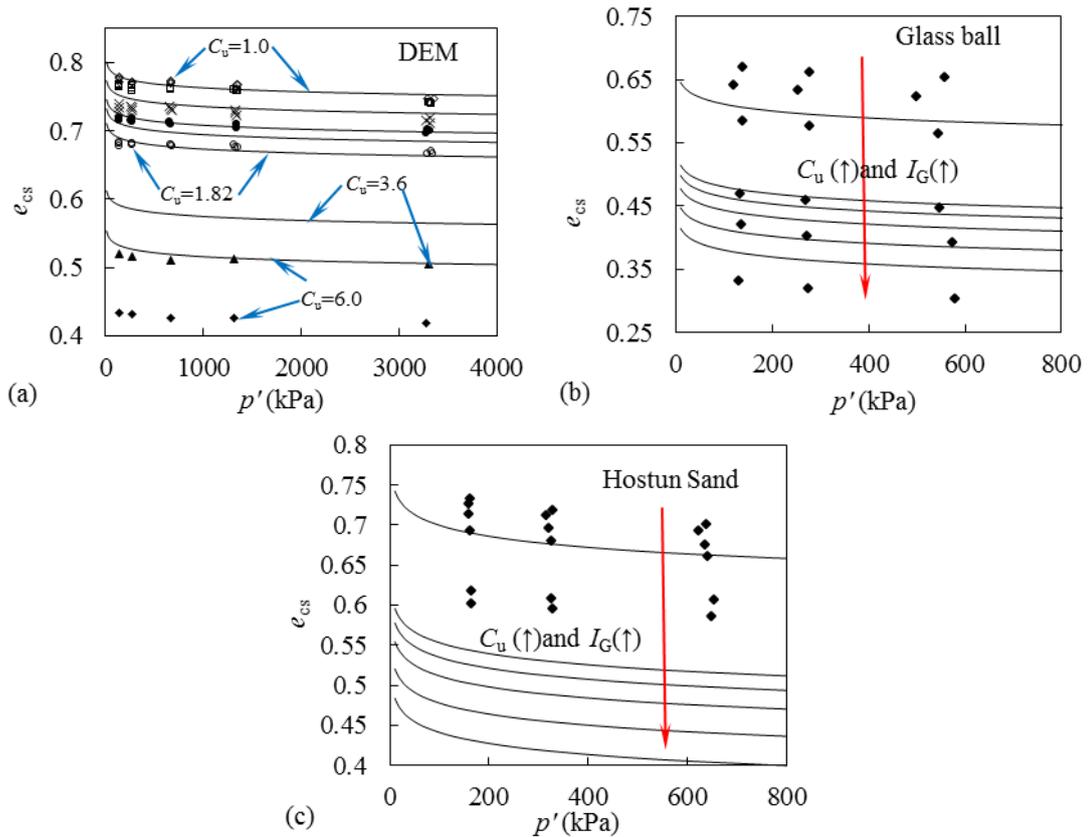


图 5-18 采用Model-Ig对不同材料的临界状态线的模拟(a)DEM材料的临界状态线 (b)玻璃球的临界状态线 (c)Hostun砂的临界状态线

Fig.5- 18 Simulation of CSL using Model-Ig for different materials (a) CSL for DEM assembly (b) CSL for Glass ball (c) CSL for Hostun Sand

以上分析可见采用模型 Model-Ig 中的参数确定方法得到的结果，不能很好的模拟本文所研究材料的临界状态线。因此，下面从另一个角度出发，先把握临界状态方程的整体，取得良好的拟合效果，再反分析内在参数之间的联系。

首先需要抓住临界状态方程(5.39)的基本趋势，特别是临界状态线位置  $e_{ref,MW}$  随着级配指标  $I_G$  变化的趋势；将  $e_{ref,MW}$  代到方程(5.39)中，得到方程(5.41)。从方程(5.41)可以看出，仅仅需要三个参数就可以确定这个临界状态线。

$$e_{cs,MW} = e_{ref,MW} + \Delta e_{MW} \left( \exp \left[ - \left( \frac{p'}{p_{cs,MW}} \right)^{\omega_{MW}} \right] - 1 \right) \quad (5.41)$$

基于方程(5.41)，拟合得到图 5-19 所展示的材料临界状态线的结果。由图中

所示，采用的参数  $p_{cs,MW}$ ， $\Delta e_{MW}$  和  $\omega_{MW}$  显示出了很好的拟合效果。尽管如此，按照 Model-Ig 模型描述的： $e_{ref,MW}$  和  $I_G$  存在一个线性关系。将模拟得到的数值反算出  $e_{ref,MW}$  和  $I_G$  绘制在图 5-19d 中。

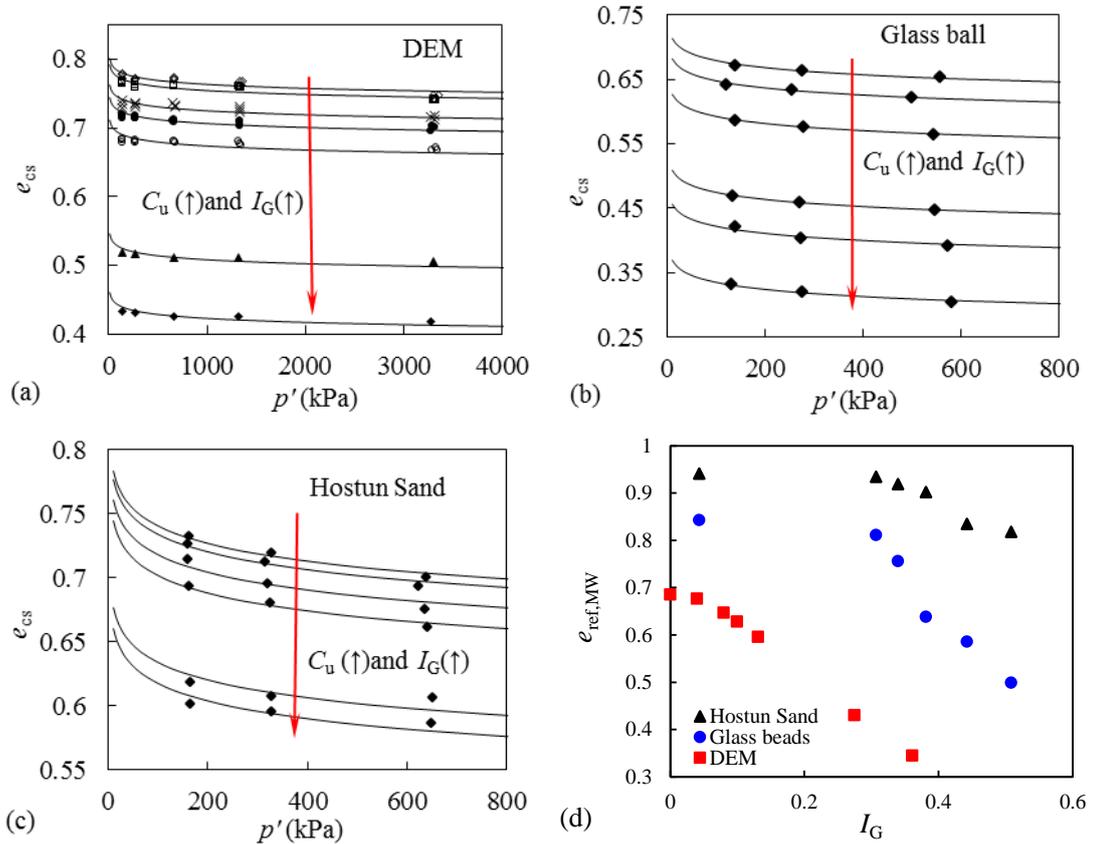


图 5-19 采用 Model-Ig 模拟不同材料的临界状态线 (a) DEM (b) 玻璃球试样 (c) Hostun 砂 (d)  $e_{ref,MW}$  和  $I_G$  的关系

Fig.5-19 Simulation of CSLs using Model-Ig for different materials (a) DEM specimen (b) Glass ball (c) Hostun Sand (d) evolution of  $e_{ref,MW}$  with  $I_G$  changing

由图中可以看出，每种材料的  $e_{ref,MW}$  和  $I_G$  并不能简单使用一个线性关系描述：对于级配曲线较为规则的 DEM 试样，具有较大  $I_G$  的材料，基本能服从线性分布，对于级配曲线不是太规则的室内试验材料，也是具有较大  $I_G$  的情况下，存在一定波动性的线性关系，而对于小  $I_G$  的材料，则不能在体现在线性关系内。综合上述，对于级配较为窄，不均匀性低的颗粒材料，Model-Ig 不能很好的体现其临界状态线的变化规律。

尽管如此, 仍然以方程(5.40)来拟合临界状态参考孔隙比和级配指标  $I_G$  的关系, 再对所研究材料的应力应变响应进行模拟。以下举例对两个模型在三轴剪切试验上的验证对比。

### 5.5.3 模型模拟三轴剪切实验的结果

除了临界状态参数以外, 模型的其它参数通过拟合一个排水剪切试验得到。作为模型参数校核本文以 DEM 级配  $C_u=1.0$ ,  $I_G=0$  为例子, 围压 200 kPa 和 500 kPa, 模型拟合得到参数为  $a_M=0.004$ ,  $M_{cs}=0.75$ ,  $A=1.6$ ,  $k_R=3.7$  和  $k_D=0.1$ 。图 5-20 给出了 Model-Ig 模型验证结果和 Model-Cu 模型的模拟果。由图中可见, 两个模型对不同围压下 DEM 试样的三轴剪切试验均取得很好的拟合效果。

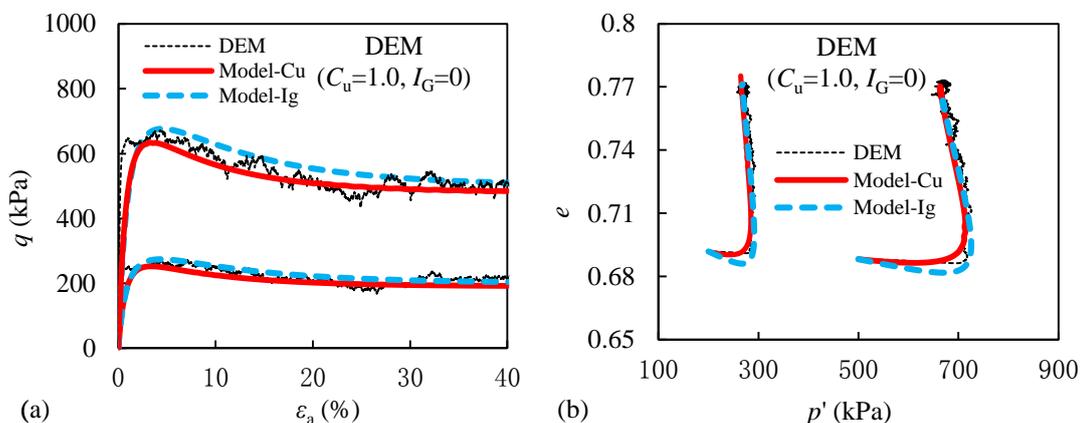


图 5-20 对  $C_u=1.0$ ,  $I_G=0.0$  的模型校核和比较 (a) 偏应力对轴向应变 (b) 孔隙比对平均有效应力

Fig.5-20 Validation for Model-Ig and comparison between the two models for grading  $C_u=1.0$ ,  $I_G=0.0$  (a) Deviatoric stress versus axial strain (b) Void ratio versus mean effective stress

使用这些参数, 对其它颗粒级配试样的试验结果进行模拟预测, 并比较两个模型的预测能力, 如图 5-21。由图中可见, 随着材料  $C_u$  的增大, 模型 Model-Ig 的预测更偏离了 DEM 数值结果, Model-Cu 具有较好的预测能力。然而, 由上一小节对临界状态线的讨论可知这个结果是可以预见的。

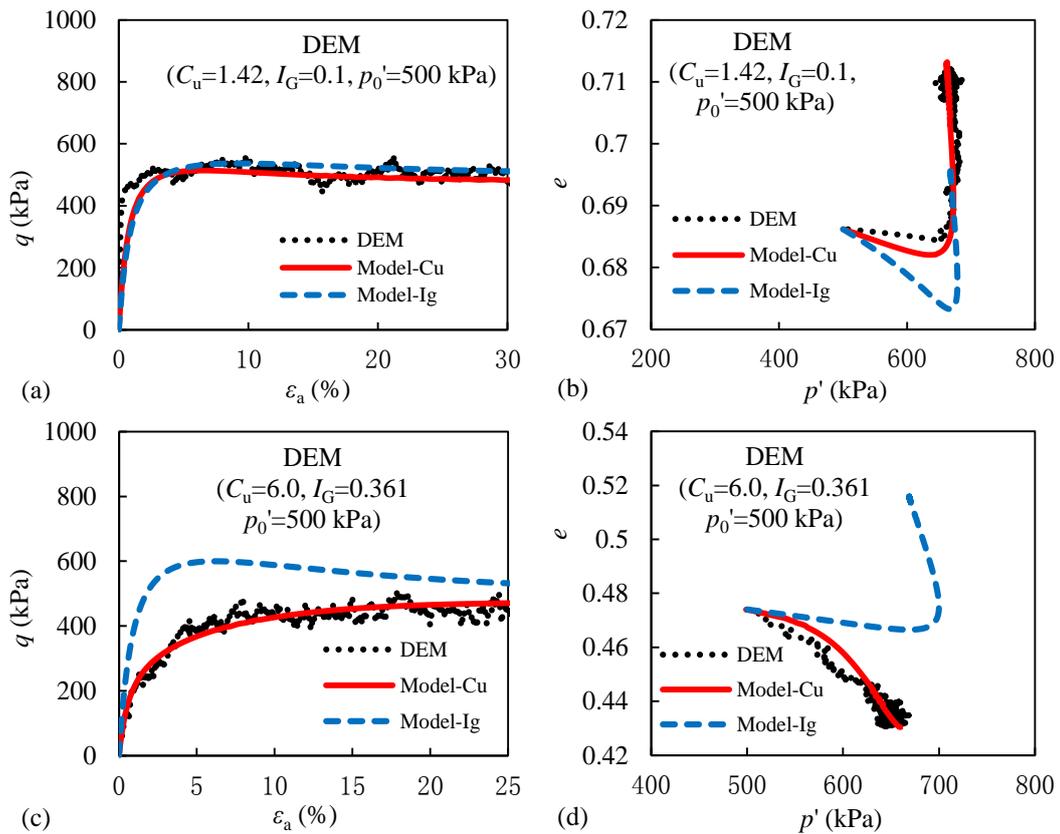


图 5-21 不同颗粒级配DEM试样的模型预测比较

Fig.5- 21 Comparison of model predictions for DEM specimens with different gradings

又如使用 Model-Ig 与 Model-Cu 模拟玻璃球的结果。以玻璃球试样  $C_u=1.1$ ,  $I_G=0.0043$  在 400 kPa 围压下剪切为校核实验, 如图 5-22 所示。Model-Ig 中采用的参数参考了文献<sup>[126, 127]</sup>的结果, 分别为:  $a_M=0.0016$ ,  $M_{cs}=0.81$ ,  $A=0.9$ ,  $k_R=2$  和  $k_D=0.1$ 。以此模拟其它级配的应力应变响应, 如图 5-22 所示。两个模型在大部分情况下都能捉住玻璃球材料的剪切力学响应, 而对于  $C_u=1.1$ ,  $I_G=0.5084$  的材料, Model-Ig 的预测误差稍大。本文研究模型具有更好的预测效果。

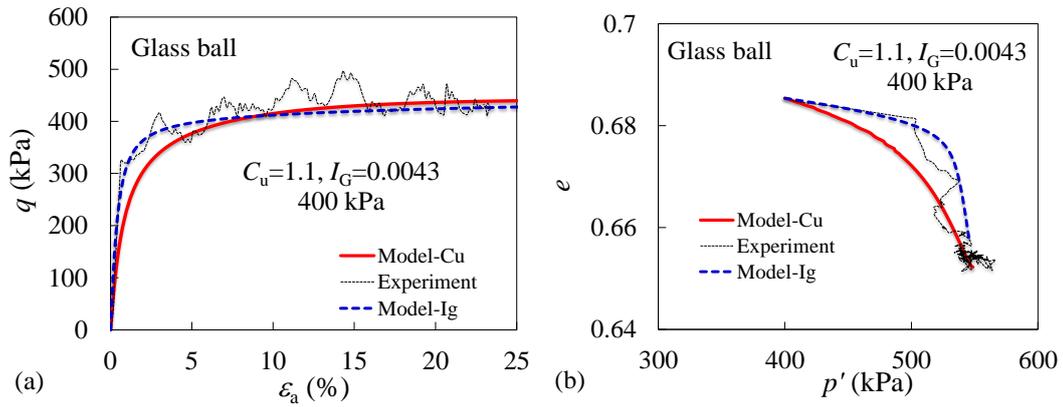


图 5-22 玻璃球的模型参数验证 (Model-Ig)

Fig.5- 22 Validation of Model-Ig parameters on glass ball (Model-Ig)

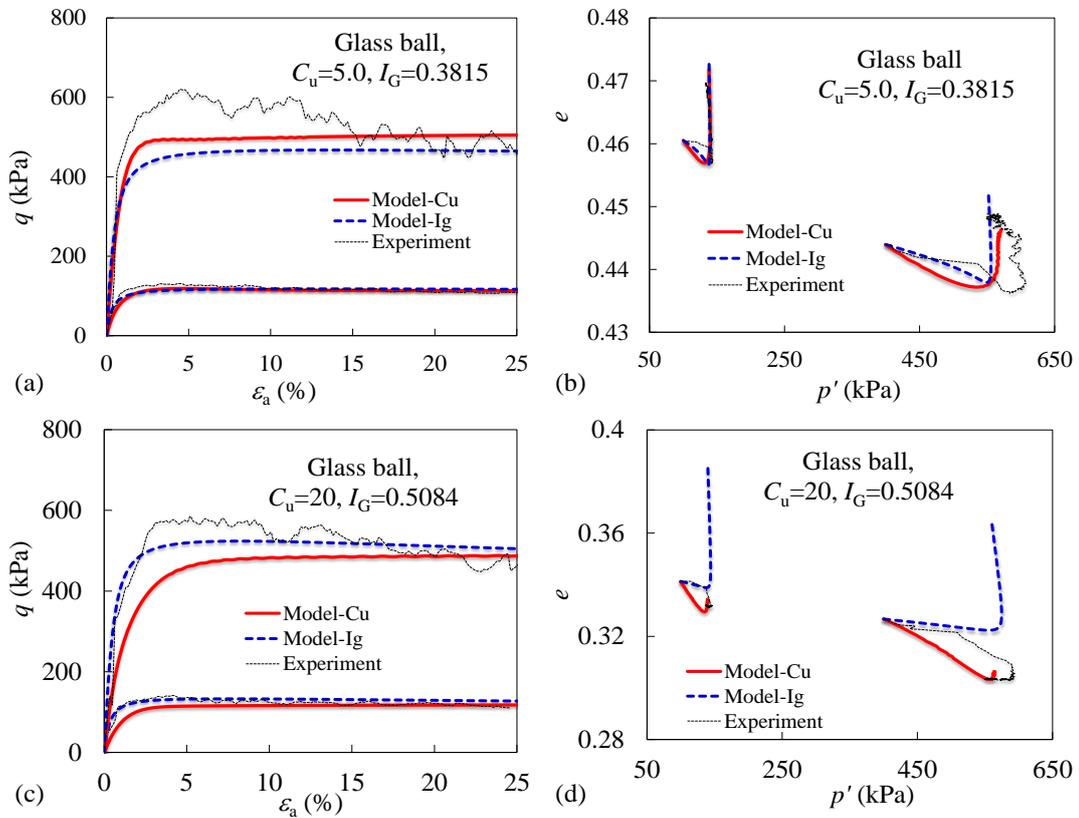


图 5-23 不同颗粒级配DEM试样的模型预测比较

Fig.5- 23 Comparison of model predictions for DEM specimens with different gradings

### 5.5.4 级配相关本构模型讨论

由以上级配相关临界状态的本构模型的对比结果可以发现，两个模型在模拟

相同材料的力学特性上存在一定差异。下面针对这个差异做进一步讨论。

对于模型 Model-Ig, 其材料参数较少, 采用线性方程描述临界参考孔隙比和颗粒级配指标的关系虽然简明但是较为粗糙, 是出现上述描述误差的主要原因。模型 Model-Cu 采用非线性关系描述颗粒级配指标和临界状态参考位置关系, 更加符合土体物理学特征。

与此同时, 模型中参数的选取存在一定的难度。比如参数 $\Delta e_{MW}$  定义为均匀单颗粒体系下材料的最大最小孔隙比之差; 对于理想材料或者人造材料, 这个参数是相对容易得到的, 但是对于天然土体几乎不存在单一颗粒形状的颗粒, 故而这个参数几乎是不能准确得到的。天然粒状土材料的物理力学属性不仅受到其颗粒级配的影响, 同时还受到其形状因素的影响。仅仅采用均匀单颗粒材料的指标可能会因为在该指标的量测上存在颗粒形状等因素的影响而引起整个预测的误差。尽管实验结果表明颗粒材料  $e_{max}$  和  $e_{min}$  之差 $\Delta e_{MW}$  是在整体规律上不受颗粒级配的影响。然而实际实验中我们发现在量测这两个指标时存在一定的波动范围。通常  $e_{min}$  结果较为稳定, 而  $e_{max}$  则存在比较大的波动, 如 Miura 等<sup>[227]</sup>统计的不同单颗粒体系的玻璃球试样的 5 个结果:  $e_{max}=0.661, 0.682, 0.702, 0.725, 0.785$ ;  $e_{min}=0.562$ 。这可能是由于实验手段等的影响造成的最大孔隙比的测量很难取得一个稳定值。由于这些误差因素的存在, 会引起 Model-Ig 模型在临界状态线的描述上存在一定的误差。模型 Model-Cu 采用多个颗粒级配材料的实验结果来确定颗粒级配相关临界状态线的演化规律, 得到的结果产生误差的概率相对较低, 更能准确反映颗粒材料随颗粒级配演化的力学特性。

同时, 两个模型采用的临界状态线是基于不同的颗粒级配指标, 是否是影响以上分析误差的来源之一? 通常而言, 一个颗粒级配指标是否有效在于它能否准确描述颗粒级配曲线而不至于对其力学特性描述时产生太大偏差。从图 5-19d 中可以发现, 对于两个不均匀系数  $C_u$  接近的级配曲线, DEM 数值分析中级配曲线  $C_u=1.43$ ,  $I_G=0.08$ , 而玻璃球的级配曲线中,  $C_u=1.4$ ,  $I_G=0.307$ ; 两个曲线指标  $C_u$  相近, 但指标  $I_G$  相差甚大, 可以推理采用这两个指标来对颗粒材料的力学性能进行描述时必然会产生较大的差异。

## 5.6 基于级配指标的颗粒材料力学描述

土木工程中通常采用粒状土的颗粒级配指标  $C_u$  和  $C_c$  来描述该土体是属于何

种类型土体，良好级配土还是不良级配土，进而规定了该类土体的适用性。从另一个角度而言，颗粒级配指标规定了粒状土材料的力学特性。因此，有必要进一步探讨研究颗粒材料力学性能上的颗粒级配指标描述，尝试寻找一个更加合理的指标来建立颗粒级配与其相应材料力学特性的关系。

### 5.6.1 颗粒级配指标

土体的颗粒级配是基于土体中不同的颗粒大小的粗颗粒土的分类<sup>[228]</sup>。对于颗粒材料级配的描述，通常有两个指标。一个是基于级配中颗粒质量含量百分比相应粒径的比值——不均匀系数  $C_u (d_{60}/d_{10})$ ；这个系数比较容易确定并且被广泛地应用于工程实践。该系数采用了关键粒径作为定义，控制了级配的整体躯干，忽略了粒径大于  $d_{60}$  和小于  $d_{10}$  的颗粒的影响。与不均匀系数相接近的另一个常用于评价材料颗粒级配的系数是曲率系数  $C_c = d_{30}^2 / (d_{10} \times d_{60})$ ，用于反映土的粒径级配累计曲线的斜率是否连续的指标系数。（ $d_{10}$ ——小于此种粒径的土的质量占总土质量的 10%，也称有效粒径； $d_{30}$ ——小于此种粒径的土的质量占总土质量的 30%； $d_{60}$ ——小于此种粒径的土的质量占总土质量的 60%，也称控制粒径。）

另一个颗粒级配指标是基于级配面积比率， $I_G$ <sup>[68]</sup>，正如上一章节中所描述的，任何给定的颗粒级配曲线，位于单颗粒级配曲线和分形分布级配曲线之间，都可以找到对应的一个  $I_G$  值来描述； $I_G$  的取值在 0~1 之间，有助于指明颗粒级配对土体当前状态的贡献程度。基于这个优势，Muir Wood 和 Maeda<sup>[71]</sup>将这个指标作为一个状态变量用于描述颗粒材料的力学性能，并引进本构模型。虽然指标  $I_G$  涵盖了级配曲线的整体，却没有对级配曲线的形式产生约束，可能存在相同面积比而颗粒级配效应不同的两个级配。

综合比较可以发现，每个级配指标既有优点又有不足： $C_u$  是一个线性概念，简洁明了，只能控制颗粒级配体躯干的变化，对于具有相同的  $C_u$  值的不同级配曲线，可能具有不同的  $I_G$  值。 $I_G$  是一个面积概念，对于任何形状的级配曲线，可能拥有相同的  $I_G$  但是不同的不均匀系数  $C_u$ ；而曲率系数  $C_c$  是一个曲率概念，在不均匀系数  $C_u$  的基础上修正对级配指标的描述。然而从  $I_G$  的定义可以发现， $I_G$  涵盖了  $C_c$  的功能，并且在一定程度上拓展了不均匀系数  $C_u$  的分析范围。由此可见讨论颗粒材料的级配描述时可以仅采用  $I_G$  和  $C_u$  进行对比分析。

那么采用级配指标  $C_u$  和  $I_G$  在描述任意颗粒级配材料的力学性能时是否能够

达到相同的效果，或者说两者是否都能够准备地进行描述？或是否需要一个新的指标来更完整的描述颗粒级配的变化？这对颗粒材料力学性能的研究有重要意义，需要进一步研究探讨。

基于前文进行的级配相关本构模型和 Muir Wood 的本构模型比较时发现，Muir Wood 模型在描述非常规（非函数化）级配曲线材料的力学性能时，特别是临界状态线时会产生较大的误差。根据作者的经验，这个误差部分原因是来自于采用  $I_G$  的描述方式： $I_G$  是一个面积概念，对于任何形状的级配曲线，可能拥有相同的  $I_G$  但是不同的不均匀系数  $C_u$ ，这个在本构模型一章节里面已经举例对比说明：对于不均匀系数  $C_u$  相近的材料，其  $I_G$  值差别较大。而材料的力学性能是否会变化较大呢？反之，若是对于相同  $I_G$  的两个不同级配材料，其  $C_u$  值可能也不同，而材料的力学性能又会发生怎么样的改变，这种变化是否还可以继续用级配指标  $I_G$  或者  $C_u$  来描述？还是有必要引进一个新的级配指标进行更准确的描述？这些问题将在下面进行阐述。

基于以上提出的几个问题，作为对比研究本文在前面 DEM 数值模拟章节研究的级配曲线（系列 S1）的基础上，通过创建 4 个非常规级配曲线，与原来 S1 系列中  $C_u=1.82$  级配曲线形成两个新系列：S2 系列基于相同的不均匀系数  $C_u$  而制作了不同  $I_G$  指标的颗粒级配曲线，S3 系列是基于相同的指标  $I_G$  而制作的不同指标  $C_u$  的级配曲线。

常规颗粒级配曲线系列 S1 的获得已经在第三章颗粒级配曲线生成中说明，这里不再赘述。对于其它两个非常规级配通过以下方式产生：系列 S2 级配在原来 S1 级配中的  $C_u=1.82$  级配曲线基础上，保持该系列下级配曲线的不均匀系数值  $C_u$  等于 1.82，而通过改变另外两个颗粒级配曲线按照  $I_G$  定义的覆盖面积从而改变级配曲线的  $I_G$  指标；反之针对系列 S3 的级配曲线，还是在  $C_u=1.82$  级配的基础上，增加两个级配曲线，通过控制这两个级配曲线的  $I_G$  指标相同但是  $C_u$  指标不同而制作出来。具体曲线分布见图 5-24，图中级配曲线 G0 对应于系列 S1 中  $C_u=1.82$  的级配曲线。

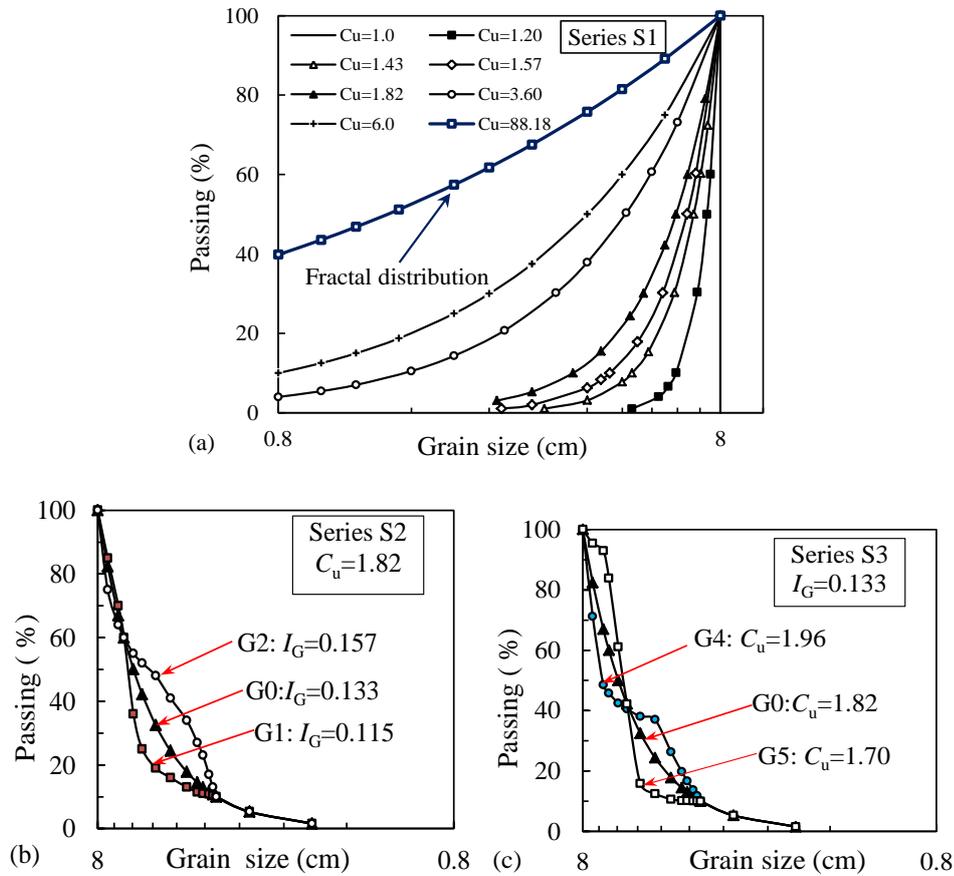


图 5-24 三个系列颗粒级配曲线对比:(a)系列S1 (b)系列S2 (c)系列S3

Fig.5- 24 Particle size distributions for analysis :(a)series S1 (b) series S2 (c) series S3

同时，由于颗粒级配指标  $C_u$  和  $I_G$  两个指标的取值范围不在一个数量级上，这在进行级配指标描述比较的时候，不容易区分这两个指标的贡献程度。本文尝试将级配指标  $C_u$  转换成一个 0 到 1 变化的无量纲指标。考虑到颗粒材料破碎过程中颗粒级配不断演化，Harding<sup>[38]</sup>提出了相对破碎的概念  $B_r$ 。  $B_r$  的数值随着颗粒破碎的增加从 0 到 1 变化。借用  $B_r$  的概念，将指标  $C_u$  以新指标  $I_{cu}$  进行表达如下：

$$I_{cu} = \frac{\ln\left(\frac{C_u}{C_{u\min}}\right)}{\ln\left(\frac{C_{u\max}}{C_{u\min}}\right)} \quad (5.42)$$

其中  $C_u$ ，  $C_{u\min}$  和  $C_{u\max}$  分别是当前级配不均匀系数，单颗粒级配不均匀系数和极限级配不均匀系数。  $I_{cu}$  可以很方便的由  $C_u$  计算得到，并且可以作为当前级配的定义被方便使用 ( $0 < I_{cu} < 1$ )。对于任何给定的级配曲线都可以用  $I_{cu}$  来描述。对于两

个极限级配曲线，分形级配( $C_{u\max}$ )和单颗粒级配( $C_{u\min}$ )，可以用  $C_u$  描述：

$$C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}} = 6^{\frac{1}{3-\alpha}}, C_{u\max} = 6^{2.5} = 88.18, C_{u\min} = 6^0 = 1$$

其中  $\alpha$  为前文提到的分形参数，达到分形级配时其值为 2.6。当前颗粒级配  $I_{cu}$  与  $C_u$  的转换如下：

$$I_{cu} = \frac{\ln\left(\frac{C_u}{C_{u\min}}\right)}{\ln\left(\frac{C_{u\max}}{C_{u\min}}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{C_u}{1}\right)}{\ln\left(\frac{88.18}{1}\right)} = \frac{\ln(C_u)}{\ln(88.18)} \quad (5.43)$$

从而所有的颗粒级配曲线也可以通过  $I_{cu}$  表达。同时  $I_{cu}$  的作用还在于可以直接对比级配指标  $C_u$  和  $I_G$  在对颗粒材料力学性能描述上的贡献大小。下面就所研究的三个系列的颗粒材料级配指标之间关系进行分析如图 5-25 所示。

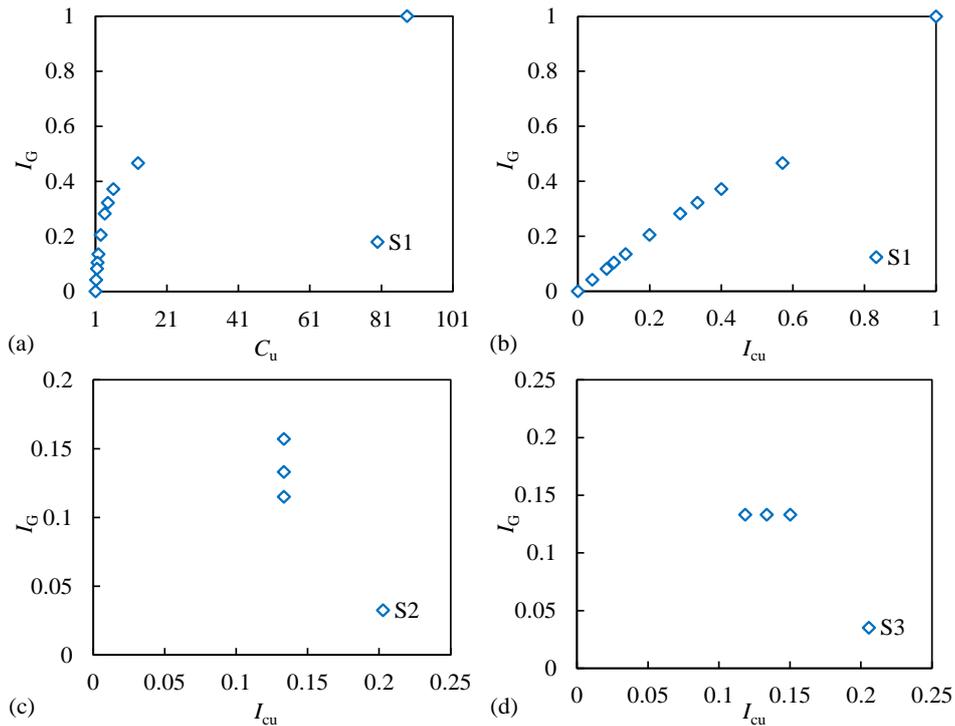


图 5-25 3 个系列材料级配系数  $C_u$  和  $I_G$ ,  $I_{cu}$  和  $I_G$  之间的关系: (a)  $C_u$  和  $I_G$ , S1 (b)  $I_{cu}$  和  $I_G$ , S1 (c)  $I_{cu}$  和  $I_G$ , S2 (d)  $I_{cu}$  和  $I_G$ , S3

Fig.5-25 Relationship between  $C_u$  and  $I_G$ ,  $I_{cu}$  and  $I_G$  for the three series of granular material: (a)  $C_u$  and  $I_G$ , S1 (b)  $I_{cu}$  and  $I_G$ , S1 (c)  $I_{cu}$  and  $I_G$ , S2 (d)  $I_{cu}$  and  $I_G$ , S3

由图 5- 25a 可以看出,  $I_G$  和  $C_u$  的关系是非线性的; 而转换之后的指标  $I_{cu}$  和  $I_G$  是线性的, 并且对于系列 S1 级配曲线可以认为是相等的, 见图 5- 25b; 对于 S2 和 S3 系列级配曲线则出现了  $I_G$  和  $I_{cu}$  ( $C_u$ ) 不存在关联的现象。

针对所研究的三个系列材料分别制作相同围压下初始孔隙比相近的试样并进行三轴剪切试验(压缩和拉伸)。系列 S2 和 S3 的材料也按照 500 kPa 围压下孔隙比为 0.687 的初始条件进行制样, 这与 S1 系列中的标准级配对比试样的加载前条件是一致的。

### 5.6.2 应力应变响应的级配指标描述

#### (1) 系列 S1——常规颗粒级配曲线

系列 S1 的应力应变特性在前面章节已经分析过, 作为对比, 这里重新给出仅仅包含标准对比级配试样的排水压缩剪切结果, 如图 5- 26 所示。

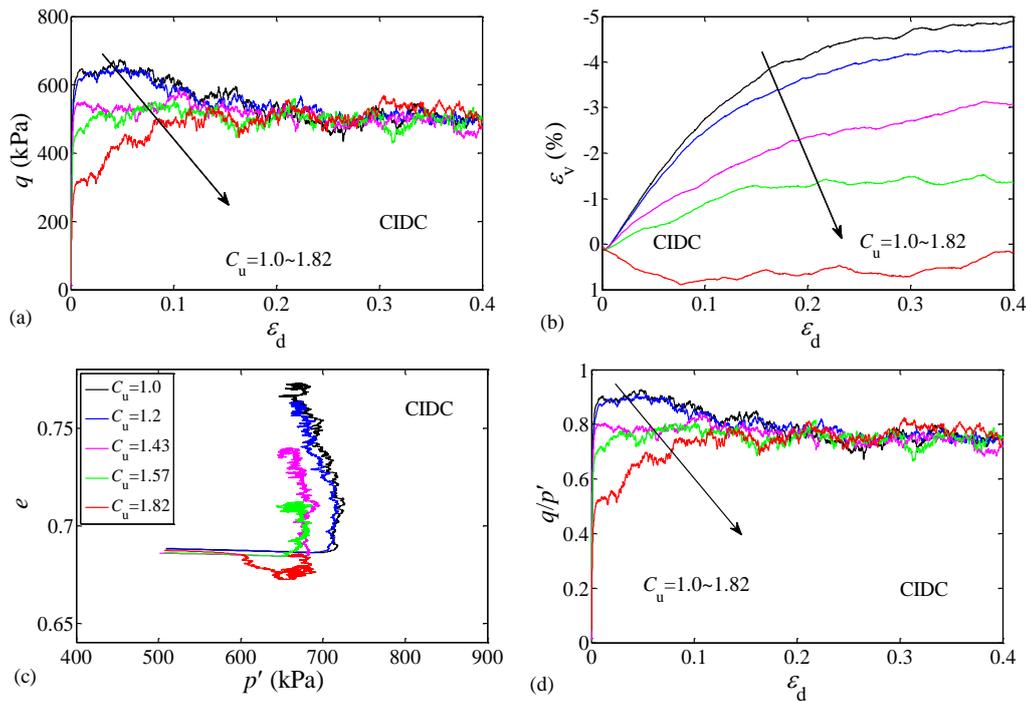


图 5- 26 系列S1材料的应力应变响应:(a)偏应力对偏应变;(b) 体积应变对偏应变;(c) 平均有效应力对孔隙比; (d)应力比对偏应变

Fig.5- 26 Stress-strain responses of DEM analyses for series S1 in triaxial tests:(a)deviatoric stress versus deviatoric strain; (b)volumetric strain versus deviatoric strain; (c)mean effective stress versus void ratio; (d)stress ratio versus deviatoric strain

对于常规级配系列 S1，其应力应变和剪胀剪缩特性可以采用级配指标  $C_u$  来进行描述：每个单一级配都可以采用单一的颗粒级配指标  $C_u$  来描述其力学特性，包括剪胀特性和临界状态特性。相同围压下临界状态孔隙比随着材料不均匀系数的提高而下降；相同初始加载条件下，材料的剪胀特性随其不均匀系数  $C_u$  的增加而逐渐减小。同时由于系列 S1 的颗粒级配曲线对应的指标  $I_G$  也是随着级配变化而递增的，因此材料的力学特性变化规律同样可以采用  $I_G$  来进行单向描述。

(2) 系列 2——相同  $C_u$  不同  $I_G$  颗粒材料的力学特性

图 5-27 给出了系列 S2 颗粒材料的应力应变响应。

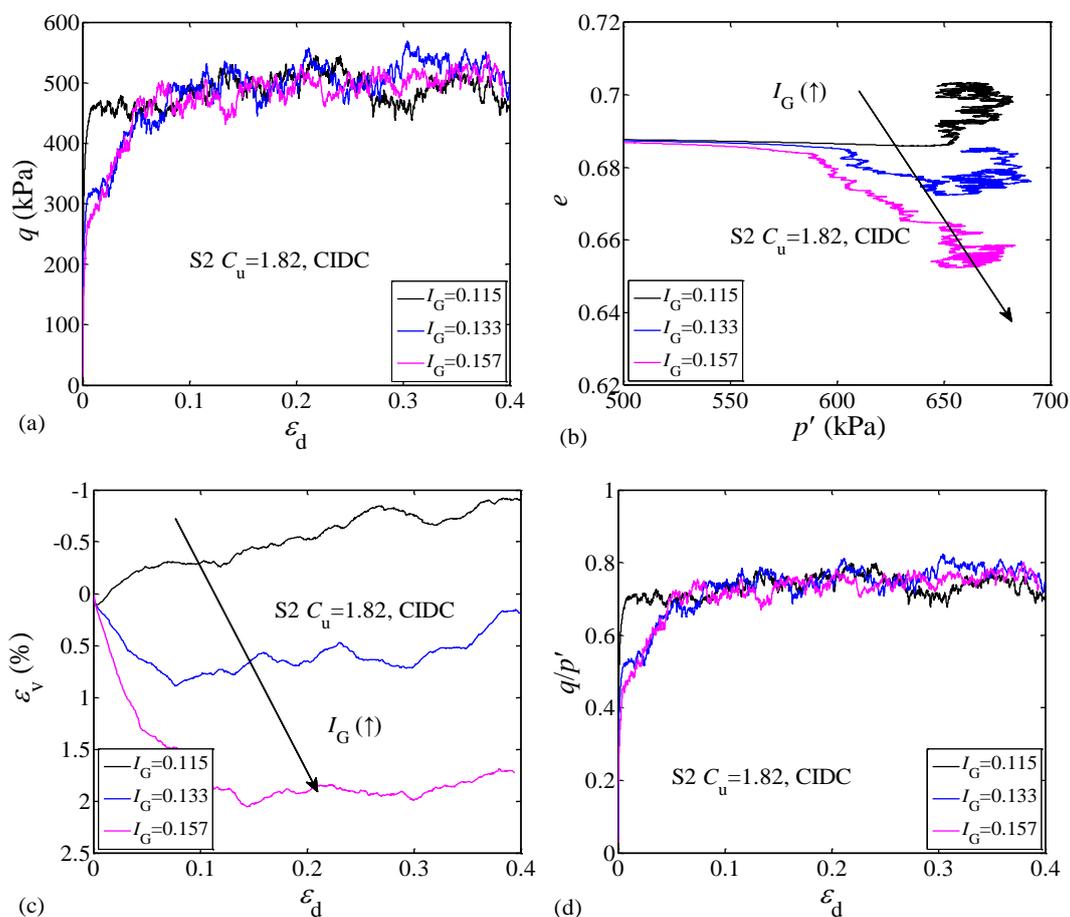


图 5-27 系列S2材料的应力应变响应:(a)偏应力对偏应变; (b) 平均有效应力对孔隙比;(c) 体积应变对偏应变; (d)应力比对偏应变

Fig.5- 27 Stress-strain responses of DEM analyses for series S2 in triaxial tests :(a)deviatoric stress versus deviatoric strain; (b)mean effective stress versus void ratio; (c)volumetric strain versus deviatoric strain; (d)stress ratio versus deviatoric strain

该图展示了颗粒材料应力应变响应与级配指标  $I_G$  的关系。当材料剪切到较大应变水平下，每个级配试样均达到了临界状态，体积应变，偏应力水平，平均有效应力等都保持稳定。然而剪切过程中三个级配试样分别有不同的响应，达到了不同的临界状态，剪胀减缩特性也各不相同。随着  $I_G$  的增加，材料的偏应力峰值逐渐降低，从剪切软化到硬化转变；体积应变从剪胀到剪缩特性变化。尽管如此，所有级配都达到了相同的临界状态应力比（临界状态摩擦角）。然而对比系列 S1 的计算结果，显而易见的是，对于同一个不均匀系数  $C_u$  的三个不同的材料，其应力应变响应是不同的。也就是说，不能用单一不均匀系数  $C_u$  来描述颗粒材料的应力应变特性。

(3) 系列 3——相同  $I_G$  不同  $C_u$  颗粒材料的力学特性

系列 S3 材料的应力应变响应与系列 S1 的计算结果类似，如图 5-28 所示。

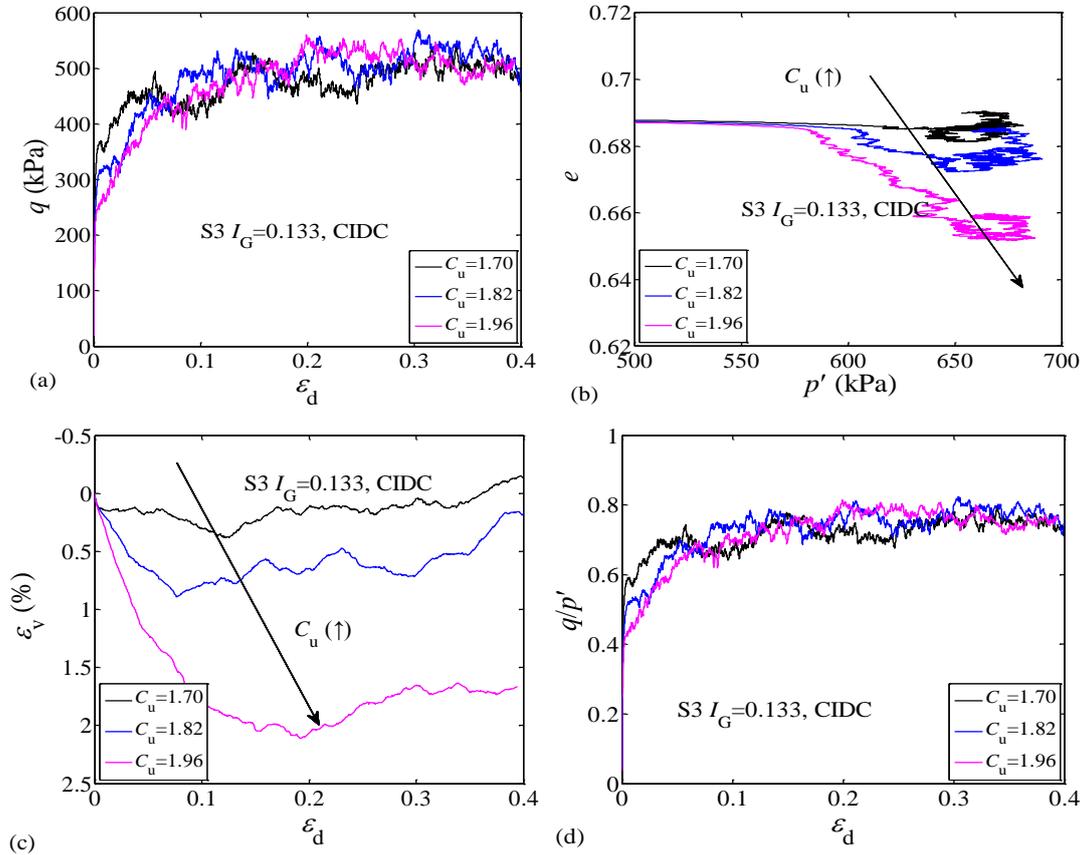


图 5-28 系列S3材料的应力应变响应: (a)  $q-\varepsilon_d$  (b)  $e-p'$ (c)  $\varepsilon_v-\varepsilon_d$  (d)  $q/p'-\varepsilon_d$

Fig.5-28 Stress-strain responses of DEM analyses for series S3 in triaxial tests : (a)  $q-\varepsilon_d$  (b)  $e-p'$ (c)

$\varepsilon_v-\varepsilon_d$  (d)  $q/p'-\varepsilon_d$

相同围压下，三个试样均达到不同的临界状态孔隙比，获得相同的临界状态摩擦角。随着材料不均匀系数  $C_u$  的增大，材料的减缩特性逐渐增强。对比系列 S2 材料的响应可以发现，具有相同级配指标  $I_G$  的三个不同试样，具有不同的应力应变响应。可见颗粒材料的力学性能也无法用单一颗粒级配指标  $I_G$  来进行准确描述。

综合三个系列颗粒材料的应力应变响应与其相应的颗粒级配指标的关系可知，对于任意颗粒级配材料，其颗粒级配曲线的不同，其力学特性可能是不同的。现有的常用颗粒级配指标无法准确的描述任意颗粒级配曲线，从而引起颗粒级配指标在描述材料力学特性上的矛盾。颗粒材料的剪胀特性是由材料当前状态与其临界状态线的相对位置决定的。对于具有相同初始孔隙比的三个系列级配的不同试样，具有不同的剪胀减缩特性，也就说明了这三个系列材料应该具有不同的临界状态线 ( $e-p'$ 平面上)。下面通过数值实验进一步确认这个推断。

### 5.6.3 临界状态的级配描述

以上分析了不同颗粒级配材料的应力应变特性的级配相关性，并指出其应力剪胀特性是级配相关的，现有级配指标  $C_u$  或者  $I_G$  都不能作为独立指标对材料的力学特性进行准确描述。那么对于颗粒材料在临界状态下的力学行为是否也存在类似的差异呢？这也是本章所关心的重点之一。本文在室内试样和数值实验都得出了颗粒材料的临界状态线在  $e-p'$ 平面上是随颗粒级配的拓宽而下降，可见临界状态线的位置是标定颗粒级配演化程度的一个指标（临界状态线斜率参数的变化较小，同时对临界状态的整体影响不太明显，本章只考虑级配指标与临界状态孔隙比的关系）。反之，对应一个临界状态线位置，是否存在唯一一个颗粒级配指标？系列 S1 材料的临界状态已经在本文第三章中给出，如图 3-15 所示，在  $e-p'$ 平面内，临界状态线随着材料级配指标  $C_u$  ( $I_G$ ) 的提高而下降。下面就以上研究的系列 S2 和 S3 颗粒级配曲线材料的临界状态进行对比分析。

针对系列 S2 和 S3 材料，进行了 100 kPa~2500 kPa 五级围压下的三轴排水剪切实验，并将试样剪切至临界状态，并绘制在  $e-p'$ 平面上，如图 5-29 所示。

对于系列 S2 材料 ( $C_u=1.82$ )，可以看到临界状态线随着  $I_G$  的增大而降低，然而此时的材料的不均匀系数  $C_u$  不变，见图 5-29a；而在图 5-29b 中，系列 S3 材料的临界状态线随着  $C_u$  的增大而降低，然而此时的材料的不均匀系数  $I_G$  不变。比较图 5-29a 和图 5-29b，可以看出无论是  $C_u$  还是  $I_G$  都不能单独用来准确地描述

颗粒材料的临界状态线的移动规律。尽管如此，从图 5-29c 中仍然可以发现不同颗粒级配材料在  $q-p'$  平面上的应力点呈现线性关系，并与系列 S1 材料具有相同的临界状态应力比，也就是相同的临界状态摩擦角。

可见，具有不同颗粒级配的粒状材料具有不同的临界状态线 ( $e-p'$  平面上)。采用单一级配指标  $C_u$  或者  $I_G$  不能对临界状态线的移动规律进行准确描述。这与前文的研究形成出现一定差异。因此有必要寻求一个可以更加准确描述颗粒材料临界状态力学特性的颗粒级配指标。

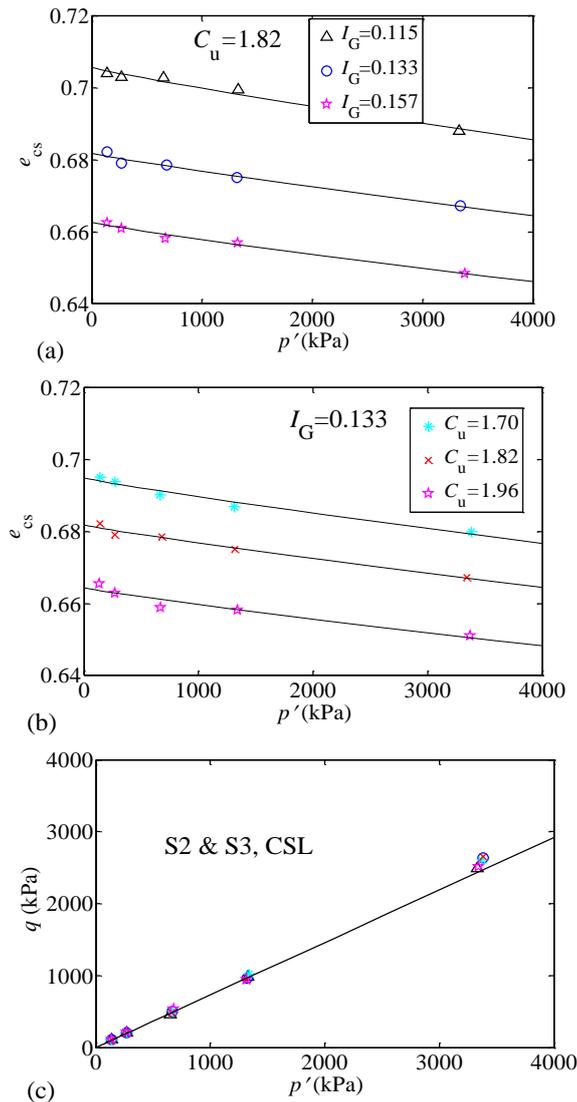


图 5-29 系列S2-3颗粒材料的临界状态:(a) S2,  $e-p'$ 平面(b) S3,  $e-p'$ 平面(c) S2-3,  $q-p'$ 平面  
Fig.5-29 Critical states of granular samples for series S2-3 in triaxial tests :(a)S2,  $e-p'$  plane (b) S3,  $e-p'$  plane (c) S2-3,  $q-p'$  plane

### 5.6.4 新颗粒级配指标的提出

根据以上分析将系列 S2 和 S3 材料的临界状态孔隙比与颗粒级配指标 ( $I_G$  或者  $I_{cu}$ ) 点绘制在一起如图 5-30 所示。图 5-30ab 分别描绘了不同颗粒级配材料的参考孔隙比与颗粒级配指标  $I_{cu}$  和  $I_G$  的关系。图中可以看出对于相同的指标  $I_G$  或者  $I_{cu}$  的颗粒级配材料, 都对应着不同  $e_{ref}$  的情况, 也即是无论是  $I_G$  还是  $I_{cu}$  都不能唯一地表达  $e_{ref}$  的演化。图 5-30 cd 给出了材料 S2 和 S3 基于不同颗粒指标描述的  $e_{ref}$  变化规律。相同  $I_{cu}$  下对应的三个不同  $e_{ref}$  值可以对应三个不同  $I_G$  值, 反之亦然。可见  $I_{cu}$  和  $I_G$  在描述  $e_{ref}$  的变化规律上是独立的。同时可以定性判断指标  $I_G$  和  $I_{cu}$  在描述  $e_{ref}$  上都具有贡献, 但是都不全面。是否存在一个颗粒指标解决现有级配指标的缺点, 能够更加全面描述  $e_{ref}$  的变化, 最好能是  $I_G$  和  $I_{cu}$  的函数, 这样可以与现有级配指标联系上。

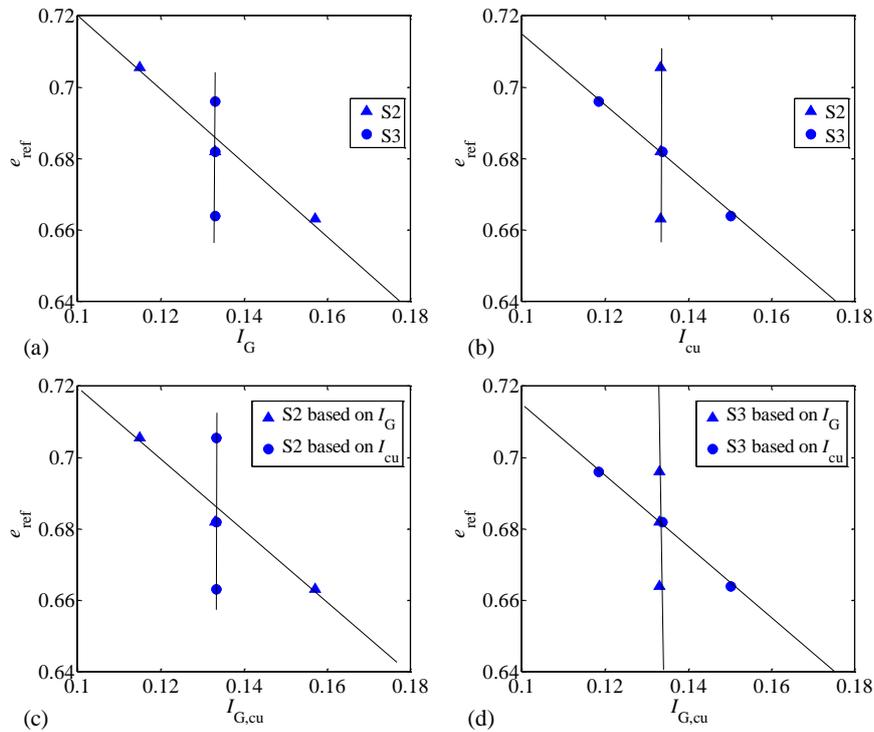


图 5-30 不同指标描述的系列S2和S3材料的临界状态位置:(a)  $e_{ref}-I_G$ (b)  $e_{ref}-I_{cu}$  (c)  $e_{ref}-I_{G,cu}$ ,

S2(d) $e_{ref}-I_{G,cu}$ ,S3

Fig.5- 30 Locations of critical states of series S2 and S3 with different grading index: (a)  $e_{ref}-I_G$ (b)

$e_{ref}-I_{cu}$  (c)  $e_{ref}-I_{G,cu}$ , S2(d) $e_{ref}-I_{G,cu}$ ,S3

根据以上思路,本文以系列 S2 材料的临界孔隙比与颗粒级配指标参数的关系为例子(系列 S3 可以得到类似的关系),推导能全面反映颗粒级配对材料临界状态影响的级配指标,取名为  $I_{gu}$ ,如图 5-31 所示。

图中对系列 S2 材料的临界状态孔隙比分别对应指标  $I_G$  和  $I_{cu}$  绘制出来。由于  $I_G$  和  $I_{cu}$  具有相同取值范围,采用同一个轴表示。实际上由前文对  $I_G$  和  $I_{cu}$  的关系可以发现,在常规级配下,两者是线性关系,且几乎相等(这里假定系列 S1 级配的  $I_G$  和  $I_{cu}$  取值上相同,微小的差别可能来自于量测误差)。

系列 S2 是级配的  $I_{cu}$  相同  $I_G$  不同。假定图中按照指标  $I_G$  描述的临界状态孔隙比的演化函数为  $f(I_G)$ 。选取某一个  $I_G$  和  $I_{cu}$  取值相同的点作为参考点,例如图中的 B 点 ( $e_{ref,0}, I_{cu,1}$ )。在这个点上作函数  $f(I_G)$  的切线,假定为图中的直线 BC,假定 C 点的坐标为 ( $e_{ref,1}, I_{G,1}$ )。

事实上由于直线 BD 和直线 BC 的关系,导致他们之间的夹角总是小于  $90^\circ$ ,因此对于连续没有突点函数  $f(I_G)$  上的任意一点,总能找到该点邻域的一个点与之连成的直线可以近似为该点处的切线,而且该切线是唯一的。图中假设经过系列 S2 的一个临界状态点 C 点只是作为推导的一个例子。

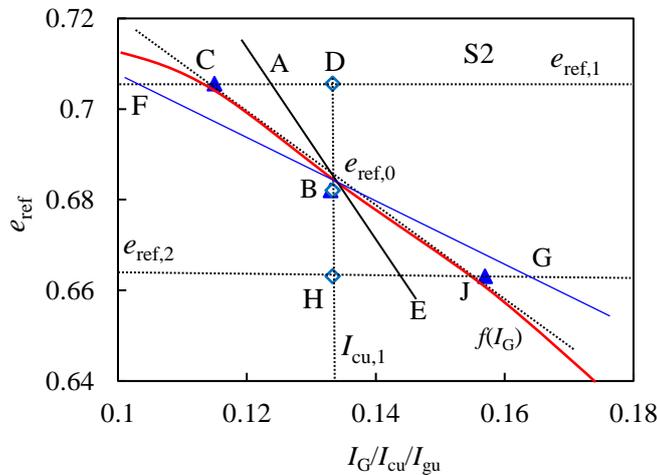


图 5-31 级配指标关系图 (基于系列S2)

Fig.5-31 Relation of different grading index (based on series S2)

同时假定  $I_{gu}$  的取值范围和  $I_G$  以及  $I_{cu}$  一致(无论  $I_{gu}$  最后的表达式如何,都可以将其归一化到范围 0~1),因此可以将  $I_{gu}$  和  $I_G$ 、 $I_{cu}$  在同一个轴上表示出来。

新的颗粒级配指标  $I_{gu}$  必须满足以下条件:一是对同一个级配,在其  $I_G$  和  $I_{cu}$  相同的情况下,  $I_{gu}$  也必须和它们相同,也就是在  $e_{ref}-I_G/I_{cu}/I_{gu}$  图上必须共点,如图

中的基准点 B。二是对于相同  $e_{\text{ref}}$ ,  $I_G$  和  $I_{\text{cu}}$  不同的情况下, 存在一个  $I_{\text{gu}}$  来描述  $e_{\text{ref}}$ , 并且  $I_{\text{gu}}$  和  $I_G$ 、 $I_{\text{cu}}$  是存在合理的关系, 同时满足  $I_{\text{gu}}$  的取值范围为 0~1。

满足第一点要求时,  $e_{\text{ref}}(I_{\text{gu}})$  在基准点 B 处的切线有两种可能, 在直线 CJ 的两侧, 如图 5-31 中的直线 AE 和直线 FG 所示。接着根据第二点要求, 分析这两种可能是否都能满足条件。记直线 AE 与直线  $x=e_{\text{ref},1}$  以及直线  $x=e_{\text{ref},2}$  相交于 A 点和 E 点, 直线 FG 与直线  $x=e_{\text{ref},1}$  以及直线  $x=e_{\text{ref},2}$  相交于 F 点和 G 点。

下面确定  $I_{\text{gu}}$  的可能表达式。如图 5-32, 直线 CB 和 BD 的夹角为  $\theta$ , 记  $\angle ABD = \zeta\theta$ 。

由图中直线关系可以得出:

$$\tan(\zeta\theta)(e_{\text{ref},1} - e_{\text{ref},0}) = I_{\text{cu},1} - I_{\text{gu},1}$$

$$[\tan(\theta) - \tan(\zeta\theta)](e_{\text{ref},1} - e_{\text{ref},0}) = I_{\text{gu},1} - I_{G,1}$$

$$I_{\text{gu},1} = I_{\text{cu},1} - \tan(\zeta\theta)(e_{\text{ref},1} - e_{\text{ref},0}) = (1-a)I_{\text{cu},1} + aI_{G,1}$$

其中  $a = \tan(\zeta\theta) / \tan(\theta)$ 。

事实上对于直线 FG 的情况, 以上关系式也是成立的。因此可以确定  $I_{\text{gu}}$  的表达式如下:

$$I_{\text{gu}} = (1-a)I_{\text{cu}} + aI_G, \quad a \text{ 取值范围为 } 0 \sim 1。$$

再回到图 5-31 中, 评估两个可能直线的合理性:

对于直线 FG:

$$I_{\text{gu},F} = (1-a)I_{\text{cu},D} + aI_{G,C}; \quad I_{\text{gu},G} = (1-a)I_{\text{cu},D} + aI_{G,J}$$

其中  $DF=GH$ ,  $DC=JH$ ,  $GH>JH$ ,  $I_{\text{gu},G} > I_{G,J}$ , 两个式子相减可以得到,  $2GH=2aJH$ , 这就要求  $a>1$ , 也就是存在  $I_{\text{gu}} > I_G > I_{\text{cu}}$  或者  $I_{\text{gu}} < I_G < I_{\text{cu}}$ , 当出现  $I_{\text{gu}}$  趋近于 0 或者 1 时,  $I_G$  就小于 0 或者大于 1, 不合理。

对于直线 AE, 同样有如下类似关系:

$$I_{\text{gu},A} = (1-a)I_{\text{cu},D} + aI_{G,C}; \quad I_{\text{gu},E} = (1-a)I_{\text{cu},D} + aI_{G,J}$$

两式相减得到  $2EH=2aJH$ ,  $EH=aJH$ , 而  $EH>JH$ , 因此  $a<1$ , 存在  $I_G > I_{\text{gu}} > I_{\text{cu}}$  或者  $I_G < I_{\text{gu}} < I_{\text{cu}}$ , 无论出现何种情况,  $I_{\text{gu}}$  的取值范围在 0~1, 符合假定。因此  $I_{\text{cu}}$  的合理表达式为:

$$I_{gu} = (1-a)I_{cu} + aI_G \quad (5.44)$$

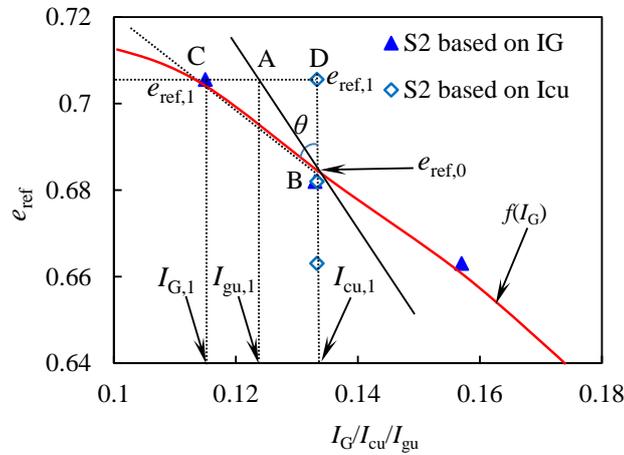


图 5-32 级配指标 $I_{gu}$ 的推导

Fig.5- 32 Derivation of grading index  $I_{gu}$

针对系列 S3 的情况（如图 5- 33），也存在类似的关系。可以得到  $I_{gu}$  的合理表达式如(5.45)。综合方程(5.44)和(5.45)可知  $a=0.5$  时任意情况下颗粒级配材料均能满足。因此， $I_{gu}$  最终表示为式子(5.46)。

$$I_{gu} = aI_{cu} + (1-a)I_G \quad (5.45)$$

$$I_{gu} = (I_G + I_{cu}) / 2 \quad (5.46)$$

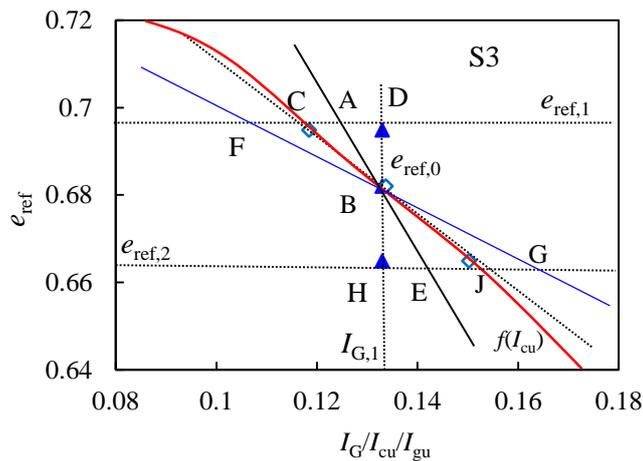


图 5-33 级配指标关系图（基于系列S3）

Fig.5- 33 Relation of different grading index (based on series S3)

## 5.7 级配相关的本构模型改进与预测

### 5.7.1 基于新级配指标的临界状态线/面

由以上分析可知对于任意给定的级配，良好级配、不良级配或者不连续级配，都可以采用  $I_{gu}$  来描述，克服了  $I_G$  和  $I_{cu}(C_u)$  在描述颗粒材料临界状态线位置上的矛盾。图 5-34 和图 5-35 分别给出了本文研究的三种材料的临界状态参数孔隙比  $e_{ref}$ 、临界状态线斜率  $\lambda$  和级配指标  $I_{gu}$  的关系，均可以采用如下函数表达式来表示：

$$\left. \begin{aligned} e_{ref} &= a_e - d_e \frac{I_{gu}^{b_e}}{a_e + I_{gu}^{b_e}} \\ \lambda &= a_\lambda - d_\lambda \frac{I_{gu}^{b_\lambda}}{a_\lambda + I_{gu}^{b_\lambda}} \end{aligned} \right\} \quad (5.47)$$

其中  $a_{e,\lambda}$ 、 $b_{e,\lambda}$ 、 $c_{e,\lambda}$  和  $d_{e,\lambda}$  分别是拟合系数，见表 5-2。

基于方程(5.47)修改本构模型 Model-Cu 的临界状态方程为(5.48)，并形成新的可以更加准确地采用颗粒级配指标描述材料力学性能的本构模型，简单记为模型 Model-Igu。本构模型参数见表 5-2。

$$e_{cs} = e_{ref}(I_{gu}) - \lambda(I_{gu}) \left( \frac{p'}{p_a} \right)^\xi \quad (5.48)$$

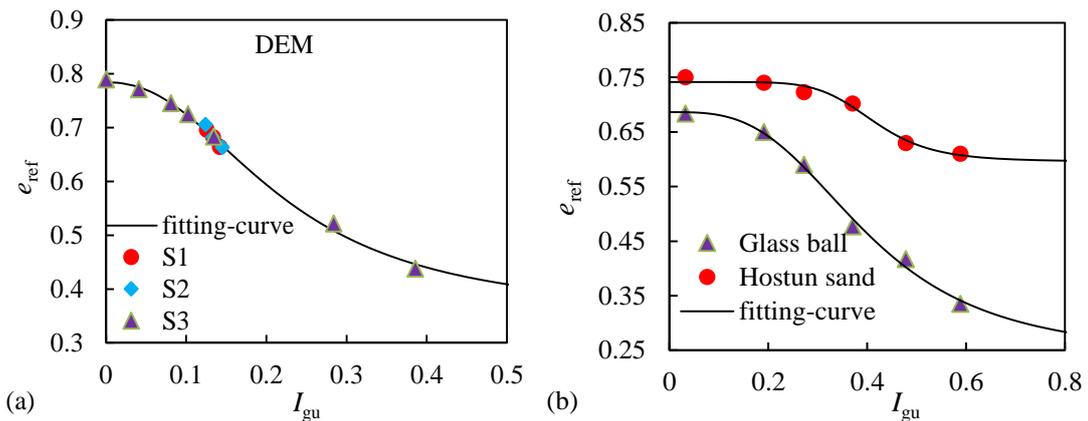


图 5-34 临界状态参考孔隙比和颗粒级配指标  $I_{gu}$  的关系 (a) DEM (b) Hostun 砂和玻璃球

Fig.5-34 Relationship between critical reference void ratio and grading Index  $I_{gu}$  (a) DEM (b)

Hostun sand and glass ball

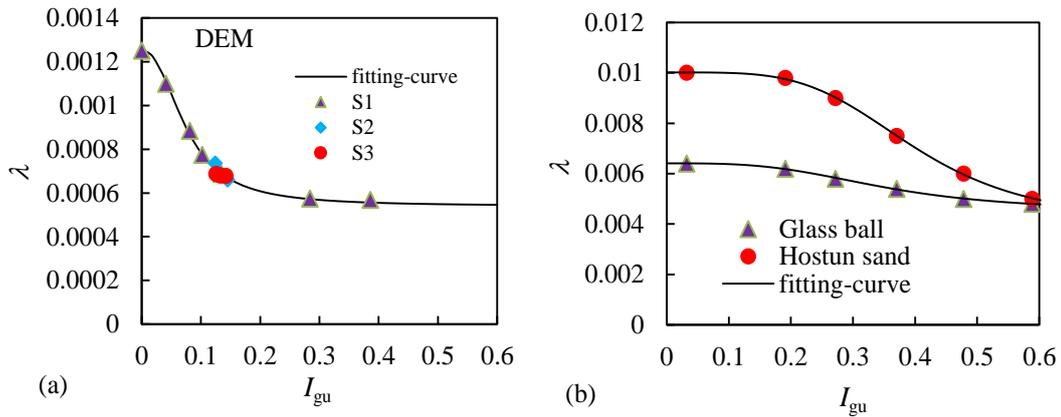

 图 5-35 临界状态线斜率和颗粒级配指标  $I_{gu}$  的关系 (a) DEM (b) Hostun 砂和玻璃球

 Fig.5-35 Relationship between the slope of critical state line and grading Index  $I_{gu}$  (a) DEM (b)

Hostun sand and glass ball

把颗粒级配指标  $I_{gu}$  作为颗粒材料临界状态的变量之一，三种材料的临界状态线在平均有效应力  $p'$ ，孔隙比  $e_{cs}$  和级配指标  $I_{gu}$  组成的空间里形成一个曲面，如图 5-36 所示。随着颗粒级配指标  $I_{gu}$  的增加，三种材料的临界状态孔隙比都趋于稳定。DEM 球体和玻璃球的发展较为显著而 Hostun 砂则较为平缓。

表 5-2 Model-Igu 参数值

Table 5-2 Parameters of Model-Igu

参数	符号	DEM	玻璃球	Hostun 砂
临界摩擦角	$\varphi_{cs}(^\circ)$	19.5	20.8	28.4
弹性	$G_0$	263	60	34
	$K_0$	350	80	45
塑性	$G_p$	0.004	0.004	0.004
剪胀性	$D$	1.0	1.0	0.8
级配效应( $e_{ref}$ )	$a_e$	0.784	0.686	0.742
	$b_e$	2.294	3.164	6.966
	$c_e$	0.032	0.056	0.002
	$d_e$	0.350	0.238	0.596
级配效应( $\lambda$ )	$a_\lambda$	$1.25 \times 10^{-3}$	$6.41 \times 10^{-3}$	$1.00 \times 10^{-2}$
	$b_\lambda$	2.310	3.270	4.140
	$c_\lambda$	$2.58 \times 10^{-3}$	$3.30 \times 10^{-2}$	$2.28 \times 10^{-2}$
	$d_\lambda$	$5.40 \times 10^{-4}$	0.005	0.004

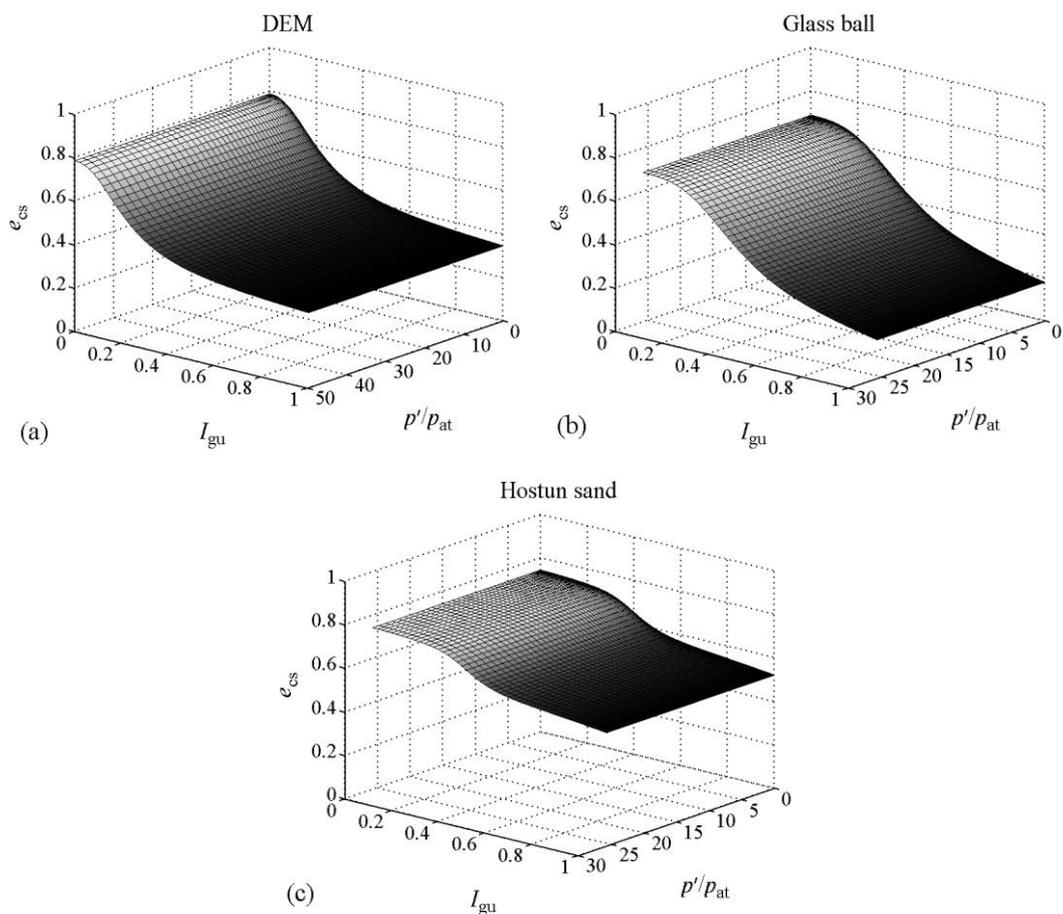


图 5-36 由平均有效应力  $p'$ ，临界孔隙比  $e_{cs}$  和级配指标  $I_{gu}$  组成的临界状态面：(a)DEM 球；  
(b)玻璃球；(c) Hostun 砂

Fig.5- 36 Critical state surface of mean effective stress  $p'$ , void ratio  $e_{cs}$  and grading index  $I_{gu}$ (a) DEM sphere; (b) Glass ball; (c) Hostun sand

### 5.7.2 改进本构模型的预测

基于颗粒级配指标  $I_{gu}$  改进的本构模型 Model-Igu 和本构模型 Model-Cu 几乎一致，区别仅在于级配相关的临界状态线方程的不同。只需要将新的级配相关临界状态线方程引进本构模型后就可以将模型运用于模拟颗粒材料的剪切特性。下面针对文本研究的三种颗粒级配材料的模拟结果展示如下。

对于 DEM 数值试验中，模型 Model-Igu 在模拟 S1 系列材料的应力应变特性时与模型 Model-Cu 差异不大。S1 系列材料的颗粒级配指标  $I_{gu}$  和  $I_G$  大小理论上是一致的，故而  $I_{gu}$  的大小也与  $I_{gu}$  或者  $I_G$  相同。因此可以获得几乎一致的模拟结果，

如图 5-37 所示。

图 5-38 展示了模型 Model-Igu 模拟系列 S2 和 S3 理想球体试样的三轴排水剪切实验结果。由图中可以看出，改进后的模型克服了颗粒级配指标在对材料临界状态等描述上的差异，从而得到了较好的模拟结果。可见该模型可以准确模拟不同颗粒级配形式材料的剪切应力应变响应。对比模型 Model-Cu 对系列 S2-3 材料的模拟效果，模型 Model-Cu 能很好地把握住材料的偏应力的发展规律，但不能很好的模拟非常规颗粒级配试样的孔隙比演化规律（剪胀剪缩规律）。可见模型 Model-Igu 具有更强的模拟能力，能够模拟任意级配形式颗粒材料的剪切特性。

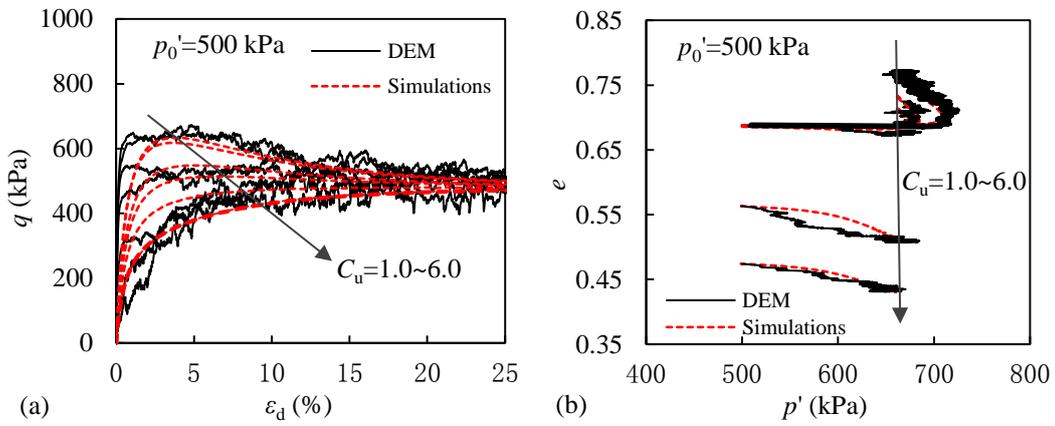
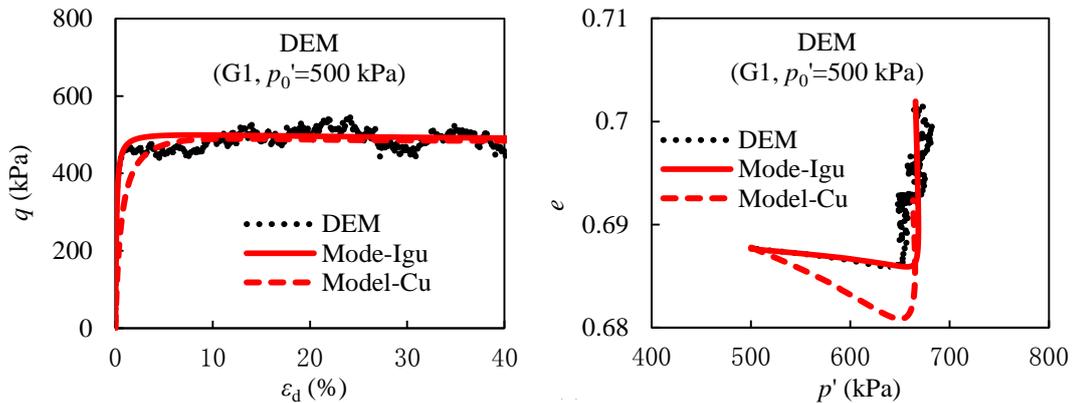


图 5-37 模拟S1系列DEM试样的排水三轴剪切试验(a) $q-\varepsilon_d$ (b) $e-p'$

Fig.5-37 Simulations of drained triaxial tests for series S1 DEM specimens (a) $q-\varepsilon_d$ (b) $e-p'$



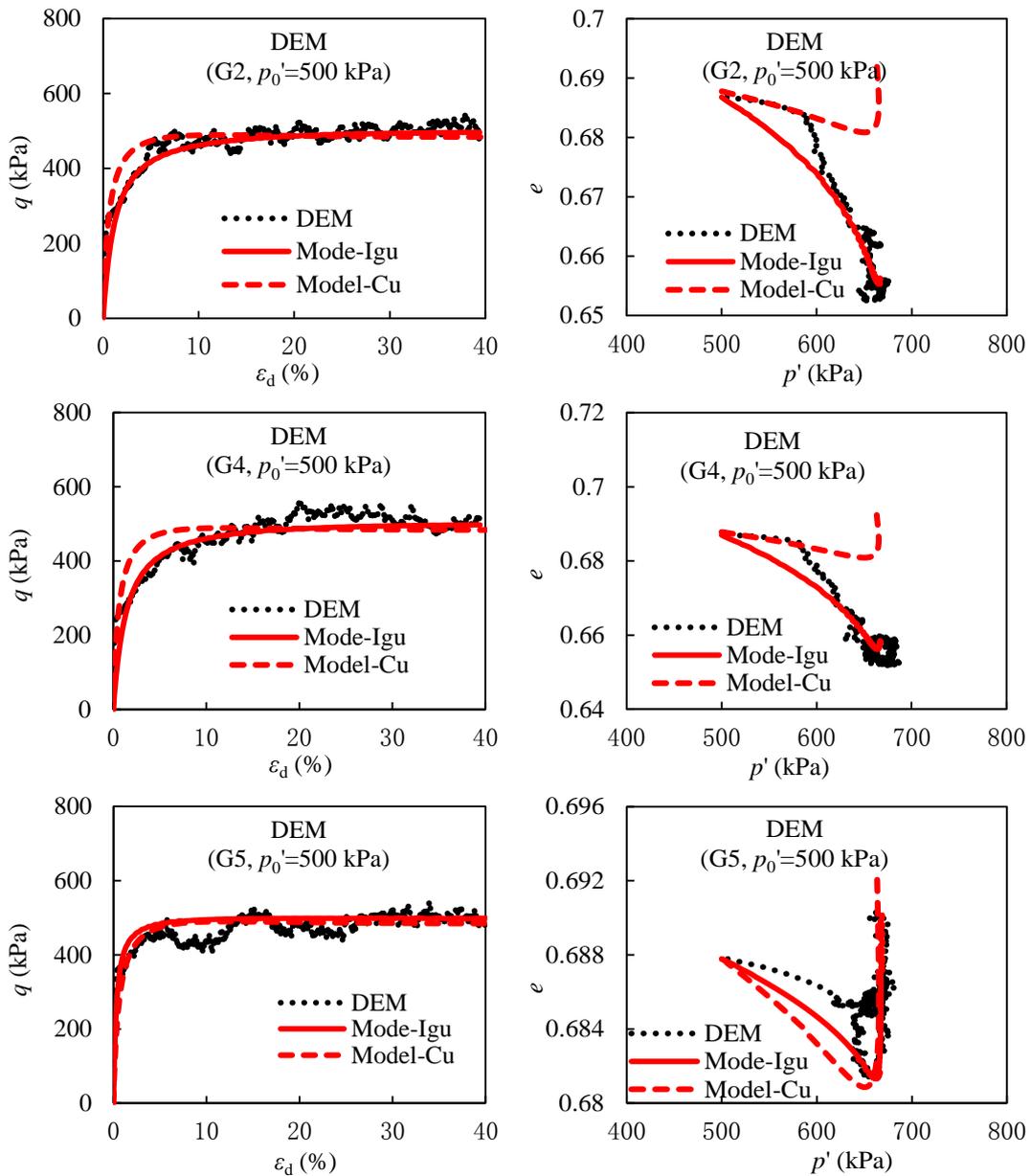


图 5- 38 基于模型 Model-Igu 和 Model-Cu 的系列 S2 和 S3 试样的三轴剪切响应模拟

Fig.5- 38 Simulation of the triaxial shearing response on specimens with series S2 and S3, based on Model-Igu and Model-Cu

## 5.8 本章小结

将室内实验和 DEM 数值模拟得到的颗粒级配与材料临界状态参数的非线性关系引进弹塑性本构模型，模拟颗粒材料级配变动的力学问题。得到的主要结论

如下:

(1) 将颗粒级配相关临界状态线方程植入到临界状态力学框架下的一个弹塑性本构模型中, 用于考虑级配对颗粒材料力学性能的影响。通过实验数据校核并验证该本构模型, 表明该模型仅采用一组参数就可以统一描述不同颗粒级配粒状材料的排水不排水剪切响应。

(2) 与已有考虑级配相关临界状态的砂土本构模型进行比较发现, 采用线性规则描述临界状态线参考位置与颗粒级配指标的关系过于粗糙, 不能十分准确地反映砂土级配相关力学特性。相比之, 本文提出了一个材料力学性能随级配的非线性演化规律, 更能反映颗粒材料的力学特点。

(3) 通过 DEM 模拟三个系列不同颗粒级配材料的排水三轴压缩剪切试验, 分析现有颗粒级配指标  $I_G$  和  $C_u$  在描述颗粒材料的力学特性上的异同点。得出任意颗粒级配材料的剪胀特性和临界状态力学特性均不能由单一颗粒级配指标  $I_G$  或  $C_u$  描述。

(4) 通过深入分析颗粒级配指标在描述颗粒材料临界状态线位置 ( $e-p'$  平面上) 的差异, 理论推导了满足描述要求的级配指标的可能性, 并获得一个新的级配指标  $I_{gu}$ , 可以更准确的描述了材料力学特性的变化。通过建立级配指标  $I_{gu}$  与临界状态参数孔隙比  $e_{ref}$ 、临界状态线斜率  $\lambda$  等的关系, 形成新的颗粒级配—孔隙比—平均有效应力 ( $I_{gu}-e-p'$ ) 空间上的唯一曲面。

(5) 将新颗粒级配指标引进本构模型, 对所研究材料进行模拟验证。实践表明新指标改进的本构模型仅考虑临界状态的级配相关性就能够模拟任意颗粒级配形式材料的应力应变响应。

## 第六章 有限元二次开发及简单验证

### 6.1 引言

可破碎颗粒材料引发的岩土工程问题越来越成为研究的重点。研究者多采用数值方法对实践工程案例进行研究。有限单元法作为一种成熟的数值方法，被广泛应用于土木工程领域。

前文通过室内研究和数值分析得出颗粒材料的级配相关临界状态力学特性，并建立相关颗粒材料本构模型。为了进一步将研究成果用于分析破碎问题对实际工程的影响，以下将引进破碎机制，通过 UMAT 子程序将本构模型导入到有限元程序 Abaqus 中，并对浅基础承载力问题进行简单的模拟。

### 6.2 基于塑性功的破碎机制

实践中，颗粒材料由于产生破碎而引起的颗粒级配的变化；颗粒材料在破碎过程中伴随着能量的消散。为了考虑实际土体的颗粒破碎特性，Daouadji 等<sup>[115]</sup>以颗粒材料破碎前后的临界参考平均应力比值来表征材料的破碎，并指出该比值与塑性功的关系可以用双曲线来表示。杨光<sup>[229]</sup>通过颗粒破碎试验指出相对破碎率与塑性功的关系可以用双曲线来表示，Hu 等<sup>[83]</sup>也发现类似的规律。可见，颗粒材料破碎演化过程与剪切过程中颗粒体系的塑性功演化存在一定相关关系。本文对颗粒级配在材料力学性能上的影响做了大量研究。受研究时间和手段的局限性，没有进一步研究颗粒破碎过程中材料力学性能的变化。以上学者从破碎实验出发，提出不同的表征破碎过程的参数，总结得出这些参数与颗粒体系破碎过程中的塑性功的双曲线关系。以此推论表征颗粒破碎过程的级配演化也可以与塑性功之间建立双曲线的关系式。实验表明颗粒破碎过程主要体现为颗粒级配的变化。据此研究者<sup>[38, 41]</sup>对比颗粒级配变化前后的相互关系提出了描述破碎的指标。杨光<sup>[229]</sup>和 Hu 等<sup>[83]</sup>均采用破碎指标  $Br$  与塑性功建立联系来描述颗粒破碎过程。借用这个思路，结合本文研究的颗粒级配对颗粒材料力学性能的影响，考虑级配变动过程中

体系塑性功产生变化，建立级配指标与塑性功之间的关系来反映颗粒材料在剪切过程中的颗粒破碎。当前颗粒级配指标  $I_{gu}$  与塑性功  $w_p$  的关系表达如下：

$$I_{gu} = \frac{w_p}{B_x + w_p} \quad (6.1)$$

其中  $B_x$  为破碎参数。

由于颗粒破碎导致的颗粒级配的变化将引起的试样体积收缩以及峰值强度的降低<sup>[46, 49, 231, 232]</sup>，考虑颗粒破碎过程中的体积剪胀所做的负功不引起颗粒材料的破碎。故而将塑性功进行修正<sup>[83]</sup>如下：

$$w_p = \int p' \langle d\varepsilon_v^p \rangle + q d\varepsilon_d^p \quad (6.2)$$

其中  $d\varepsilon_v^p$  和  $d\varepsilon_d^p$  分别是塑性体积应变增量和塑性偏应变增量。 $\langle d\varepsilon_v^p \rangle$  表示  $d\varepsilon_v^p < 0$  时， $\langle d\varepsilon_v^p \rangle = 0$ ； $d\varepsilon_v^p > 0$  时， $\langle d\varepsilon_v^p \rangle = d\varepsilon_v^p$ 。

至此，结合上述本构模型，加入当前颗粒级配的破碎演化公式，就可以清晰的描述颗粒材料破碎过程中颗粒级配变动引起的颗粒材料力学特性的变化。

## 6.3 有限元本构开发

### 6.3.1 Abaqus 软件介绍

作为通用的大型有限元程序，Abaqus 在岩土工程中具有广泛的应用。其计算分析主要由两个模块组成：Abaqus/Standard 通用分析模块和 Abaqus/Explicit 显示分析模块组成，具有以下特点：

(1) 内置能够反映土体变形的常用本构模型，如 Mohr-Column 模型、Druker-Prager 模型、Modified Cam-Clay 模型等，可以反映不同类型土体的大部分应力应变特点。

(2) 包含孔压单元，可以进行饱和土与非饱和土的渗流以及固结分析，因此 Abaqus 能够满足有效应力计算。

(3) 提供了初始应力状态分析步 Geostatics，通过此分析步可以灵活、准确地建立土体的初始地应力状态。

(4) 具有单元生死功能、可以施加多种边界条件以及载荷条件，可以精确地

模拟开挖卸载造成的边界条件改变。

(5) 提供了二次开发功能且具有良好的开放性, 可以方便地使用用户子程序接口生成非标准化分析程序来拓展主程序的计算能力以满足不同专业用户需求。

(6) 采用 Fortran 语言接口方式, 为用户提供了丰富的用户子程序接口。UMAT 是 Abaqus 提供给用户进行 Abaqus/Standard 材料本构二次开发的一个用户子程序接口, 借助该接口可以实现材料库之外的各种材料本构模型, 拓宽其在岩土工程中的适用性。

由于砂土的应力应变关系具有非线性、剪胀剪缩特性等, 而在其剪切过程中还可能发生颗粒破碎。这些特点是 Abaqus 提供的内置本构模型所不能全面考虑的。为了增加 Abaqus 在这方面的分析能力, 本文开发了考虑颗粒级配演化的非线性弹塑性本构模型。

### 6.3.2 UMAT 子程序

#### UMAT 开发环境设置

UMAT 开发是基于 Abaqus 6.10 (x64), 采用 Fortran 语言编写 (开发平台 Microsoft Visual Studio 2008+Inter Visual Fortran 11.1), 使用 Abaqus 自带的 Verification 功能进行成功测试, 可以开始 UMAT 子程序编写和运行。

#### UMAT 子程序特性

UMAT 子程序的功能是根据传入的应变增量计算应力增量并同步给出状态变量 (如有必要), UMAT 定义的材料具有多种功能, 包括:

- (1) 可用于 Abaqus/Standard 中任何的力学分析, 包括静力、动力和热力学分析, 可以考虑流体渗流和应力耦合分析等问题。
- (2) 可以和 Abaqus 中的其它材料特性一起使用, 如密度、渗透系数等。
- (3) 可以用于具有位移自由度的单元, 比如: 实体单元 (1~3 个位移自由度)、梁单元 (4~6 个位移和转动自由度) 以及流固耦合分析单元 (包括孔压在 8 个自由度) 等。

#### UMAT 子程序的常用格式

由于 Abaqus 与 UMAT 子程序之间存在应力应变、状态变量、增量步等数据

的交换，因此必须在 UMAT 子程序的开始处首先定义相应的变量，其具有固定的格式，具体为：

```

SUBROUTINE UMAT(STRESS,STATEV,DDSDDE,SSE,SPD,SCD,
1 RPL,DDSDDT,DRPLDE,DRPLDT,
2 STRAN,DSTRAN,TIME,DTIME,TEMP,DTEMP,PREDEF,DPRED,CMNAME,
3 NDI,NSHR,NTENS,NSTATV,PROPS,NPROPS,COORDS,DROT,PNEWDT,
4 CELENT,DFGRD0,DFGRD1,NOEL,NPT,LAYER,KSPT,KSTEP,KINC)
C
INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
C
CHARACTER*80 CMNAME
DIMENSION STRESS(6),STATEV(NSTATV),
1 DDSDE(NTENS,NTENS),
2 DDSDDT(NTENS),DRPLDE(NTENS),
3 STRAN(NTENS),DSTRAN(NTENS),TIME(2),PREDEF(1),DPRED(1),
4 PROPS(NPROPS),COORDS(3),DROT(3,3),DFGRD0(3,3),DFGRD1(3,3)
自定义 DDSDE, STRESS, STATEV 等数组!该部分为本构模型的核心。
RETURN
END

```

### UMAT 必须更新的变量

关于上述 UMAT 中主要变量的意义不再累述，具体详见一些 Abaqus 程序提供的帮助文件。这里主要叙述本文模型的 UMAT 开发过程中三个重要的必须更新的变量，它们是材料二次开发最重要的部分：

(1) **DDSDDE**：雅克比矩阵  $\partial\Delta\sigma/\partial\Delta\varepsilon$ ，其意义在于确定问题的求解速度以及计算的稳定性。DDSDDE 只影响求解问题的收敛速度，而对计算结果没有影响。

(2) **STRESS**：应力张量，在一个增量步内，由 Abaqus 输入初始值，而 UMAT 输出增量步结束时的更新值。岩土工程问题通常需要考虑土体的初始地应力值，此值同样通过该数组传递给 UMAT。

(3) **STATEV**：求解过程中需要根据材料状态更新的变量组。通常为硬化参数或者其它与本构模型相关的参数。

### UMAT 子程序的使用

使用自定义材料时，需要制定特定的路径来让 Abaqus 识别并知道如何去执

行，并且能够对参数进行赋值，下文分别介绍 UMAT 子程序的使用和调用方法：

### (1) 通过 Abaqus 使用自定义材料

在 Property 模块中设置材料参数，依次执行【Material】【Create】，这时会弹出如图 6-1 所示的 Edit Material 对话框，用户可以在这里选择本构模型以及设置材料参数。而对于本文的自定义模型，执行【General】【User Material】命令，此时在 Material Behaviors 区域出现 User Material，表明是自定义材料。材料的参数在 Data 区域的【Mechanical Constants】表中输入，此处的数据会一次传入 UMAT 子程序中的 PROPS 数组，而输入参数的个数即为 NPROPS。本文自定义模型的输入参数为 8 个，包含摩擦角  $\varphi_{cs}$ ，弹性参数  $K_0$ ， $G_0$ ，塑性参数  $G_p$ ，剪胀参数  $D$ ，级配指标  $I_{cu}$ ，破碎指标  $B_x$ ，初始孔隙比  $e_0$ 。执行【General】【Depvar】命令，此时在 Material Behaviors 区域出现 Depvar，表明是材料状态变量 STATEV 数组，本文自定义模型的状态变量为 5 个，对应 Abaqus 中状态变量 NSTATV 的个数。其它一些材料物理参数，比如密度，可通过相应路径设置。

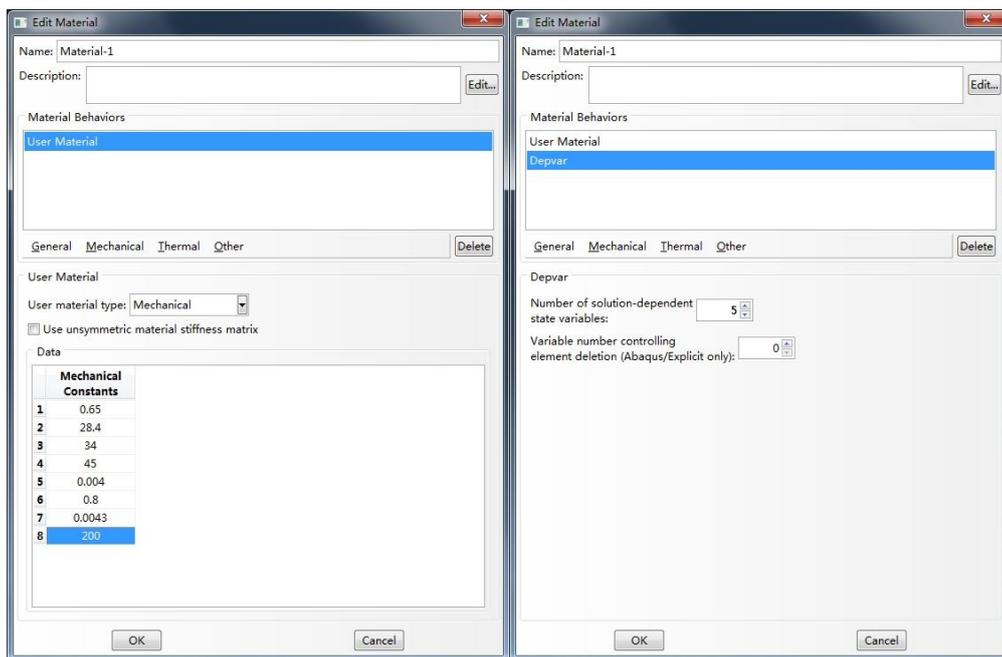


图 6-1 Abaqus 中自定义材料设置

Fig.6- 1 Setting of UMAT in Abaqus

### (2) 通过 inp 定义材料

在 Abaqus/CAE 中设置的自定义材料最终都会转化为后缀名为 inp 的输入文件形式，通常直接在 inp 文件中设置自定义材料以及相关参数更加简单和高效。只需要在 inp 文件材料定义区域使用下列语句：

```
** MATERIALS
**
*Material, name=Material-1
*Density
  1.8,
*Depvar
  5,
*User Material, constants=8
  0.65, 28.4, 34., 45., 0.004, 0.8, 0.0043, 200
```

### (3) 调用 UMAT 子程序

运行 Abaqus 程序进行计算分析时需要链接到本构模型的 Fortran 文件，可以采用以下两种方式：

- 在工程问题建模，设置土体参数，边界条件，加载等全部完成建立 Job 后，需要在 Job 模块下，【Edit】对应的 Job，在 User subroutine file 位置选择自定义 Fortran 程序 UMAT.for。完成之后，即可以执行后续的数据检查以及 Submit。
- 通过 Abaqus Command 运行 inp 文件而不在 CAE 中提交 inp 更为简单。计算时需要把 UMAT.for 子程序与 inp 文件放置在同一个文件夹中。常用的调用语句为：abaqus cpus=N job=\*.inp user=UMAT.for。

至此，本文开发的考虑颗粒级配变化的弹塑性本构模型在 Abaqus 中的嵌入和使用介绍结束。下文将通过模拟室内试验来验证改 UMAT 子程序的合理性和有效性，并运用于浅基础承载力问题的研究。

## 6.4 室内试验验证

为了验证本模型的 UMAT 子程序的可靠性，建立一个有限元模型模拟 Hostun 砂的三轴实验，和室内实验结果对比。有限元模型简化如图 6-2 所示。模型边长为 1.0 m×1.0 m×1.0 m。底部边界约束竖向位移，顶部和底部约束水平位移。模型单元采用 C3D8R 单元，单元数目 1000 个。土体以 Hostun 砂， $C_u=1.1$ ， $I_{gu}=0.0043$

为例子，材料密度选取为  $1800 \text{ kg/m}^3$ ，重力加速度取  $9.8 \text{ m/s}^2$ 。材料参数按照表 5-1 中 Hostun 砂参数选取。

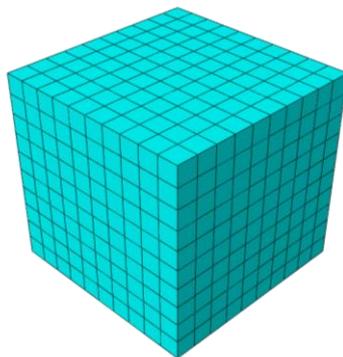


图 6-2 三轴剪切试验有限元模型

Fig.6- 2 FEM model of the triaxial test

下面针对破碎参数  $B_x$  进行敏感性分析。考虑围压为  $200 \text{ kPa}$  下对不同密实程度的 Hostun 砂试样进行三轴排水剪切，其应力应变响应如图 6-3 所示。三种密实程度的砂土在剪切初期破碎现象均不明显，更多的表现为颗粒排列重组和试样内部孔隙压缩，因此可破碎颗粒材料和不可破碎颗粒材料在这个阶段的孔隙比发展曲线几乎重合。随着轴向应变的增大，材料开始发生破碎，表现为可破碎颗粒材料的压缩性增大，偏应力水平较之不可破碎颗粒材料有所下降。材料的压缩性随着  $B_x$  值的增大而减小。

对于密实砂土，材料的偏应力水平下降比较明显，较之不可破碎情况下的应力软化行为转变成可破碎材料 ( $B_x=100$ ) 的应力硬化行为，如图 6-3b。对于中密砂同样出现材料的应变硬化特性增强的特点；在轴向应变超过 0.1 后，不可破碎材料表现出一定的剪胀特性，孔隙比略微增大，而可破碎颗粒材料的压缩性增强，材料减缩性随着材料可破碎性能的增强 ( $B_x$  减小) 而增强，如图 6-3c。

图 6-3ef 相应给出了采用本模型模拟松散 Hostun 砂的室内试验结果，取得很好的效果。综合比较不同松散程度的可破碎 Hostun 砂试样 ( $B_x=100$ ) 的实验结果发现，随着密实度的降低，材料发生明显破碎所需要的应变值增大。

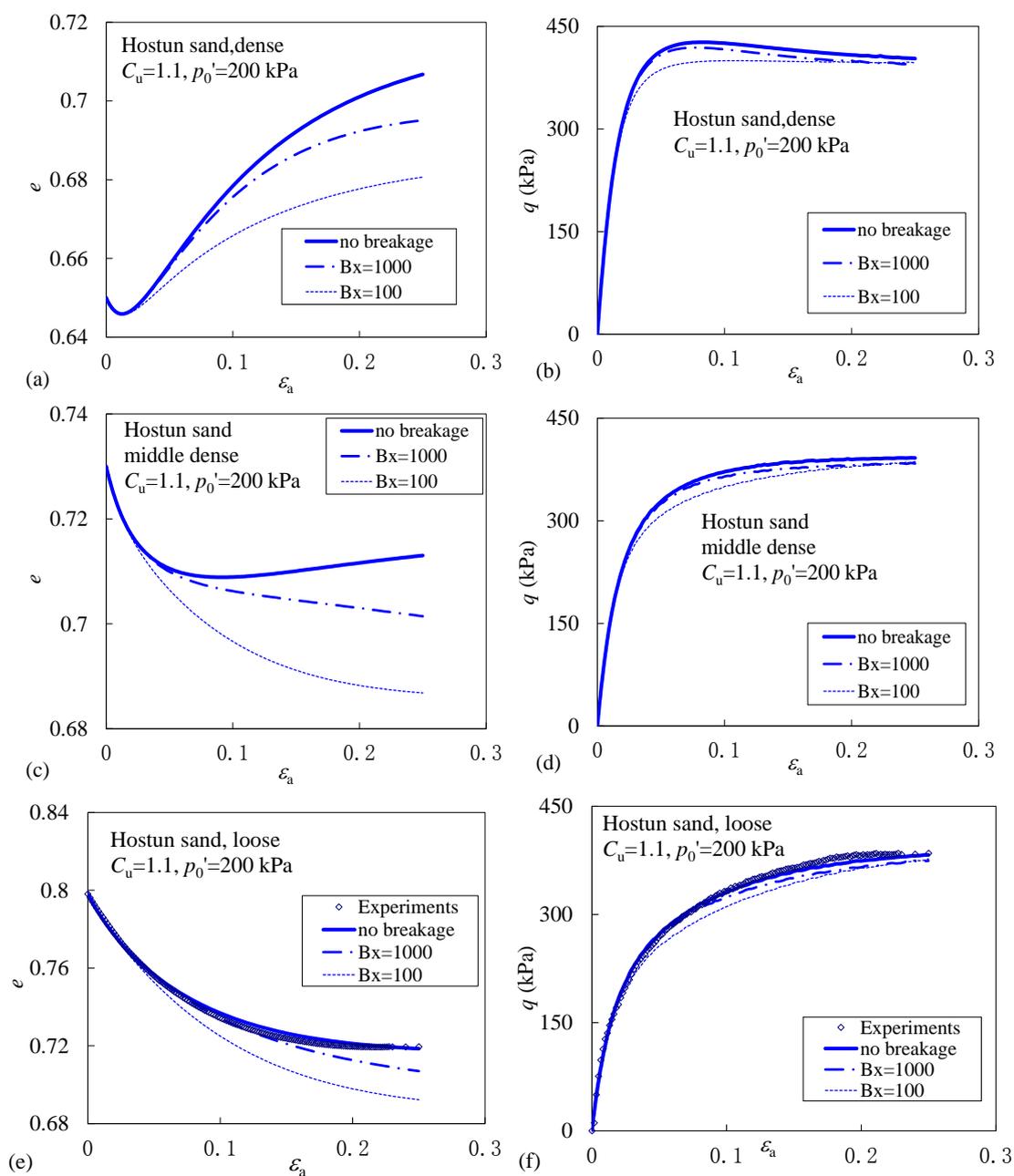


图 6-3 Hostun 砂的破碎分析 (a)  $e$ - $\varepsilon_a$ , 密砂 (b)  $q$ - $\varepsilon_a$ , 密砂 (c)  $e$ - $\varepsilon_a$ , 中密砂 (d)  $q$ - $\varepsilon_a$ , 中密砂 (e)  $e$ - $\varepsilon_a$ , 松砂 (f)  $q$ - $\varepsilon_a$ , 松砂

Fig.6-3 Breakage analysis of Hostun sand : (a)  $e$ - $\varepsilon_a$ , dense sand (b)  $q$ - $\varepsilon_a$ , dense sand (c)  $e$ - $\varepsilon_a$ , middle dense sand (d)  $q$ - $\varepsilon_a$ , middle dense sand (e)  $e$ - $\varepsilon_a$ , loose sand (f)  $q$ - $\varepsilon_a$ , loose sand

## 6.5 浅基础承载力模拟

下面通过模拟一个浅基础的算例来反映本文提出的本构模型在模拟实际工程中颗粒破碎引起的力学问题的能力。

### 6.5.1 计算模型及方案

假定条形浅基础是完全刚性的，基础底面与土体表面是完全粗糙的。考虑到浅基础的对称性，采用平面应变条件，从对称轴线向外水平方向 20 m，土层深度方向 10 m，如图 6-4 所示。在侧向边界上限制水平方向的移动，在底边界限制水平和竖向两个方向。有限元平面模型包含 800 个 8 节点的 C3D8R 单元和 861 个节点。以施加位移的形式简化模拟浅基础的下沉，基础半宽度为 825 mm，施加竖向向下位移 1 m。

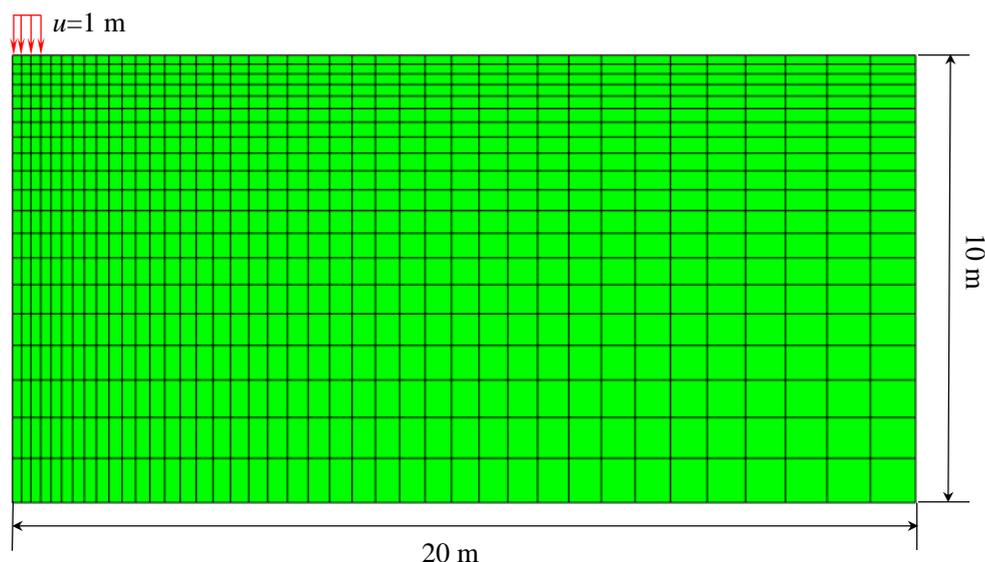


图 6-4 浅基础有限元模型

Fig.6- 4 FEM model of shallow footing

地基土选取不同类型 Hostun 砂，进行以下五个系列的计算分析：

系列一： $C_u=1.1$ ， $I_{gu}=0.0043$ ，初始孔隙比为 0.65、0.73、0.8，不发生颗粒破碎，基础下沉 1 m；

系列二： $C_u=1.1$ ， $I_{gu}=0.0043$ ，初始孔隙比为 0.65、0.73、0.8，发生颗粒破碎，破碎参数  $B_x$  取为 100，基础下沉 1 m；

系列三： $C_u=5.0$ ， $I_{gu}=0.3815$ ，初始孔隙比为 0.65、0.73、0.8，不发生颗粒破碎，基础下沉 1 m。

系列四： $C_u=5.0$ ， $I_{gu}=0.3815$ ，初始孔隙比为 0.65、0.73、0.8，发生颗粒破碎，破碎参数  $B_x$  取为 100，基础下沉 1 m。

系列五： $C_u=10.0$ ， $I_{gu}=0.4783$ ，初始孔隙比为 0.658，不发生破碎和发生颗粒破碎两种情况，破碎参数  $B_x$  取为 100，基础下沉 1 m。

## 6.5.2 计算结果分析

### (1) 位移场

图 6-5 给出不同密实度下不可破碎  $C_u=1.1$  地基土在基础下移 1 m 后的位移场分布(图中位移值为影响的绝对量值)。基础的下移挤压了基底土体及周边土体，并向周边扩展。基础底部和侧向土体位移最明显。随着地基土密实度的降低，基础下移对周边土体的影响范围越来越小。从图 6-3ab 可以看出，相同围压下密实度高的不可破碎地基土材料具有较高剪胀特性；密实度越低的地基土体则具有明显的压缩性。随着地基土密实度的降低，基础下移对基础侧下土体的挤压越来越小，侧向影响范围也逐渐变小；而对基底土体在影响深度上有所增加。因此密实度高的地基土更能向侧向“传播”基础下移引起的扰动。

图 6-6 给出了可破碎  $C_u=1.1$  地基土在基础下移 1 m 后的位移分布情况。对比图 6-5a 和图 6-6a 可以发现，可破碎地基土上浅基础的下移对地基土及周边土体的影响规律类似于不可破碎地基土上的情况，但是扰动范围要小。这是由于颗粒破碎的产生，被挤压的土体进一步被压缩，使得整体位移变小，扰动区域相对减小。基础下移引起地基土的最大水平位移处位于基础的侧下方，并紧挨着基础，见图 6-6b。该例子下，紧挨着基础的地表土体受到基础刺入作用，产生向下位移，距离基础约 1 m 开外区域地表土体轻微隆起。基础以下土体几乎都处于压缩状态。

图 6-7 给出了可破碎  $C_u=5.0$  和  $C_u=10.0$  地基土在基础下移 1 m 后的位移分布情况。与图 6-6a 对比可以发现，相同初始孔隙比下，随着地基土颗粒级配的拓宽，基础下移引起地基土扰动范围逐渐减小。相同初始孔隙比的情况下，较高的不均匀性的地基土具有较高的压缩性，土体更容易被挤密；基础下移对周边土体产生的能量较之颗粒级配窄的地基土，更多用于土体体积压缩和颗粒破碎，故而向外“传播”的较少。

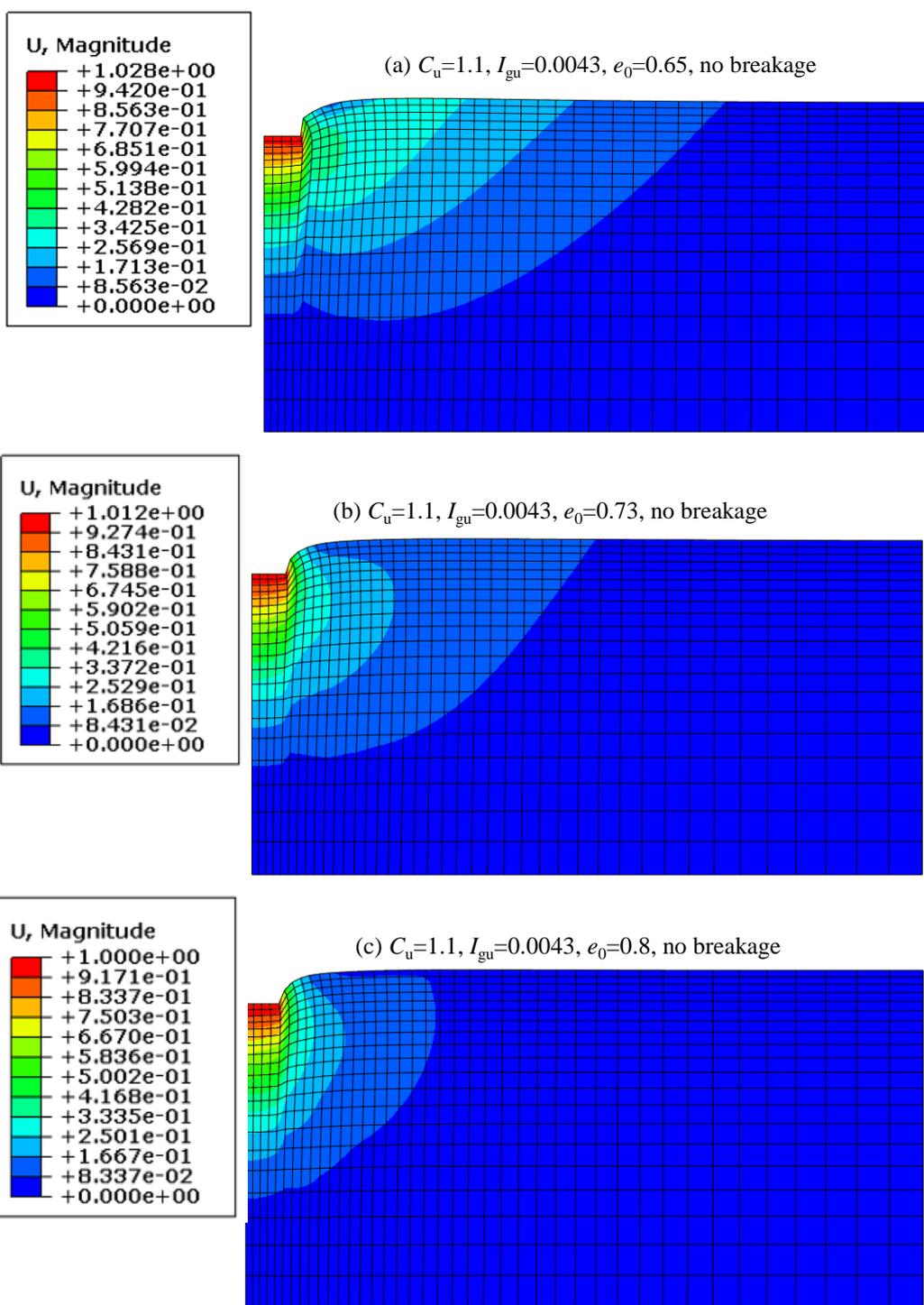


图 6- 5 不可破碎地基土的位移场( $C_u=1.1$ ):(a)  $e_0=0.65$  (b)  $e_0=0.73$  (c)  $e_0=0.8$

Fig.6- 5 Displacement field of unbreakable subsoil ( $C_u=1.1$ ):(a)  $e_0=0.65$  (b)  $e_0=0.73$  (c)  $e_0=0.8$

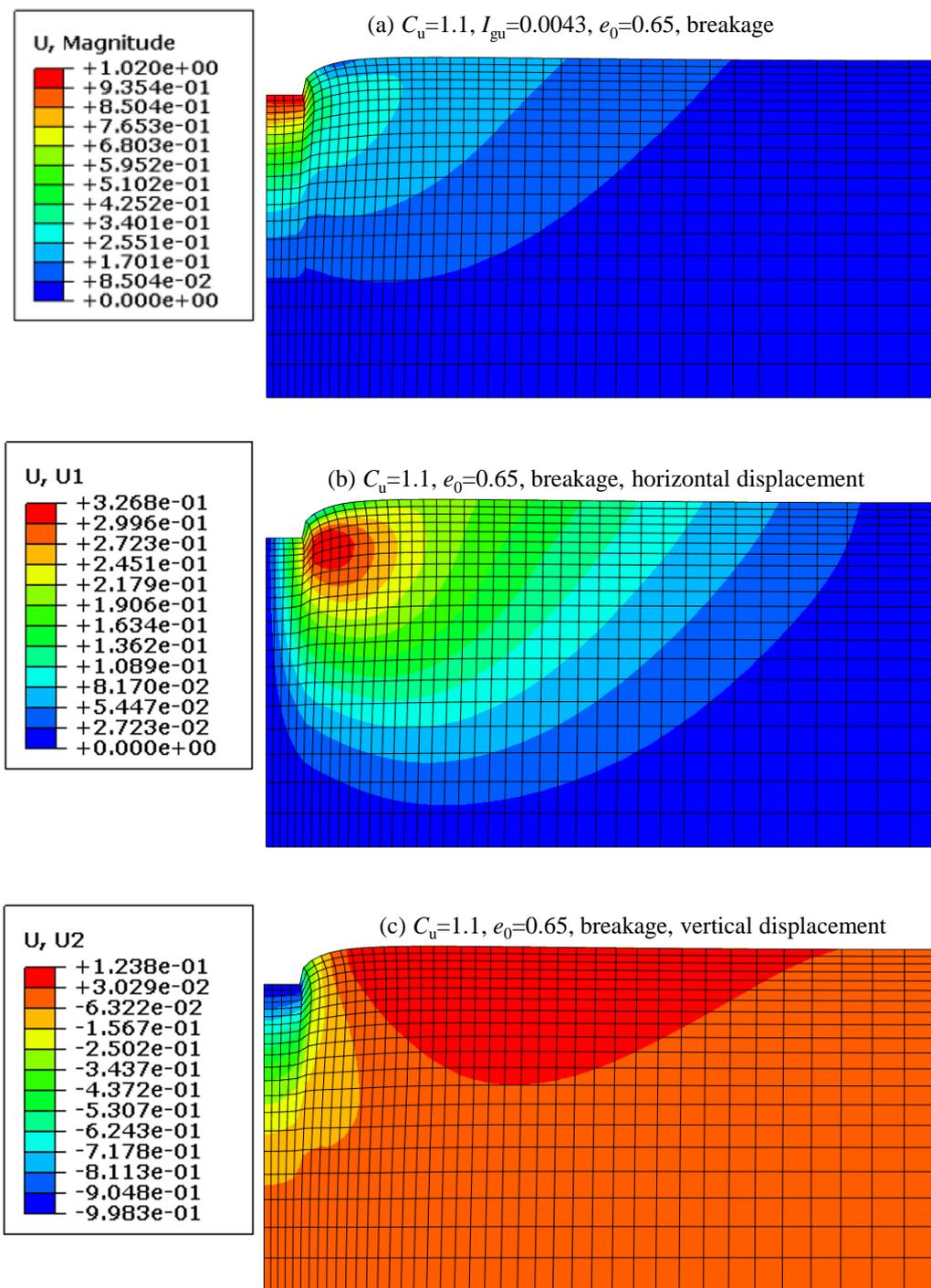


图 6-6 可破碎地基土的位移场 ( $C_u=1.1$ ):(a) 位移量值 (b) 水平位移(c) 竖向位移

Fig.6- 6 Displacement field of breakable subsoil ( $C_u=1.1$ ):(a) displacement magnitude (b) horizontal displacement (c) vertical displacement

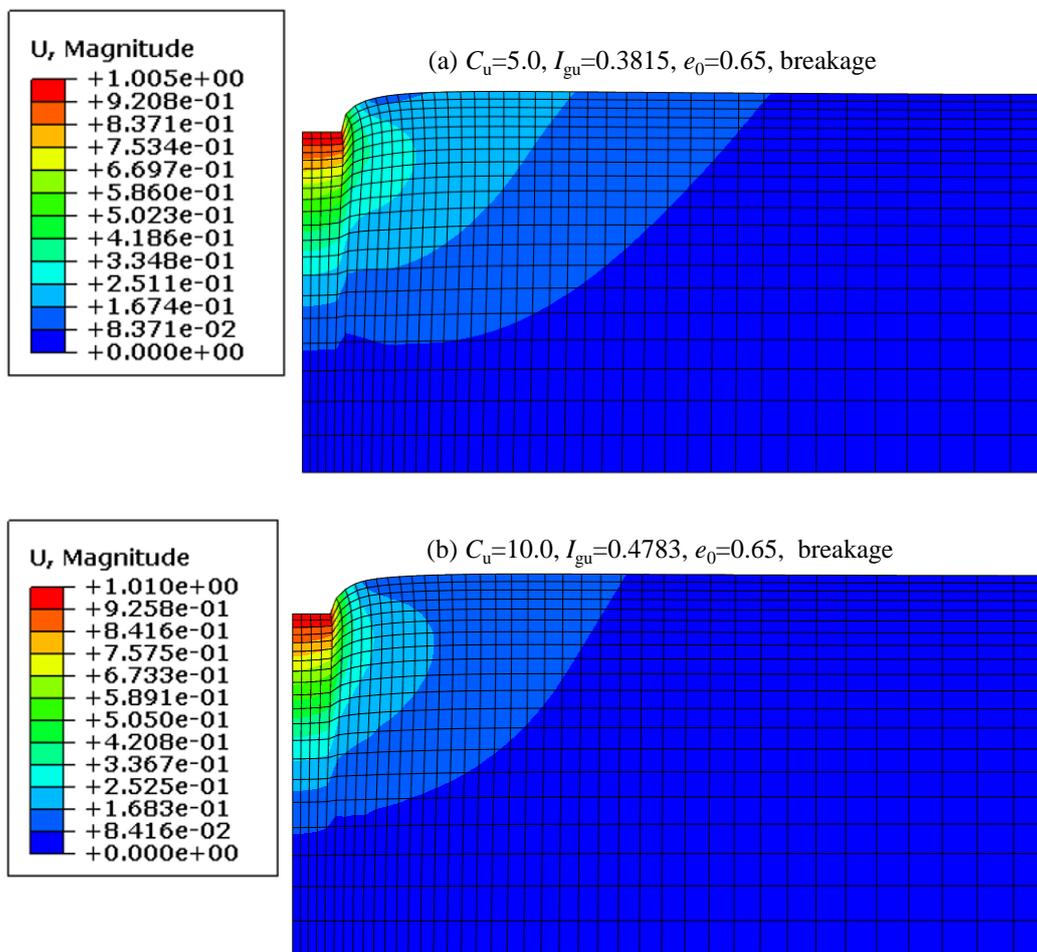
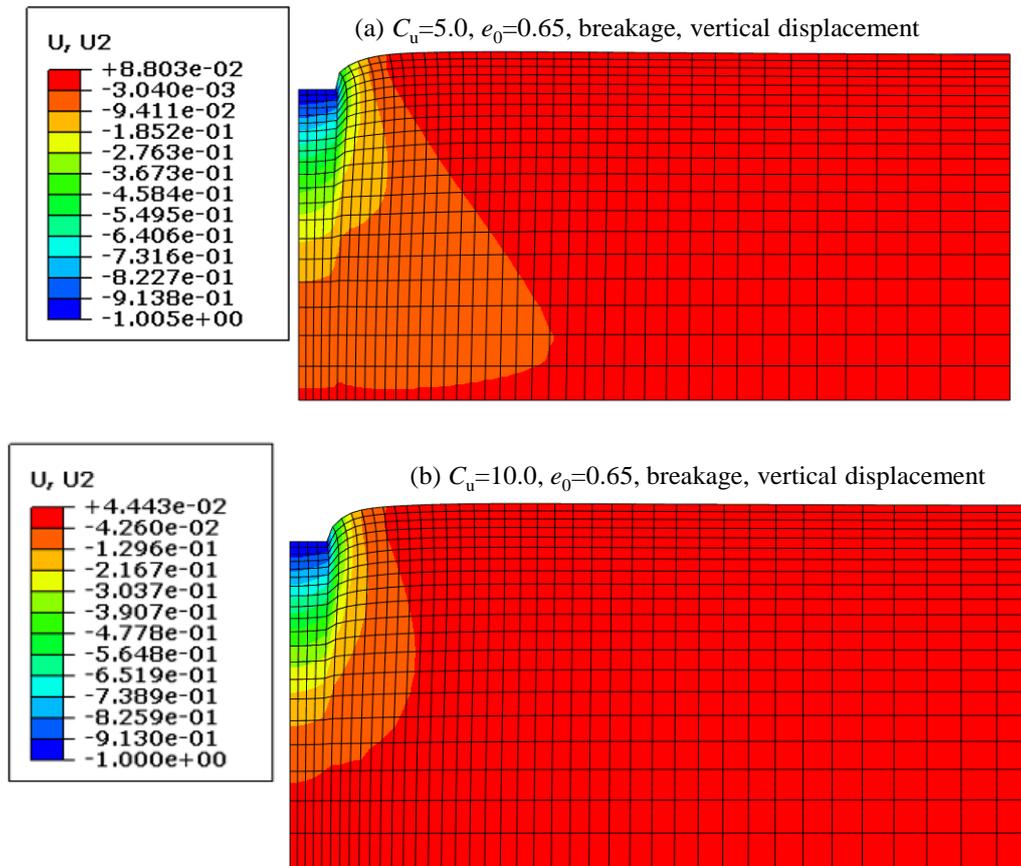


图 6-7 不同颗粒级配可破碎地基土的位移:(a)  $C_u=5.0$  (b)  $C_u=10.0$

Fig.6-7 Displacement field of breakable subsoil with different gradings: (a)  $C_u=5.0$  (b)  $C_u=10.0$

图 6-8 给出了可破碎  $C_u=5.0$  和  $C_u=10.0$  地基土的竖向位移场。结合图 6-6c 可以发现基础下移导致基础边上地表土体也产生明显下沉。随着地基土颗粒级配的拓宽，临近基础地表土体下降的位移值增大，远端地表隆起量减小。

图 6-8 可破碎地基土的竖向位移:(a)  $C_u=5.0$  (b)  $C_u=5.0$ Fig.6- 8 vertical displacement of breakable subsoil: (a)  $C_u=5.0$  (b)  $C_u=5.0$ 

## (2) 孔隙比分布

随着基础的下沉，地基土大部分区域受到扰动，颗粒重新排列，引起地基土孔隙比的变化。图 6-9 给出了不同类型地基土在浅基础下移 1 m 后的孔隙比分布情况。地基土中形成连续的孔隙比分布带，并延伸到地表。基础下移过程中，挤压了周边土体，基础附近地表土体孔隙比增大；最大值位于临近基础的地表土，该处土体受到强烈“拉伸”而破坏。不可破碎  $C_u=1.1$  地基土较之可破碎地基土有更高的孔隙比分布，这是由于不可破碎情况下，材料具有较明显的剪胀性所导致的；材料发生颗粒破碎，导致体积压缩量增大，从而孔隙比减小。不可破碎  $C_u=5.0$  地基土具有较高压缩性，较之  $C_u=1.1$  地基土表现出同样的现象。

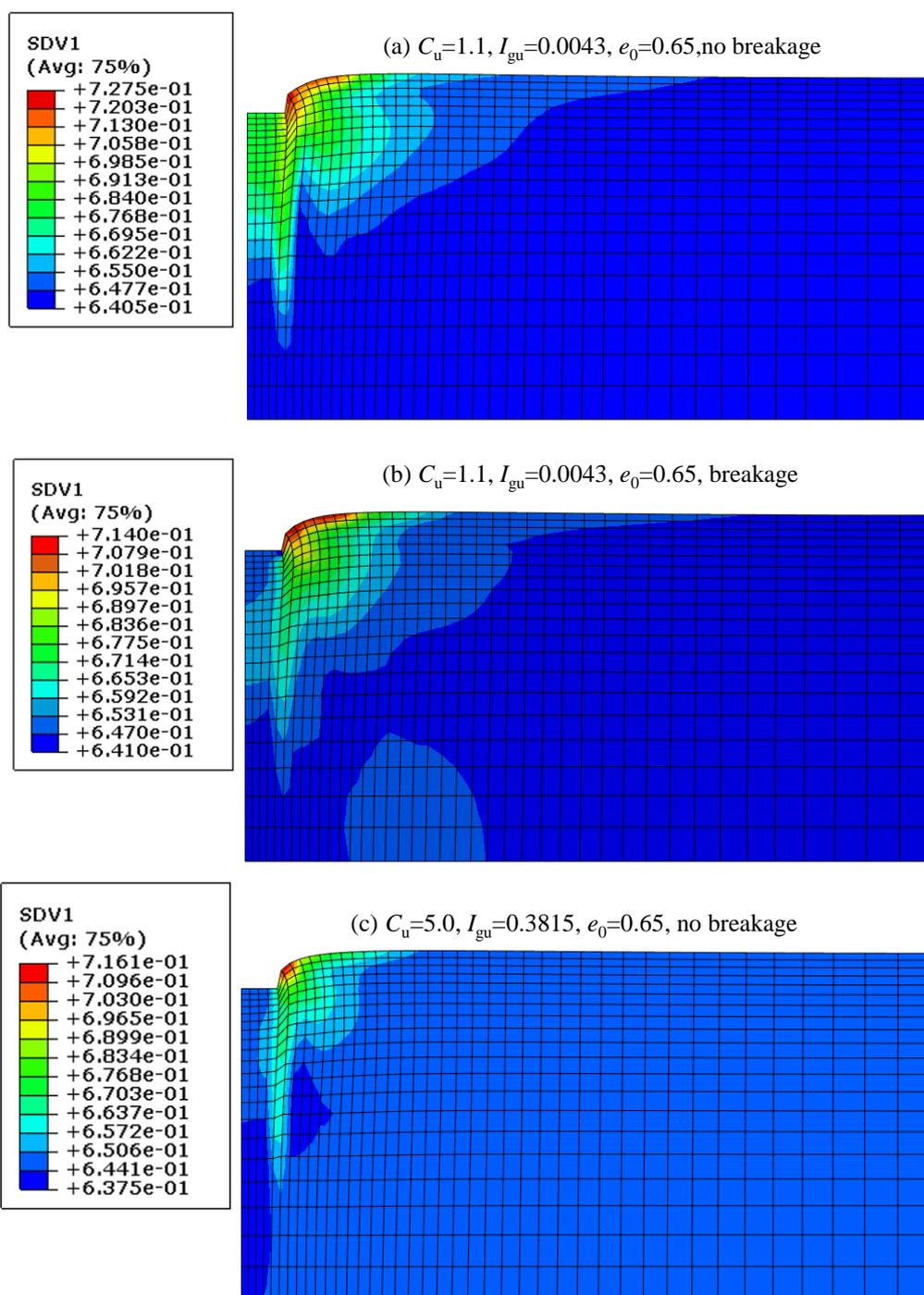


图 6-9 地基土的孔隙比分布 ( $e_0=0.65$ ): (a)  $C_u=1.1, \text{no breakage}$  (b)  $C_u=1.1, \text{no breakage}$  (c)  $C_u=5.0, \text{no breakage}$

Fig.6-9 Distribution of void ratio field ( $e_0=0.65$ ) (a)  $C_u=1.1, \text{no breakage}$  (b)  $C_u=1.1, \text{no breakage}$  (c)  $C_u=5.0, \text{no breakage}$

### (3) 破碎区域分析

图 6-10 给出了基础下沉 1m 后地基土中颗粒破碎的分布情况，数值越大表示破碎越明显。

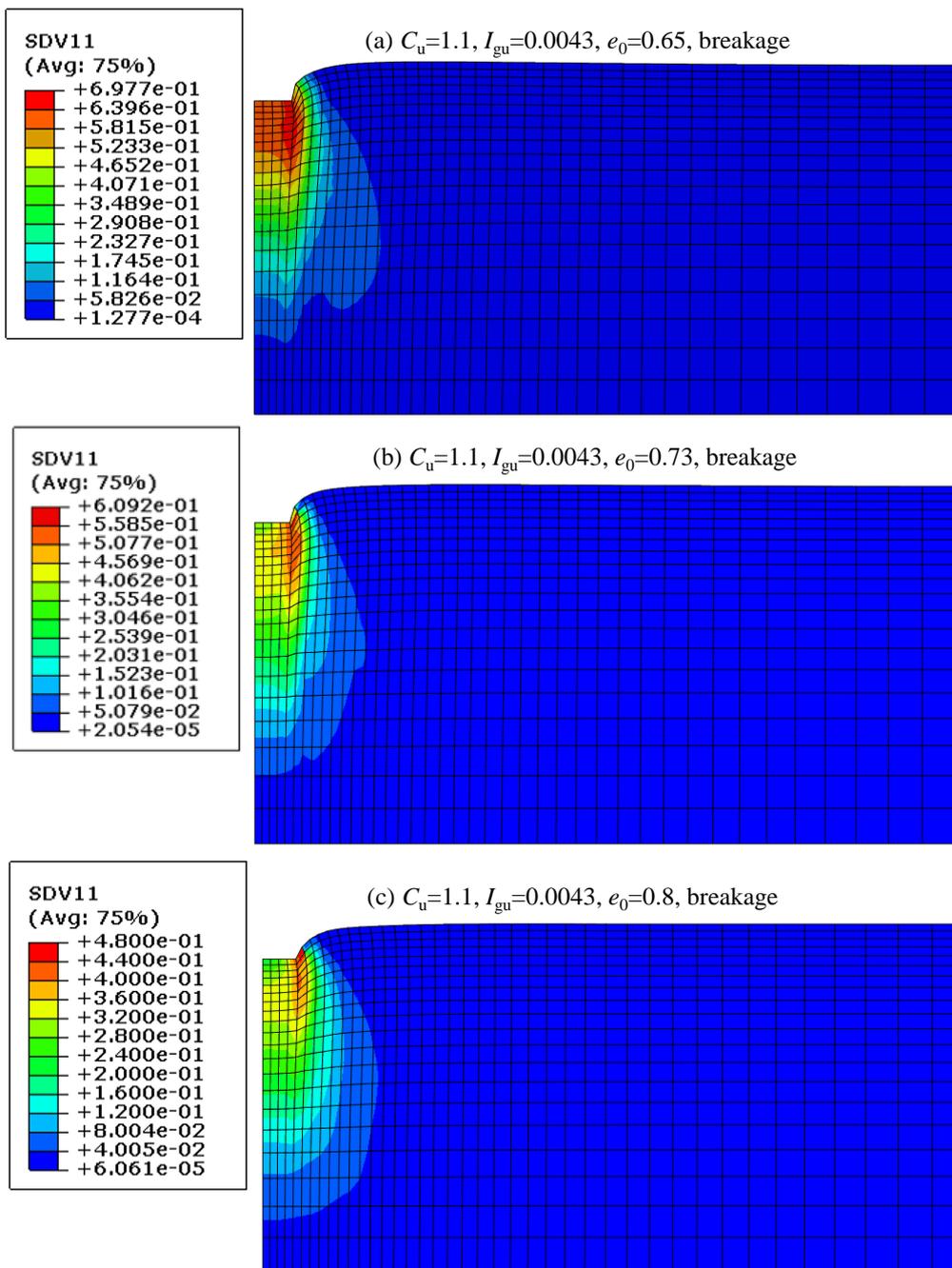


图 6-10 破碎分布( $C_u=1.1$ ):(a)  $e_0=0.65$  (b)  $e_0=0.73$  (c)  $e_0=0.8$

Fig.6- 10 Distribution of breakage: ( $C_u=1.1$ ):(a)  $e_0=0.65$  (b)  $e_0=0.73$  (c)  $e_0=0.8$

破碎最明显的位置在基础边缘与地基土的竖向分界处正下方。因为此处地基土的剪切最为剧烈；其次是基础下方往土层深度方向的土体，因为此处土体受到基础最直接的挤压作用；离开基础 1m 开外的区域，土体破碎非常少。比较图 6-10a~cf 发展随着地基土从密到松，基础下压产生的颗粒破碎也逐渐减弱。

图 6- 11 给出  $C_u=5.0$  和  $C_u=10.0$  地基土的破碎分布情况。结合图 6- 10a，可以发现随着地基土颗粒级配的拓宽，基础下压引起的颗粒破碎逐渐减弱，其主要原因在于基础下压所做的功更多地用于压密高不均匀性地基土颗粒之间的空隙。

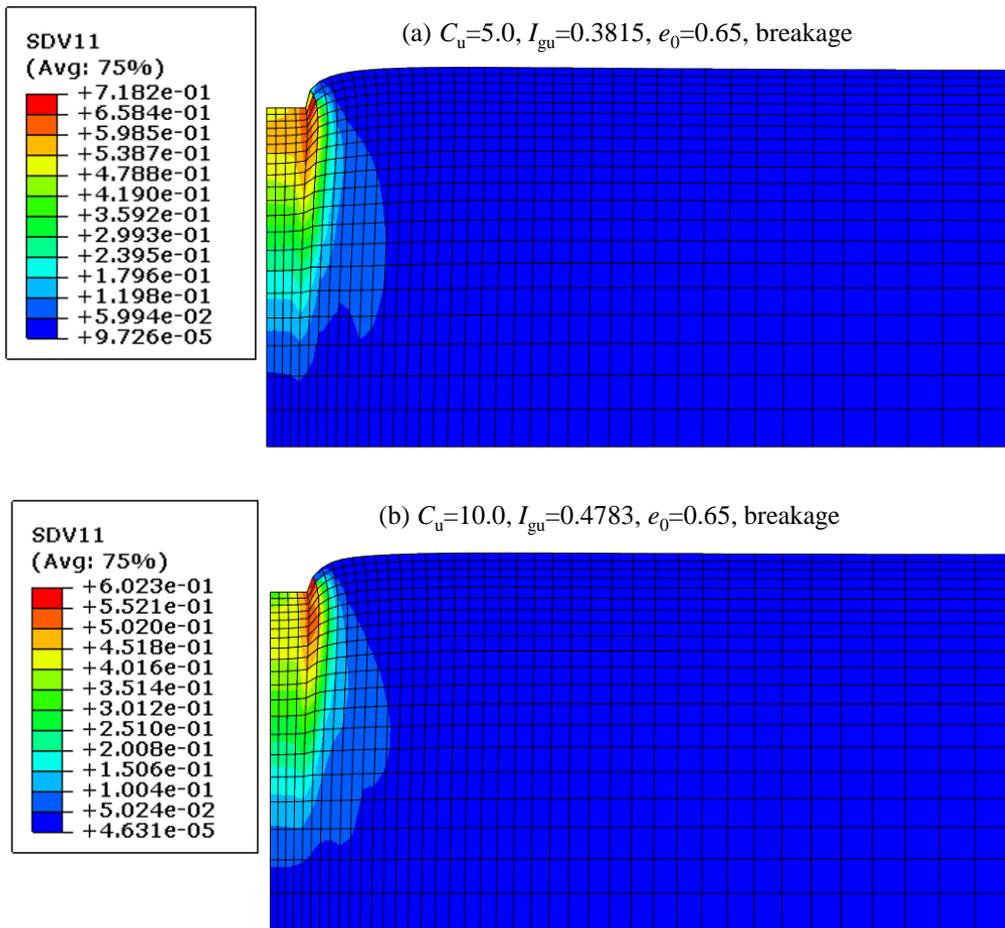


图 6- 11 破碎分布( $e_0=0.65$ ):(a)  $C_u=5.0$  (b)  $C_u=10.0$

Fig.6- 11 Distribution of breakage ( $e_0=0.65$ ):(a)  $C_u=5.0$  (b)  $C_u=10.0$

#### (4) 应力—位移曲线

图 6- 12 给出了不同类型地基土上浅基础的应力—位移曲线。由图中可以看出无论是可破碎还是不可破碎地基土，地基的承载力随着基础下沉深度的增加而

增加。对于不可破碎地基土而言，相同初始孔隙比条件下，地基承载力随之颗粒级配的拓宽而下降；达到相同地基承载力的条件下，颗粒级配宽广材料较之颗粒级配窄的材料需要更多的基础下移量。在给定的破碎参数下，可破碎  $C_u=1.1$  地基的应力—荷载曲线与不可破碎  $C_u=5.0$  地基非常接近，体现了加载过程中地基土体的颗粒级配演化规律。

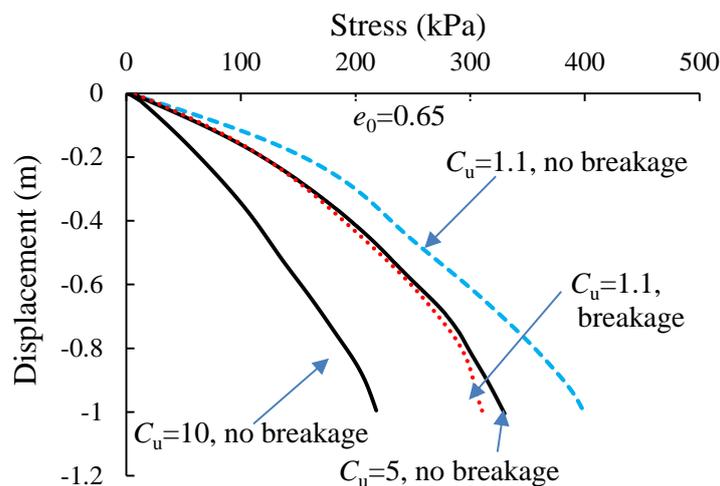


图 6-12 不同类型地基的承载力

Fig.6-12 Bearing capacity of different subsoil

将该浅基础承载力问题与太沙基极限承载力公式进行对比如图 6-13 所示。本文可破碎密实地基土  $C_u=1.1$  的计算结果恰好与太沙基承载力公式的计算结果一致；而对于其它孔隙比状态下的结果则差别比较大。由图中可以看出，地基的承载力随着地基土的密实度的提高而提高。尽管太沙基对于松砂和密实砂土分别各有一个求解，然而没有给出具体的适用相对密实度范围。

图 6-14 对比可破碎和不可破碎地基土的地基承载力发现，颗粒破碎引致的浅基础承载力的降低随着地基土的密实度的降低而降低，如图 6-14a 所示。地基土初始孔隙比为 0.65 时，颗粒破碎引致的地基承载力下降较为明显，而随着地基土初始孔隙比增大到 0.8 时，相同的基础下移量地基的承载力降低幅值减小。

从图 6-14 可以观察到，随着地基土颗粒级配的拓宽，地基土产生颗粒破碎与否对基础应力-位移曲线的影响越来越小。对于  $C_u=1.1$  的地基土，可以清楚地观察到颗粒破碎引起地基承载力下降，而对于  $C_u=5.0$  的地基土，基础下移引起的颗粒破碎较少，对地基的承载力影响较小。

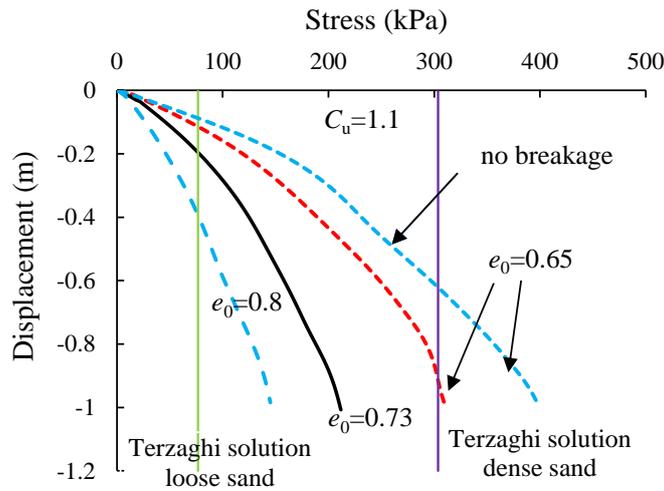


图 6-13 与太沙基承载力解答的对比

Fig.6-13 Comparison of bearing capacity with Terzaghi solution

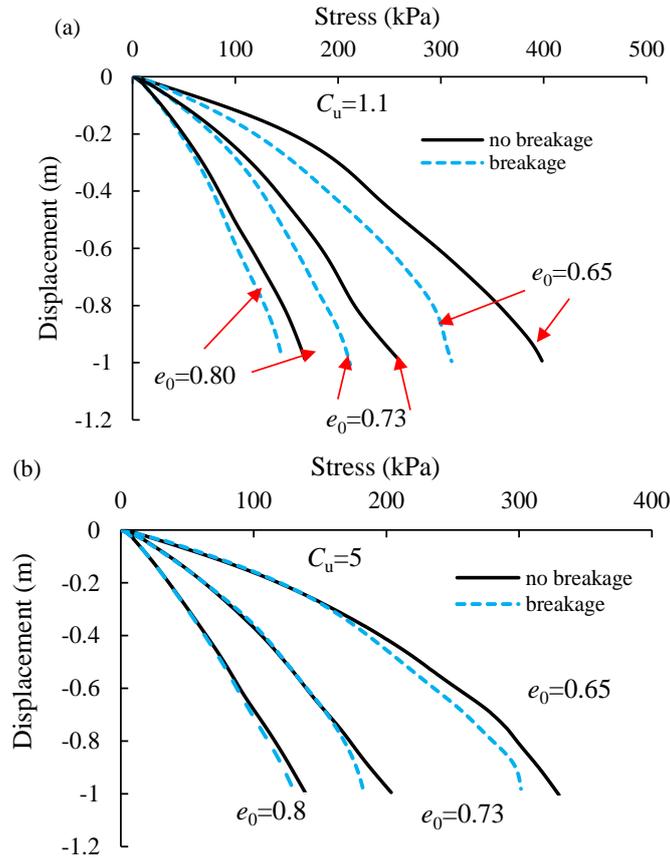


图 6-14 不同密实度下地基承载力(a) $C_u=1.1$ (b)  $C_u=5.0$

Fig.6-14 Bearing capacity of subsoil with different densities (a) $C_u=1.1$ (b)  $C_u=5.0$

## 6.6 本章小结

将本构模型编译成 UMAT 子程序，并在有限元程序 Abaqus 的平台下运用其分析不同类型地基土上浅基础的承载力问题。有限元分析结果表明本文提出的本构模型能够很好的模拟由颗粒破碎引致的力学问题。浅基础下移过程中，基础下沿土体破碎剧烈，并挤压侧边地基土，出现连续的土体运动带，或者成为连续的滑动带，并延伸到地表。主要结论如下：

- 1) 随着地基土颗粒级配的拓宽，临近基础地表土体下降的位移值增大，远端地表隆起量减小。
- 2) 破碎最明显的位置在基础边缘与地基土的竖向分界处正下方，随着地基土颗粒级配的拓宽，基础下压引起的颗粒破碎逐渐减弱。
- 3) 颗粒破碎引起了地基承载力的降低。
- 4) 地基的承载力随着地基土的密实度的提高而提高。
- 5) 随着地基土颗粒级配的拓宽，承载力下降趋势越来越不明显。

## 第七章 全文总结

### 7.1 主要结论

本文得到的主要结论可以分为以下几部分：

#### (1) 室内实验研究了玻璃球和 Hostun 砂随颗粒级配变化的力学特性。

1) 初始密实度相近的玻璃球和 Hostun 砂随其级配的拓宽，不均匀系数  $C_u$  提高，材料的剪胀特性递减。不排水条件下，相同初始密实度材料的剪切强度和相变偏应力与材料不均匀系数  $C_u$  可以采用指数关系来表达，随着  $C_u$  增加偏应力水平降低，且在  $C_u$  达到 10 以后趋于稳定。基于材料剪切过程中二阶功的演化分析了材料的不排水不稳定趋势得出：级配对颗粒材料的不稳定性有很大影响，随着材料不均匀系数的提高，材料的静态液化潜能提高。

2) 颗粒材料的初始孔隙比、平行级配对材料的临界状态没有明显影响。不破碎颗粒材料临界状态参数与颗粒级配指标  $C_u$  存在非线性相关关系。在  $e-p'$  平面上的临界状态线随着颗粒级配的拓宽（不均匀系数  $C_u$  的上升）而下移，临界状态线的斜率逐渐减小；两者在  $C_u$  达到 10 以后趋于稳定。在  $q-p'$  平面上则是一条直线，与颗粒级配无关。

#### (2) 数值模拟拓展分析了多个应力路径下颗粒材料的级配相关的力学响应。

1) 分析了不同应力路径下材料的剪胀减缩特点，得出相同初始孔隙比试样在相同加载条件下，其剪胀性随着颗粒级配的拓宽而下降，并出现从剪胀到减缩的转变；材料从剪切软化到剪切硬化转变。

2) 颗粒材料的剪胀减缩特性受到拉压剪切模式的影响，相同初始条件下，拉伸剪切下材料较之压缩剪切具有更明显的剪胀效果。

3) 在颗粒材料临界状态上的研究进一步验证了室内实验的研究成果，并拓展分析得出：拉伸/压缩排水/不排水剪切下材料的临界状态线在  $e-p'$  平面上是唯一的；而不同颗粒级配下材料在  $e-p'$  平面上的临界状态线随着颗粒级配指标  $C_u$  的增大而下移，不受颗粒级配曲线形式的影响；相同加载模式下颗粒材料在  $q-p'$  平面上的临界状态线是唯一的直线，不同加载模式之间，直线的斜率是存在差别。

#### (3) 细观力学分析深入剖析了颗粒材料的级配相关力学特性的内在机理。

1) 初始孔隙比仅在很小应变范围内对配位数分频率产生影响，孔隙比越大，

颗粒体系内占主导的配位数越大。相同初始孔隙下配位数分布频率随剪切应变而变化，并且是级配相关的。随着颗粒级配的拓宽，占优配位数的频率值逐渐下降。所研究级配占优配位数趋向于稳定在 4。

2) 排水条件下，试样平均配位数在很小应变范围内 (<4%) 就达到稳定；而对于不排水条件，试样的平均配位数经过很大的应变范围后才趋于稳定。平均配位数的演化反映了材料内部的稳定状态，不排水剪切实验中材料较之排水剪切情况下具有不稳定性。临界状态下，平均配位数的大小是级配相关的，其值随着颗粒级配的拓宽而降低，不受排水条件的影响。

3) 围压以及初始孔隙比对临界状态下颗粒材料的接触力概率分布没有明显影响；不同颗粒级配材料在临界状态的接触力概率分布则存在一定差异，主要存在于小于 0.5 倍平均接触力以内的接触力分布。

4) 在剪切初期颗粒体系的各向异性发展具有明显的级配相关性：对于颗粒级配窄的材料，其剪切各向异性发展较之级配宽广的材料要更加剧烈，达到稳定所需要的剪切应变更大。不同各向异性指标在临界状态下均失去了原有的级配相关特性。从这个角度看，不同颗粒材料的临界状态各向异性是相同的。

5) 从细观角度给出级配相关临界状态线的演化规律，得出  $Z_m-p'$  平面上临界状态线是唯一的，并且是级配相关的。随着颗粒级配的拓宽，临界状态线在  $Z_m-p'$  平面上往下移动，并趋于稳定。临界孔隙比  $e_{cs}$  和临界平均配位数的呈线性关系。

6) 通过应力-组构-接触力关系分析颗粒材料各向异性发展的特点，得出：不同围压下单一材料的细观应力比在临界状态下取得一致；不同颗粒级配材料的三个各向异性系数对细观应力比的贡献程度是一致的，不受级配的影响。结合这两点就证实了同一加载模式下颗粒材料在  $q-p'$  平面上的临界状态线是唯一的，不受颗粒级配的影响。

#### (4) 将颗粒材料级配相关的临界状态力学特性引进本构模型。

1) 将颗粒级配相关临界状态线方程植入到临界状态力学框架下的一个弹塑性本构模型中，用于考虑级配对颗粒材料力学性能的影响。通过实验数据校核并验证该本构模型，表明该模型仅采用一组临界状态级配相关参数就可以统一描述不同颗粒级配粒状材料的排水不排水剪切响应。

2) 任意颗粒级配材料的剪胀特性和临界状态力学特性均不能由单一颗粒级配指标  $I_G$  或  $C_u$  描述。

3) 提出一个综合  $C_u$  和  $I_G$  优点的级配新指标  $I_{gu}$ , 可以更准确的描述任意级配颗粒材料的力学特性。通过建立级配指标  $I_{gu}$  与临界状态参数孔隙比  $e_{ref}$ 、临界状态线斜率  $\lambda$  等的关系, 形成新的颗粒级配—孔隙比—平均有效应力 ( $I_{gu}-e-p'$ ) 空间上的唯一曲面。

4) 将新颗粒级配指标引进本构模型, 对所研究材料进行模拟验证。实践表明新的指标的改进本构模型能够模拟任意颗粒级配形式材料的应力应变响应, 更好地反映颗粒材料随级配变化而改变的力学特性。

### (5) 本构模型有限元二次开发及简单应用

1) 随着地基土颗粒级配的拓宽, 临近基础地表土体下降的位移值增大, 远端地表隆起量减小。

2) 破碎最明显的位置在基础边缘与地基土的竖向分界处正下方, 随着地基土颗粒级配的拓宽, 基础下压引起的颗粒破碎逐渐减弱。

3) 颗粒破碎引起了地基承载力的降低。

4) 地基的承载力随着地基土的密实度的提高而提高。

5) 随着地基土颗粒级配的拓宽, 承载力下降趋势越来越不明显。

## 7.2 研究展望

颗粒材料的力学特性是十分复杂的, 来源于其自身的离散性及颗粒体系的物理构形如颗粒形状, 颗粒级配等。而颗粒材料的级配变化在工程实践中是经常发生的, 对于可破碎粒状土材料更是如此, 并常常因此而影响了材料的力学性能。采用室内实验手段研究颗粒级配对粒状土材料的力学效应可以定性和定量的确定颗粒级配变化在颗粒材料力学性能演化规律, 特别是临界状态力学特性, 中扮演的角色。基于离散单元法的数值模拟, 进一步拓展了室内实验的研究结果和研究方法, 使得研究者可以在宏细观两个层面对颗粒材料力学特性有更深入和更加全面的把握。然而鉴于本文作者的研究水平和研究时间有限, 尚可以在以下几个方面进一步拓展本文的研究工作:

(1) 结合可破碎颗粒材料的力学特性研究, 与单独颗粒级配研究结果形成对比。这个部分可以采用室内试验结合离散单元法进一步深入研究。

(2) 由于颗粒形状对粒状土材料的影响特性与颗粒级配类似。本文研究中只采用球形颗粒或者自相似度很高的 Hostun 砂进行研究, 大大减少甚至消除了颗粒

形状这个重要因素对研究内容的干扰。在本文的基础上可以进一步研究颗粒级配之外，颗粒形状对粒状材料整体力学性能的影响程度。结合本文关于颗粒级配的研究，分析两者对材料整体力学性能上的贡献程度。这个部分可以采用离散单元法制作多种颗粒形状下的不同颗粒级配，可以进行丰富的参数分析。

(3) 颗粒材料的细观力学特性很大程度反映了宏观力学行为，特别是颗粒材料在剪切到大变形状态下的各向异性发展情况引起了许多研究者的注意。研究颗粒材料级配相关的细观力学组构演化规律有助于更深入地理解颗粒材料的复杂力学行为，特别是力学剪胀特性和临界状态力学特性。再深入总结级配相关的颗粒材料细观各向异性的发展规律并与本构参数建立关系，再将其植入到连续介质本构模型中，可以更准确地反映颗粒材料级配变化的力学特性。

(4) 考虑颗粒材料和流体的相互作用，开展 DEM 与 CFD 的耦合分析。可以模拟堆石大坝中颗粒破碎以及冲刷等颗粒级配变化引起的工程问题。

## 参 考 文 献

- [1] Oda M. On stress-dilatancy relation of sand in simple shear test[J]. *Soils and Foundations*, 1975, 15(2): 17-29.
- [2] Bolton M. The strength and dilatancy of sands[J]. *Géotechnique*, 1986, 36(1): 65-78.
- [3] Yin Z Y, Chang C S. Stress–dilatancy behavior for sand under loading and unloading conditions[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2013, 37(8): 855-870.
- [4] Oda M. Initial fabrics and their relations to mechanical properties of granular material[J]. *Soils and Foundations*, 1972, 12(1): 17-36.
- [5] Been K, Jefferies M G, Hachey J. The critical state of sands[J]. *Géotechnique*, 1991, 41(3): 365-381.
- [6] Jefferies M, Been K. *Soil liquefaction: a critical state approach*[M]. USA: CRC Press, 2006.
- [7] 史旦达, 周 健, 刘文白, 等. 初始组构影响砂土液化势的细观数值模拟[J]. *水利学报*, 2011, 42(7): 766-774.
- [8] Finn W, Bransby P L, Pickering D J. Effect of strain history on liquefaction of sand[J]. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 1970, 96(6): 1917-1934.
- [9] Wichtmann T, Triantafyllidis T. Influence of a cyclic and dynamic loading history on dynamic properties of dry sand, part II: cyclic axial preloading[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2004, 24(11): 789-803.
- [10] Oda M, Nakayama H. Yield function for soil with anisotropic fabric[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1989, 115(1): 89-104.
- [11] Li X S, Dafalias Y F. Constitutive modeling of inherently anisotropic sand behavior[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2002, 128(10): 868-880.
- [12] Li X, Dafalias Y. Anisotropic Critical State Theory: Role of Fabric[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2012, 138(3): 263-275.
- [13] Been K, Jefferies M G, Hachey J. Critical state of sands[J]. *Géotechnique*, 1991, 41(3): 365-381.
- [14] Verdugo R, Ishihara K. The Steady State Of Sandy Soils[J]. *Soils and Foundations*, 1996, 36(2): 81-91.
- [15] Yan W, Dong J. Effect of Particle Grading on the Response of an Idealized Granular Assemblage[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2011, 11(4): 276-285.

- 
- [16] 张家铭, 蒋国盛, 汪 稔. 颗粒破碎及剪胀对钙质砂抗剪强度影响研究[J]. 岩土力学, 2009, 30(7): 2043-2048.
- [17] 刘崇权, 汪 稔. 钙质砂物理力学性质初探[J]. 岩土力学, 1998, 19(1): 32-37.
- [18] Indraratna B, Wijewardena L, Balasubramaniam A. Large-scale triaxial testing of grey wacke rockfill[J]. *G éotechnique*, 1993, 43(1): 37-51.
- [19] Ghanbari A, Sadeghpour A H, Mohamadzadeh H, et al. An Experimental Study on the Behavior of Rockfill Materials Using Large Scale Tests[J]. *Bundle G, Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 2008, 13: 1-16.
- [20] 米占宽, 李国英, 陈铁林. 考虑颗粒破碎的堆石体本构模型[J]. 岩土工程学报, 2008, 29(12): 1865-1869.
- [21] Gerolymos N, Gazetas G. A model for grain-crushing-induced landslides-- Application to Nikawa, Kobe 1995[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2007, 27(9): 803-817.
- [22] Datta M, Gulhati S, Rao G. Crushing of calcareous sands during shear[C]// *Proceeding of the 11th Annual Offshore Technical Conference: Huston, 1979: 3525.*
- [23] Yasufuku N, Hyde A. Pile end-bearing capacity in crushable sands[J]. *G éotechnique*, 1995, 45(4): 663-676.
- [24] Yang Z X, Jardine R J, Zhu B T, et al. Sand grain crushing and interface shearing during displacement pile installation in sand[J]. *G éotechnique*, 2010, 60(6): 469-482
- [25] Lobo-Guerrero S, Vallejo L. DEM analysis of crushing around driven piles in granular materials[J]. *G éotechnique*, 2005, 55(8): 617-623.
- [26] Lobo-Guerrero S, Vallejo L E. Influence of pile shape and pile interaction on the crushable behavior of granular materials around driven piles: DEM analyses[J]. *Granular Matter*, 2007, 9(3): 241-250.
- [27] Clayton C, Xu M, Bloodworth A. A laboratory study of the development of earth pressure behind integral bridge abutments[J]. *G éotechnique*, 2006, 56(8): 561-571.
- [28] Indraratna B, Lackenby J, Christie D. Effect of confining pressure on the degradation of ballast under cyclic loading[J]. *G éotechnique*, 2005, 55(4): 325-328.
- [29] Lobo-Guerrero S, Vallejo L E. Modeling granular crushing in ring shear tests: experimental and numerical analyses[J]. *Soils and Foundations*, 2006, 46(2): 147-158.
- [30] Lu M, McDowell G R. Discrete element modelling of railway ballast under monotonic and cyclic triaxial loading[J]. *G éotechnique*, 2010, 60(6): 459-467
-

- [31] Lobo-Guerrero S, Vallejo L E. Discrete element method analysis of railtrack ballast degradation during cyclic loading[J]. *Granular Matter*, 2006, 8(3-4): 195-204.
- [32] Hossain Z, Indraratna B, Darve F, et al. DEM analysis of angular ballast breakage under cyclic loading[J]. *Geomechanics and Geoengineering*, 2007, 2(3): 175-181.
- [33] Aursudkij B, McDowell G R, Collop A C. Cyclic loading of railway ballast under triaxial conditions and in a railway test facility[J]. *Granular Matter*, 2009, 11(6): 391-401.
- [34] Fourie A, Papageorgiou G. Defining an appropriate steady state line for Merriespruit gold tailings[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2001, 38(4): 695-706.
- [35] Wei H. Contribution à l'étude de l'effet d'échelle dans les matériaux granulaires[D]. Nantes: École Centrale de Nantes. 2009.
- [36] Lee K L, Farhoomand I. Compressibility and crushing of granular soil in anisotropic triaxial compression[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1967, 4(1): 68-86.
- [37] Marsal R J. Large scale testing of rockfill materials[J]. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 1967, 93(2): 27-43.
- [38] Hardin B O. Crushing of soil particles[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1985, 111(10): 1177-1192.
- [39] Lade P V, Yamamuro J A, Bopp P A. Significance of particle crushing in granular materials[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1996, 122(4): 309-316.
- [40] Nakata Y, Hyde A, Hyodo M, et al. A probabilistic approach to sand particle crushing in the triaxial test[J]. *Géotechnique*, 1999, 49(5): 567-583.
- [41] Einav I. Breakage mechanics--Part I: Theory[J]. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2007, 55(6): 1274-1297.
- [42] 尹振宇, 许强, 胡伟. 考虑颗粒破碎效应的粒状材料本构研究: 进展及发展[J]. *岩土工程学报*, 2012, 34(12): 2170-2180.
- [43] Biarez J, Hicher P Y. Influence de la granulométrie et de son évolution par ruptures de grains sur le comportement mécanique de matériaux granulaires[J]. *Revue Française De Génie Civil*, 1997, 1(4): 607-631.
- [44] 高玉峰, 张兵, 刘伟, 等. 堆石料颗粒破碎特征的大型三轴试验研究[J]. *岩土力学*, 2009, 30(5): 1237-1246.
- [45] 张家铭, 张凌, 蒋国盛, 等. 剪切作用下钙质砂颗粒破碎试验研究[J]. *岩土力学*, 2008, 29(10): 2789-2793.
- [46] Coop M. The mechanics of uncemented carbonate sands[J]. *Géotechnique*, 1990, 40(4): 607-626.
- [47] 刘崇权, 汪稔, 吴新生. 钙质砂物理力学性质试验中的几个问题[J]. *岩石力学与工程学报*, 1999, 18(2): 209-212.
- [48] 吴京平, 褚瑶, 楼志刚. 颗粒破碎对钙质砂变形及强度特性的影响[J]. 1997, 19(5): 49-55.

- 
- [49] Verdugo R, Hoz K. Strength and stiffness of coarse granular soils[J]. Geotechnical Symposium, Soil Stress-Strain Behavior: Measurement, Modeling and Analysis, Rome, 2007: 243-252.
- [50] Coop M, Sorensen K, Freitas T B, et al. Particle breakage during shearing of a carbonate sand[J]. Géotechnique, 2004, 54(3): 157-164.
- [51] Turcotte D. Fractals and fragmentation[J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth (1978–2012), 1986, 91(B2): 1921-1926.
- [52] Poulos S J, Castro G, France J W. Liquefaction evaluation procedure[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1985, 111(6): 772-792.
- [53] Sladen J, D'Hollander R, Krahn J, et al. Back analysis of the Nerlerk berm liquefaction slides[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1985, 22(4): 579-588.
- [54] Shinde S B, Crooks J H A, James D A, et al. Geotechnical design for beaufort sea structures[C]// Proceedings of 3rd Canadian Conference of Marine Geotechnical Engineering, 1986, 1: 347-362.
- [55] Jefferies M, Rogers B, Stewart H. Island construction in the Canadian Beaufort Sea[C]// Hydraulic Fill Structures, ASCE, 1988: 816-883.
- [56] Casagrande A. Characteristics of cohesionless soils affecting the stability of earth fills[J]. Journal of Boston Society of Civil Engineering, 1936, 23(1): 13-32.
- [57] Roscoe K, Schofield A, Wroth C. On the yielding of soils[J]. Géotechnique, 1958, 8(1): 22-53.
- [58] Wroth C, Bassett R. A stress-strain relationship for the shearing behaviour of a sand[J]. Géotechnique, 1965, 15(1): 32-56.
- [59] Stroud M. The behaviour of sand at low stress levels in simple-shear apparatus[D]. Cambridge: University of Cambridge. 1971.
- [60] Casagrande A. Liquefaction and Cyclic Deformation of Sands: A Critical Review; Presented at Fifth Panamerican Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Buenos Aires, Argentina, November 1975[M]. Pierce Hall, 1979.
- [61] Poulos S J. The steady state of deformation[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1981, 107(ASCE 16241 Proceeding).
- [62] Schofield A, Wroth P. Critical state soil mechanics[M]. London, UK: McGraw-Hill, 1968.
- [63] Riemer M F, Seed R B. Factors affecting apparent position of steady-state line[J]. Journal Of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1997, 123(3): 281-288.
- [64] 蔡正银, 李相菘. 砂土的变形特性与临界状态[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(5): 697-701.
- [65] Sitharam T, Vinod J. Critical state behaviour of granular materials from isotropic and rebounded paths: DEM simulations[J]. Granular Matter, 2009, 11(1): 33-42.
-

- 
- [66] Gonzalo C. Liquefaction of sands[D]. USA: Harvard University, Division of Engineering and Applied Mechanics. 1969.
- [67] Schofield A N, Wroth P. Critical state soil mechanics[M]. London,UK: McGraw-Hill 1968.
- [68] Muir Wood D, Maeda K. Changing grading of soil: effect on critical states[J]. *Acta Geotechnica*, 2008, 3(1): 3-14.
- [69] Been K, Jefferies M. State parameter for sands[J]. *Géotechnique*, 1985, 35(2): 99-112.
- [70] Manzari M, Dafalias Y. A critical state two-surface plasticity model for sands[J]. *Géotechnique*, 1997, 47(2): 255-272.
- [71] Muir Wood D, Maeda K, Nukudani E. Modelling mechanical consequences of erosion[J]. *Géotechnique*, 2010, 60(6): 447-457.
- [72] Hales T C. A proof of the Kepler conjecture[J]. *Annals of Mathematics*, 2005: 1065-1185.
- [73] Li X S, Wang Y. Linear Representation of Steady-State Line for Sand[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 1998, 124(12): 1215-1217.
- [74] Tatsuoka F, Ochi K, Fujii S, et al. Cyclic undrained triaxial and torsional shear strength of sands for different sample preparation methods[J]. *Soils and Foundations*, 1986, 26(3): 23-41.
- [75] Mitchell J K, Soga K. Fundamentals of soil behavior[M]. New York: Wiley, 2005.
- [76] Gajo A, Wood D M. Severn-Trent sand: a kinematic-hardening constitutive model: the qp formulation[J]. *Géotechnique*, 1999, 49(5): 595-614.
- [77] 徐舜华, 郑刚, 徐光黎. 考虑剪切硬化的砂土临界状态本构模型[J]. *岩土工程学报*, 2009, 31(6): 953-958.
- [78] 姚仰平, 余亚妮. 基于统一硬化参数的砂土临界状态本构模型[J]. *岩土工程学报*, 2011, 33(12):1827-1832.
- [79] 黄茂松, 李学丰, 贾苍琴. 基于材料状态相关临界状态理论的砂土双屈服面模型[J]. *岩土工程学报*, 2010, 32(11): 1764-1771.
- [80] Li X S, Dafalias Y F. Dilatancy for cohesionless soils[J]. *Géotechnique*, 2000, 50(4): 449-460.
- [81] Biarez J, Hicher P Y. Elementary mechanics of soil behaviour: saturated remoulded soils[M]. Rotterdam: AA Balkema 1994.
- [82] Zhu Q, Shao J-F, Mainguy M. A micromechanics-based elastoplastic damage model for granular materials at low confining pressure[J]. *International Journal of Plasticity*, 2010, 26(4): 586-602.
- [83] Hu W, Yin Z Y, Dano C, et al. A constitutive model for granular materials considering grain breakage[J]. *Science China Technological Sciences*, 2011, 54(8): 2188-2196.
-

- [84] Chang C, Hicher P Y. An elasto-plastic model for granular materials with microstructural consideration[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2005, 42(14): 4258-4277.
- [85] Chang C, Yin Z Y, Hicher P Y. Micromechanical Analysis for Interparticle and Assembly Instability of Sand[J]. *Journal of engineering mechanics*, 2011, 137(3): 155-168.
- [86] Alarcon-Guzman A, Leonards, G. A., Chameau J. L. Undrained monotonic and cyclic strength of sands[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1988, 114(10): 1089-1109.
- [87] Konrad J-M. Minimum undrained strength versus steady-state strength of sands[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1990, 116(6): 948-963.
- [88] Kuerbis R, Negusse D, Vaid Y. Effect of gradation and fines content on the undrained response of sand[C]// *Hydraulic Fill Structures: ASCE*, 1988: 330-345.
- [89] Vaid Y, Chung E, Kuerbis R. Stress path and steady state[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1990, 27(1): 1-7.
- [90] Zlatovic S, Ishihara K. Normalized behavior of very loose non-plastic soils: effects of fabric[J]. *Soils and Foundations*, 1997, 37(4): 47-56.
- [91] Ishihara K. Liquefaction and flow failure during earthquakes[J]. *Géotechnique*, 1993, 43(3): 351-415.
- [92] Miura S, Toki S. A sample preparation method and its effect on static and cyclic deformation-strength properties of sand[J]. *Soils and Foundations*, 1982, 22(1): 61-77.
- [93] Verdugo R. Characterization of sandy soil behavior under large deformation[D]. Tokyo, Japan: University of Tokyo. 1992.
- [94] Papadimitriou A G, Dafalias Y F, Yoshimine M. Plasticity modeling of the effect of sample preparation method on sand response[J]. *Soils and Foundations*, 2005, 45(2): 109-124.
- [95] Miura K, Maeda K, Furukawa M, et al. Mechanical characteristics of sands with different primary properties[J]. *Soils and Foundations*, 1998, 38(4): 159-172.
- [96] Cubrinovski M, Ishihara K. Maximum and minimum void ratio characteristics of sands[J]. *Soils and Foundations*, 2002, 42(6): 65-78.
- [97] Cho G C, Dodds J, Santamarina J C. Particle shape effects on packing density, stiffness, and strength: natural and crushed sands[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2006, 132(5): 591-602.
- [98] Sadrekarimi A, Olson S M. Yield strength ratios, critical strength ratios, and brittleness of sandy soils from laboratory tests[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2011, 48(3): 493-510.

- [99] Maeda K, Fukuma M, Nukudani E. Macro and micro critical states of granular materials with different grain shapes[C]// Powders and Grains 2009: Proceedings of the 6th International Conference on Micromechanics of Granular Media: AIP Publishing, 2009, 1145(1): 829-832.
- [100] Maeda K, Sakai H, Kondo A, et al. Stress-chain based micromechanics of sand with grain shape effect[J]. *Granular Matter*, 2010, 12(5): 499-505.
- [101] Chan L C, Page N W. Particle fractal and load effects on internal friction in powders[J]. *Powder Technology*, 1997, 90(3): 259-266.
- [102] Sadrekarimi A, Olson S. Critical state friction angle of sands[J]. *Géotechnique*, 2011, 61(9): 771-783.
- [103] Abedinzadeh Y, Abedinzadeh R. Quantification of particle shape and angularity using the image analyzer[J]. *Geotechnical Testing Journal*, 1991, 14(3): 296-308.
- [104] Lade P V, Yamamuro J A. Effects of nonplastic fines on static liquefaction of sands[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1997, 34(6): 918-928.
- [105] Thevanayagam S, Shenthana T, Mohan S, et al. Undrained fragility of clean sands, silty sands, and sandy silts[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2002, 128(10): 849-859.
- [106] Thevanayagam S. Effect of fines and confining stress on undrained shear strength of silty sands[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 1998, 124(6): 479-491.
- [107] Ni Q, Tan T, Dasari G, et al. Contribution of fines to the compressive strength of mixed soils[J]. *Géotechnique*, 2004, 54(9): 561-569.
- [108] Carrera A, Coop M, Lancellotta R. Influence of grading on the mechanical behaviour of Stava tailings[J]. *Géotechnique*, 2011, 61(11): 935-946.
- [109] Murthy T G S. Study of the undrained static response of sandy soils in the critical state framework[D]. Purdue University. 2006.
- [110] Murthy T, Loukidis D, Carraro J, et al. Undrained monotonic response of clean and silty sands[J]. *Géotechnique*, 2007, 57(3): 273-288.
- [111] Guyon É, Troadec J-P. Du sac de billes au tas de sable[M]. Odile Jacob, 1994.
- [112] Vesic A S, Clough G W. Behavior of granular materials under high stresses[J]. *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division*, 1968, 94(SM3): 661-688.
- [113] Kim M-S. Etude expérimentale du comportement mécanique des matériaux granulaires sous fortes contraintes[D]. Châtenay-Malabry, École centrale Paris. 1995.
- [114] 魏松, 朱俊高, 钱七虎, 等. 粗粒料颗粒破碎三轴试验研究[J]. *岩土工程学报*, 2009(4): 533-538.

- [115] Daouadji A, Hicher P Y, Rahma A. An elastoplastic model for granular materials taking into account grain breakage[J]. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2001, 20(1): 113-137.
- [116] Bandini V, Coop M. The influence of particle breakage on the location of the critical state line of sands[J]. *Soils and Foundations*, 2011, 51(4): 591-600.
- [117] Castro G, Enos J, France J W, et al. Liquefaction induced by cyclic loading[R]. NSF/CEE-82018, Natinal Science Foundation, Washington, D.C.: 1982.
- [118] Igwe O, Sassa K, Wang F. The influence of grading on the shear strength of loose sands in stress-controlled ring shear tests[J]. *Landslides*, 2007, 4(1): 43-51.
- [119] 李声立. 颗粒级配对砂土静态液化行为的影响研究[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学. 2010.
- [120] Cundall P A, Strack O D L. A discrete numerical model for granular assemblies[J]. *G éotechnique*, 1979, 29(1): 47-65.
- [121] 孙吉主, 罗新文. 考虑剪胀性与状态相关的钙质砂双屈服面模型研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2006, 25(10): 2145-2149.
- [122] Sun D A, Huang W X, Sheng D C, et al. An elastoplastic model for granular materials exhibiting particle crushing[J]. *Key Engineering Materials*, 2007, 340: 1273-1278.
- [123] 孙海忠, 黄茂松. 考虑颗粒破碎的粗粒土临界状态弹塑性本构模型[J]. *岩土工程学报*, 2010, 32(8): 1284-1290.
- [124] Yao Y-P, Yamamoto H, Wang N-D. Constitutive model considering sand crushing[J]. *Soils and foundations*, 2008, 48(4): 603-608.
- [125] 姚仰平, 万 征, 陈生水. 考虑颗粒破碎的动力 UH 模型[J]. *岩土工程学报*, 2011, 33(7): 1036-1044.
- [126] Kikumoto M, Wood D M, Russell A. Particle Crushing and Deformation Behaviour[J]. *Soils and Foundations*, 2010, 50(4): 547-563.
- [127] Gajo A, Muir Wood D. Severn-Trent sand: a kinematic-hardening constitutive model: the q-p formulation[J]. *G éotechnique*, 1999, 49(5): 595-614.
- [128] Gajo A, Muir Wood D. A kinematic hardening constitutive model for sands: the multiaxial formulation[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1999, 23(9): 925-965.
- [129] Li X. A sand model with state-dependent dilatancy[J]. *Geotechnique*, 2002, 52(3): 173-186.
- [130] 徐小敏. 砂土液化及其判别的微观机理研究[D]. 杭州:浙江大学. 2012.
- [131] Fu P, Dafalias Y F. Fabric evolution within shear bands of granular materials and its relation to critical state theory[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2011, 35(18): 1918-1948.

- 
- [132] Yan W, Zhang L. Fabric and the critical state of idealized granular assemblages subject to biaxial shear[J]. *Computers and Geotechnics*, 2013, 49: 43-52.
- [133] Zhao J, Guo N. Unique critical state characteristics in granular media considering fabric anisotropy[J]. *Géotechnique*, 2013, 63(8): 695-704.
- [134] Kwan A, Mora C, Chan H. Particle shape analysis of coarse aggregate using digital image processing[J]. *Cement and Concrete Research*, 1999, 29(9): 1403-1410.
- [135] Hentschel M L, Page N W. Selection of descriptors for particle shape characterization[J]. *Particle & Particle Systems Characterization*, 2003, 20(1): 25-38.
- [136] Daouadji A, Hicher P Y. An enhanced constitutive model for crushable granular materials[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2010, 34(6): 555-580.
- [137] Harb Carraro J A. Mechanical behavior of silty and clayey sands[D]. West Lafayette:Purdue University. 2004.
- [138] Mulilis J P, Arulanandan K, Mitchell J K, et al. Effects of sample preparation on sand liquefaction[J]. *Journal of the Geotechnical Engineering Division*, 1977, 103(2): 91-108.
- [139] Head K H. Manual of soil laboratory testing: volume 2: Compressibility, Shear Strength and Permeability (2nd edn)[M]. London: Pentech Press, 1994.
- [140] Porter J R. An examination of the validity of steady state shear strength determination using isotropically consolidated undrained triaxial tests[D]. 1998.
- [141] Gupta A K. Effect of particle size and confining pressure on breakage and strength parameters of rockfill materials[J]. *Electronic Journal of Geotechnical Engineering*, 2009, 14: 1-12.
- [142] McDowell G, Bolton M. On the micromechanics of crushable aggregates[J]. *Géotechnique*, 1998, 48(5): 667-679.
- [143] Daouadji A., P.Y. H. Modelling of grain breakage influence on mechanical behavior of sands[C]// *Proceeding of Numerical Models in Geomechanics*, Balkema, Rotterdam,1997: 69-74.
- [144] Wells J. Kinetic boundary friction[J]. *The Engineer*, 1929, 147: 454-462.
- [145] Yamamuro J A, Lade P V. Experiments and modelling of silty sands susceptible to static liquefaction[J]. *Mechanics of Cohesive - frictional Materials*, 1999, 4(6): 545-564.
- [146] 徐 斌. 饱和砂砾料液化及液化后变形与强度特性试验研究[D]. 大连: 大连理工大学. 2007.
- [147] Wong R T, Seed H, Chan C. Cyclic loading liquefaction of gravelly soils[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 1975, 101(6): 571-583.
-

- [148] Peacock W H. Sand liquefaction under cyclic loading simple shear conditions[J]. Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, 1968, 93(SM3): 689-708.
- [149] Yilmaz Y, Mollamahmutoglu M, Ozaydin V, et al. Experimental investigation of the effect of grading characteristics on the liquefaction resistance of various graded sands[J]. Engineering Geology, 2008, 100(3): 91-100.
- [150] Belkhatir M, Arab A, Schanz T, et al. Laboratory study on the liquefaction resistance of sand-silt mixtures: effect of grading characteristics[J]. Granular Matter, 2011, 13(5): 599-609.
- [151] Kenji I, Fumio T, Susumu Y. Undrained deformation and liquefaction of sand under cyclic stresses[J]. Soils and Foundations, 1975, 15(1): 29-44.
- [152] Luong M. Stress-strain aspects of cohesionless soils under cyclic and transient loading[C]// Proceeding., International Symposium on Soils under Cyclic and Transient Loading, Rotterdam, The Netherlands: Balkema, 1980, 1: 315-324.
- [153] Hill R. A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1958, 6(3): 236-249.
- [154] Desrues J. Experimental characterization of failure, degradation and instability in geomaterials[J]. Revue Française de Génie Civil, 2004, 8(5-6): 563-592.
- [155] Viggiani G, Küntz M, Desrues J. An experimental investigation of the relationships between grain size distribution and shear banding in sand[M]. Continuous and discontinuous modelling of cohesive-frictional materials: Springer, 2001. 111-127.
- [156] Chern J C. Undrained response of saturated sands with emphasis on liquefaction and cyclic mobility[D]. Vancouver, Canada: University of British Columbia. 1985.
- [157] Bažant Z P. Size effect[J]. International Journal of Solids and Structures, 2000, 37(1): 69-80.
- [158] Sitharam T, Nimbkar M. Micromechanical modelling of granular materials: effect of particle size and gradation[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2000, 18(2): 91-117.
- [159] Luzzani L, Coop M R. On the relationship between particle breakage and the critical state of sands[J]. Soils and Foundations, 2002, 42(2): 71-82.
- [160] Terzaghi K. Old earth pressure theories and new test results[J]. Engineering News Record, 1920, 85(14): 632-637.
- [161] Itasca Consulting Group, Inc.. PFC-3D particle flow code in three-dimensions, version 3.0[M]. Minneapolis: ICG. 2003
- [162] McDowell G, Bolton M, Robertson D. The fractal crushing of granular materials[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1996, 44(12): 2079-2101.

- 
- [163] Altuhafi F, Baudet B, Sammonds P. Particle breakage in glacial sediments[C]// Geomechanics and Geotechnics of Particulate Media: Proceedings of the International Symposium on Geomechanics and Geotechnics of Particulate Media, Ube, Yamaguchi, Japan: Taylor and Francis,2006: 21.
- [164] Coop M, Atkinson J. The mechanics of cemented carbonate sands[J]. *Géotechnique*, 1993, 43(1): 53-67.
- [165] Kwok C, Bolton M. DEM simulations of thermally activated creep in soils[J]. *Géotechnique*, 2010, 60(6): 425-433.
- [166] O'sullivan C, Liang C, O'Neill S C. Discrete element analysis of the response of granular materials during cyclic loading[J]. *Soils and Foundations*, 2008, 48(4): 511-530.
- [167] Goldenberg C, Goldhirsch I. Friction enhances elasticity in granular solids[J]. *Nature*, 2005, 435(7039): 188-191.
- [168] Ng T. Input Parameters of Discrete Element Methods[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2006, 132(7): 723-729.
- [169] 罗 勇. 土工问题的颗粒流数值模拟及应用研究[D]. 杭州:浙江大学. 2007.
- [170] Yimsiri S, Soga K. DEM analysis of soil fabric effects on behaviour of sand[J]. *Géotechnique*, 2010, 60(6): 483-495.
- [171] Yimsiri S, Soga K. Effects of soil fabric on behaviors of granular soils: Microscopic modeling[J]. *Computers and Geotechnics*, 2011, 38(7): 861-874.
- [172] Iwashita K, Oda M. Micro-deformation mechanism of shear banding process based on modified distinct element method[J]. *Powder Technology*, 2000, 109(1): 192-205.
- [173] O'Sullivan C, D Bray J, Li S. A new approach for calculating strain for particulate media[J]. *International Journal For Numerical and Analytical Methods In Geomechanics*, 2003, 27(10): 859-877.
- [174] Jiang M J, Yan H B, Zhu H H, et al. Modeling shear behavior and strain localization in cemented sands by two-dimensional distinct element method analyses[J]. *Computers and Geotechnics*, 2011, 38(1): 14-29.
- [175] Ishihara K, Tatsuoka F, Yasuda S. Undrained deformation and liquefaction of sand under cyclic stresses[J]. *Soils and Foundations*, 1975, 15(1): 29-44.
- [176] Chantawarangul K. Numerical simulations of three-dimensional granular assemblies[D]. Waterloo Canada:University of Waterloo. 1994.
- [177] Oda M. Co-ordination number and its relation to shear strength of granular material[J]. *Soils and Foundations*, 1977, 17(2): 29-42.
- [178] Rothenburg L. Micromechanics of idealized granular systems[D]. Ottawa, Ontario, Canada:Carleton University. 1980.
-

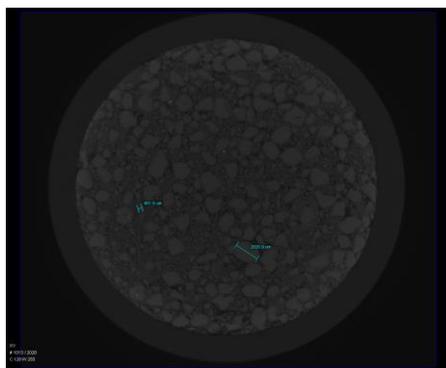
- 
- [179] Bathurst R J. A study of stress and anisotropy in idealied granular assemblies[D]. Kingston, Canada:Queen's University. 1985.
- [180] Horne M R. The behaviour of an assembly of rotund, rigid, cohesionless particles. I[C]// Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences,1965, 286(1404): 62-78.
- [181] Rothenburg L, Kruyt N. Critical state and evolution of coordination number in simulated granular materials[J]. International Journal of Solids and Structures, 2004, 41(21): 5763-5774.
- [182] Thornton C. Numerical simulations of deviatoric shear deformation of granular media[J]. G éotechnique, 2000, 50(1): 43-53.
- [183] Sitharam T, Vinod J, Ravishankar B. Post-liquefaction undrained monotonic behaviour of sands: Experiments and DEM simulations[J]. G éotechnique, 2009, 59(9): 739-749.
- [184] Edwards S. The equations of stress in a granular material[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 1998, 249(1): 226-231.
- [185] Cundall P A. Evolution of elastic moduli in a deforming granular assembly[R]. Department Of Theoretical And Applied Mechanics, Cornell University:Air Force Office of Scientific Research. 1989.
- [186] Thornton C, Antony S. Quasi-static deformation of particulate media[J]. Philosophical Transactions-Royal Society Of London Series A Mathematical Physical And Engineering Sciences, 1998: 2763-2782.
- [187] Oda M. Fabric tensor for discontinuous geological materials[J]. Soils and Foundations, 1982, 22(4): 96-108.
- [188] Oda M, Nemat - Nasser S, Mehrabadi M. A statistical study of fabric in a random assembly of spherical granules[J]. International Journal for Numerical and analytical methods in Geomechanics, 1982, 6(1): 77-94.
- [189] Mehrabadi M M, Nemat - Nasser S, Oda M. On statistical description of stress and fabric in granular materials[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1982, 6(1): 95-108.
- [190] Rothenburg L, Bathurst R. Analytical study of induced anisotropy in idealized granular materials[J]. G éotechnique, 1989, 39(4): 601-614.
- [191] Ouadfel H, Rothenburg L. Stress–force–fabric'relationship for assemblies of ellipsoids[J]. Mechanics of Materials, 2001, 33(4): 201-221.
- [192] Chang C, Gao J. Kinematic and static hypotheses for constitutive modelling of granulates considering particle rotation[J]. Acta Mechanica, 1996, 115: 213-229.
- [193] Satake M. Fabric tensor in granular materials[C]// IUTAM Conference on Deformation and Failure of Granular materials, Delft: Balkema,1982: 63-68.
-

- 
- [194] Chang C S, Sundaram S S, Misra A. Initial moduli of particulated mass with frictional contacts[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1989, 13(6): 629-644.
- [195] Ken-Ichi K. Distribution of directional data and fabric tensors[J]. *International Journal of Engineering Science*, 1984, 22(2): 149-164.
- [196] Bathurst R J, Rothenburg L. Observations on stress-force-fabric relationships in idealized granular materials[J]. *Mechanics of materials*, 1990, 9(1): 65-80.
- [197] Guo N, Zhao J. The signature of shear-induced anisotropy in granular media[J]. *Computers and Geotechnics*, 2013, 47: 1-15.
- [198] Cambou B, Dubujet P, Nouguier-Lehon C. Anisotropy in granular materials at different scales[J]. *Mechanics of Materials*, 2004, 36(12): 1185-1194.
- [199] Nouguier-Lehon C, Vincens E, Cambou B. Structural changes in granular materials: the case of irregular polygonal particles[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2005, 42(24): 6356-6375.
- [200] Radjai F, Jean M, Moreau J J, et al. Force distributions in dense two-dimensional granular systems[J]. *Physical Review Letters*, 1996, 77(2): 274-277.
- [201] Yoshimine M, Ishihara K. Flow potential of sand during liquefaction[J]. *Soils and Foundations*, 1998, 38(3): 189-198.
- [202] Nakata Y, Hyodo M, Murata H, et al. Flow deformation of sands subjected to principal stress rotation[J]. *Soils and Foundations*, 1998, 38(2): 115-128.
- [203] Oda M, Nemat-Nasser S, Konishi J. Stress-induced anisotropy in granular masses[J]. *Soils and Foundations*, 1985, 25(3): 85-97.
- [204] Thornton C, Zhang L. On the evolution of stress and microstructure during general 3D deviatoric straining of granular media[J]. *Géotechnique*, 2010, 60(5): 333-341.
- [205] Li X, Li X S. Micro-macro quantification of the internal structure of granular materials[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2009, 135(7): 641-656.
- [206] Drucker D C, Gibson R E, Henkel D J. Soil Mechanics and Work-Hardening Theories of Plasticity[J]. *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, 1957, 122(1): 338-346.
- [207] Roscoe K, Schofield A, Thurairajah A. Yielding of clays in states wetter than critical[J]. *Géotechnique*, 1963, 13(3): 211-240.
- [208] 贾宇峰, 迟世春, 林 皋. 考虑颗粒破碎影响的粗粒土本构模型[J]. *岩土力学*, 2009, 30(11): 3261-3267.
- [209] Einav I. Soil mechanics: breaking ground[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2007, 365(1861): 2985-3002.
- [210] 殷宗泽. *土工原理*[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2007.
-

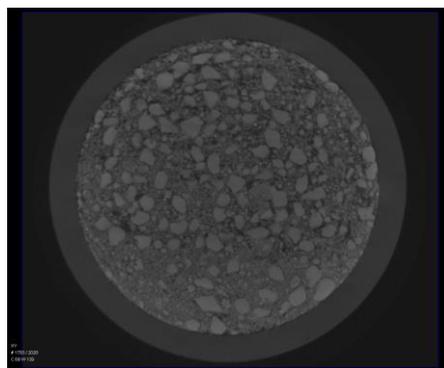
- [211] 杨桂通. 弹塑性力学引论[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [212] 龚晓南. 土塑性力学[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1999.
- [213] Yu H-S. Plasticity and Geotechnics[M]. Germany: Springer, 2006.
- [214] Richart F E, Hall J R, Woods R D. Vibrations of Soils and Foundations[C]// International Series in Theoretical and Applied Mechanics, Prentice-Hall:Englewood Cliffs, NJ,1970.
- [215] Vermeer P. A double hardening model for sand[J]. Géotechnique, 1978, 28(4): 413-433.
- [216] Jan Y Y. A critical state plasticity model for granular soils[D]. West Lafayette: Purdue University. 1997.
- [217] 罗刚, 张建民. 考虑物理状态变化的砂土本构模型[J]. 水利学报, 2004, 7: 26-31.
- [218] 栾茂田, 刘鹏, 王忠涛. 考虑剪切中主应力方向的砂土本构模型[J]. 水利学报, 2013, 44(4):470-477.
- [219] Roscoe K, Poorooshasb H. A theoretical and experimental study of strains in triaxial compression tests on normally consolidated clays[J]. Géotechnique, 1963, 13(1): 12-38.
- [220] Poorooshasb H, Holubec I, Sherbourne A. Yielding and flow of sand in triaxial compression: Part I[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1966, 3(4): 179-190.
- [221] Rowe P W. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact[J]. Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, 1962, 269(1339): 500-527.
- [222] Chang C S, Yin Z Y. Micromechanical Modeling for Inherent Anisotropy in Granular Materials[J]. Journal of engineering mechanics, 2009, 136(7): 830-839.
- [223] Yin Z Y, Chang C S, Hicher P Y. Micromechanical modelling for effect of inherent anisotropy on cyclic behaviour of sand[J]. International Journal of solids and structures, 2010, 47(14): 1933-1951.
- [224] Kasner E, Supnick F. The Apollonian packing of circles[J]. Proceedings of the national academy of sciences of the United States of America, 1943, 29(11): 378.
- [225] Hsiang W Y. On the sphere packing problem and the proof of Kepler's conjecture[J]. International Journal of Mathematics, 1993, 4(5): 739-831.
- [226] ASTM D4253. Standard Test Methods for Maximum Index Density and Unit Weight of Soils Using a Vibratory Table[S].
- [227] Miura K, Maeda K, Furukawa M, et al. Physical characteristics of sands with different primary properties[J]. Soils and Foundations, 1997, 37(3): 53-64.
- [228] Holtz R D, Kovacs W D. An introduction to geotechnical engineering[M]. United States of America: Prentice Hall, Inc., 1981.

- 
- [229] 杨光, 张丙印, 于玉贞, 等. 不同应力路径下粗粒料的颗粒破碎试验研究[J]. 水利学报, 2010, 41(3):338-342.
- [230] Yamamuro J A, Lade P V. Drained sand behavior in axisymmetric tests at high pressures[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 122: 109-119.
- [231] Coop M, SORENSEN K, Freitas T B, et al. Particle breakage during shearing of a carbonate sand[J]. Géotechnique, 2004, 54(3): 157-163.

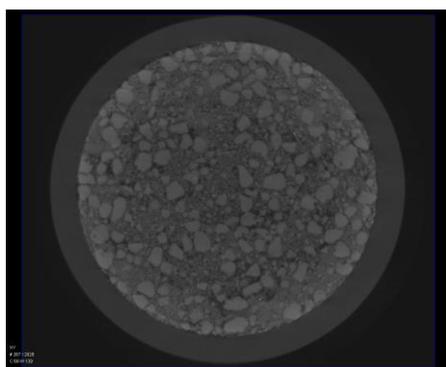
## CT 扫描实验详细结果 (附录 1)



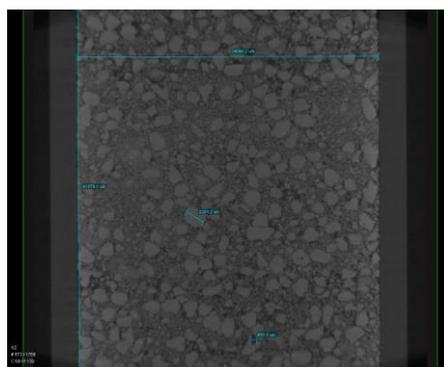
(a)中间截面



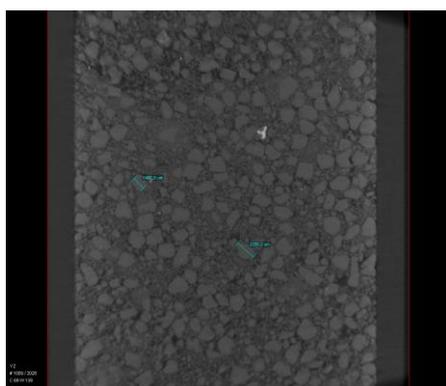
(b)上部截面



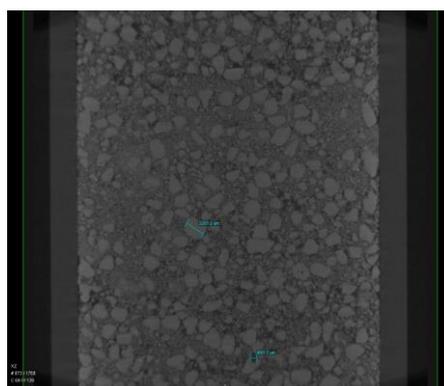
(c)底部截面



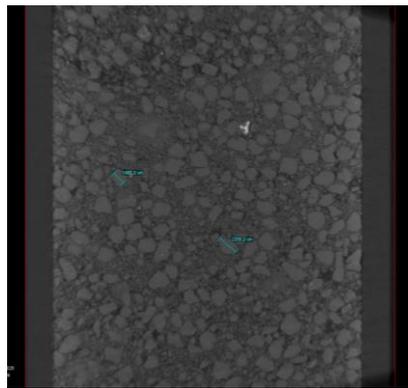
(d)轴向剖面-1



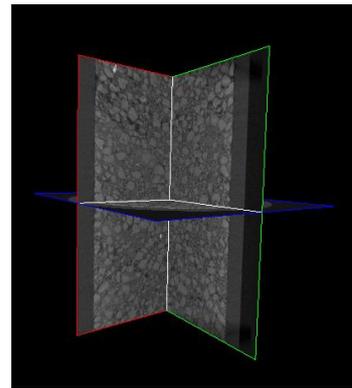
(e)轴向剖面-2



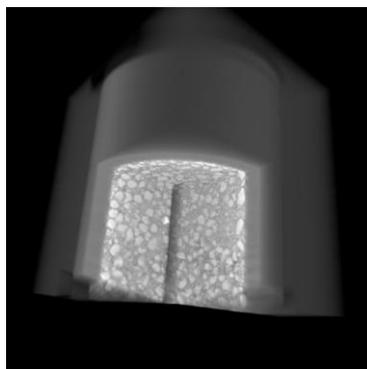
(f)轴向剖面-3



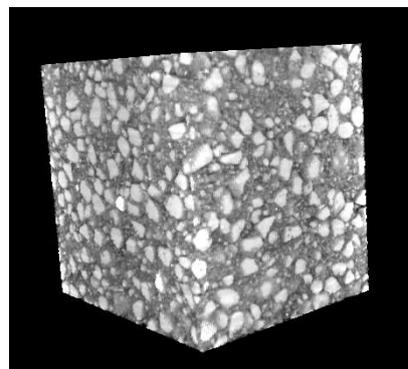
(g)轴向剖面-4



(h)三维剖面



(i)三维



(j)三维切块

图 附1-1 CT扫描实验详细结果

### 详细室内实验数据 (附录 2)

#### Hostun 砂

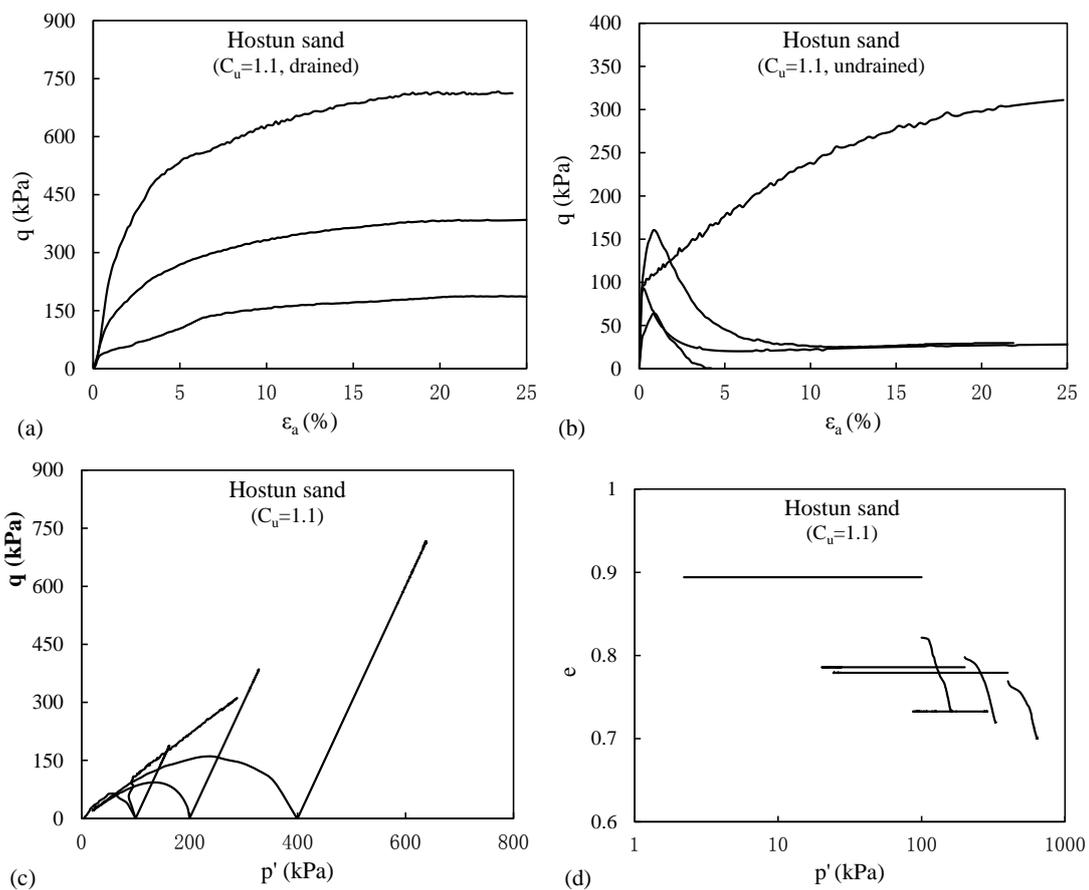
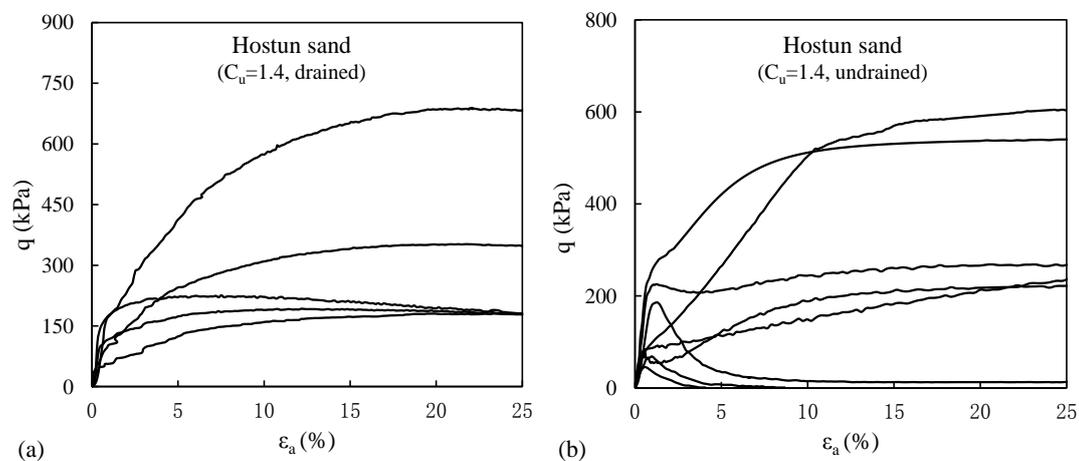


图 附2- 1 Hostun砂的排水/不排水力学响应-  $C_u=1.1$



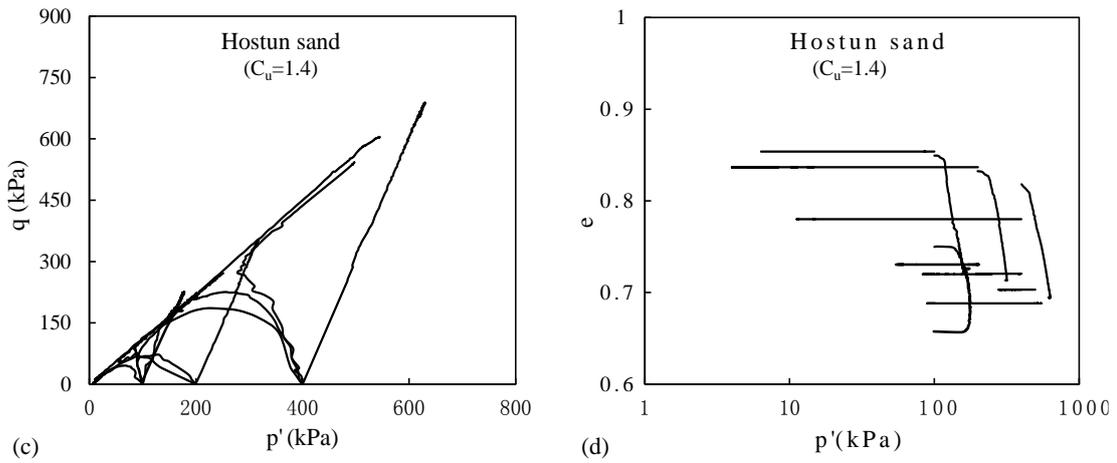


图 附2- 2 Hostun砂的排水/不排水力学响应-  $C_u=1.4$

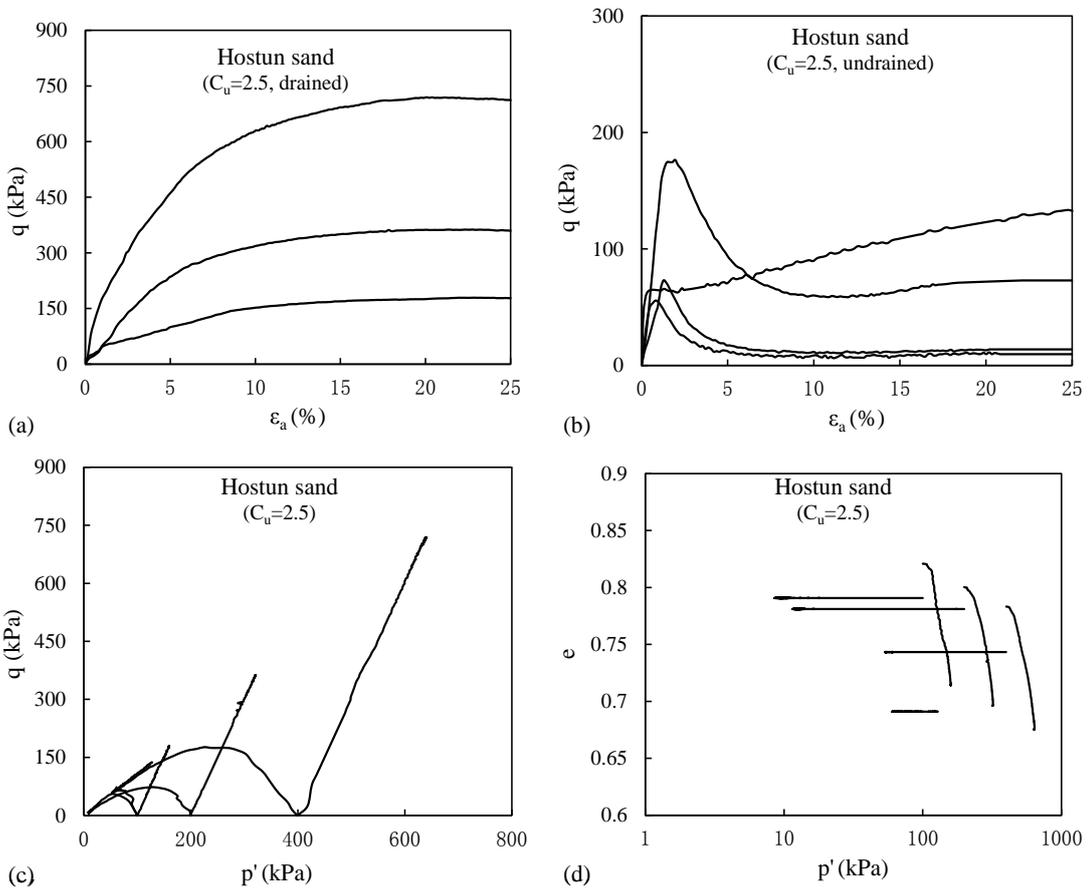


图 附2- 3 Hostun砂的排水/不排水力学响应-  $C_u=2.5$

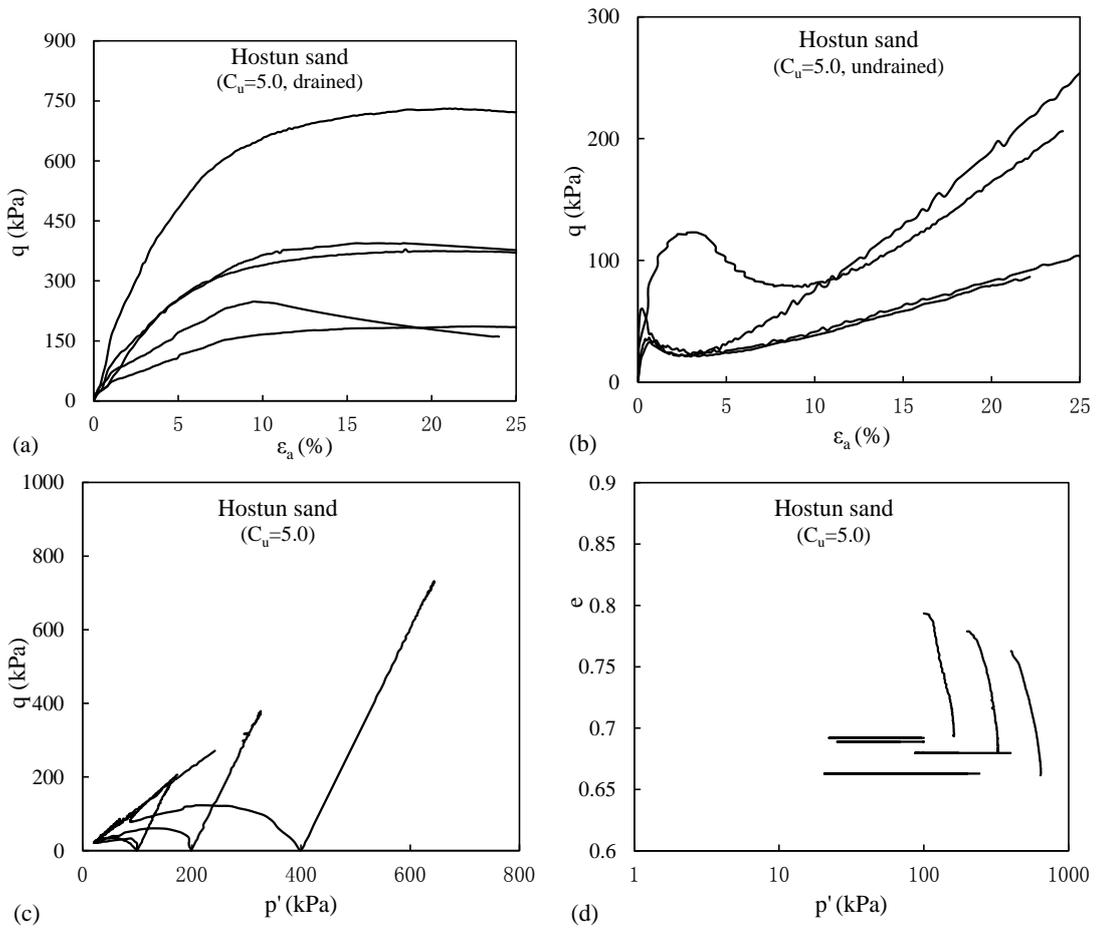


图 附2- 4 Hostun砂的排水/不排水力学响应-  $C_u=5.0$

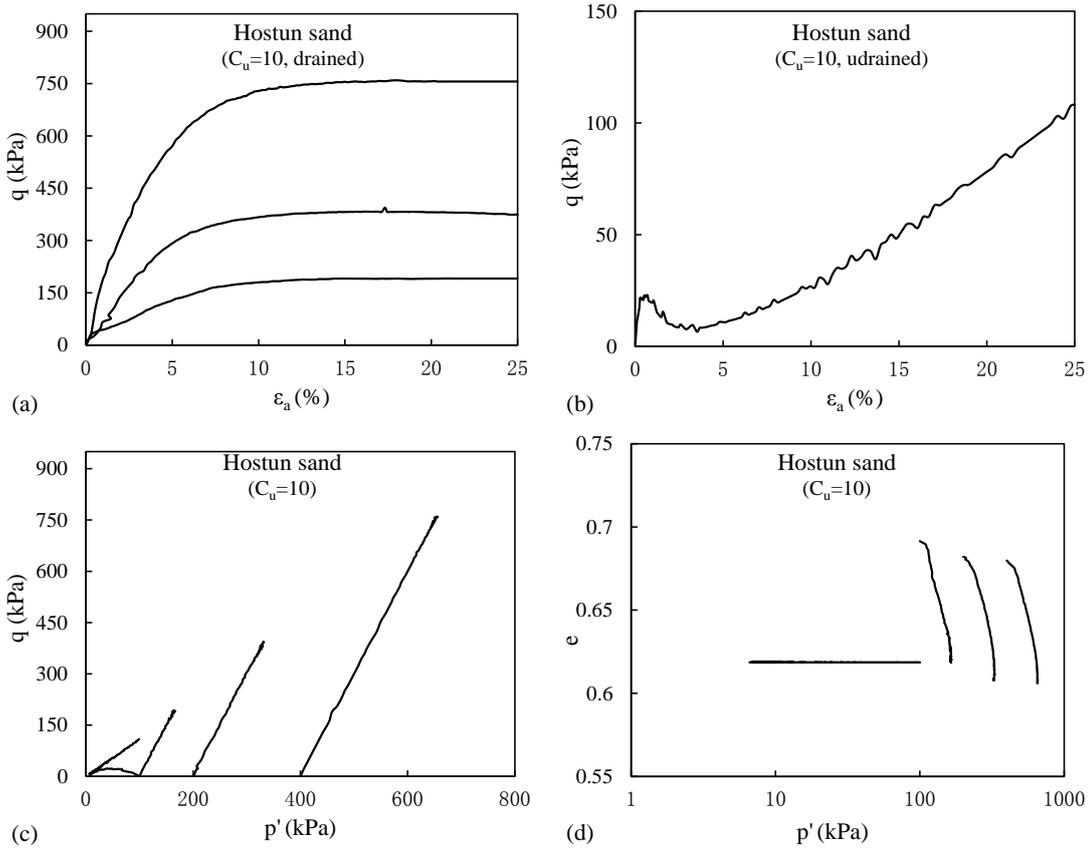
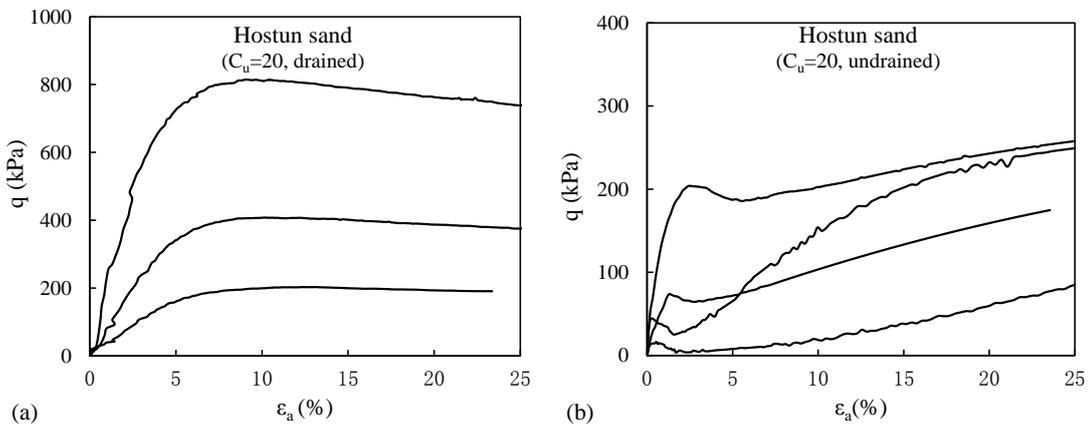


图 附2-5 Hostun砂的排水/不排水力学响应-  $C_u=10$



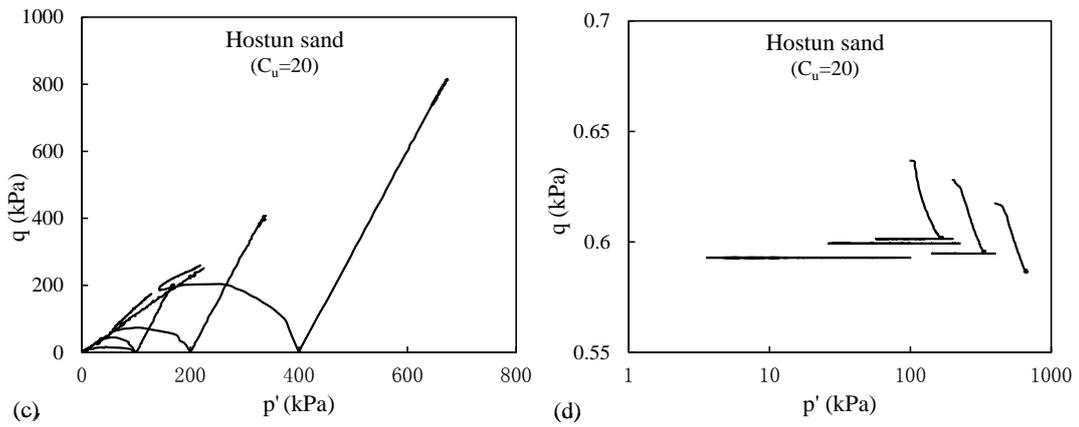


图 附2- 6 Hostun砂的排水/不排水力学响应-  $C_u=20$

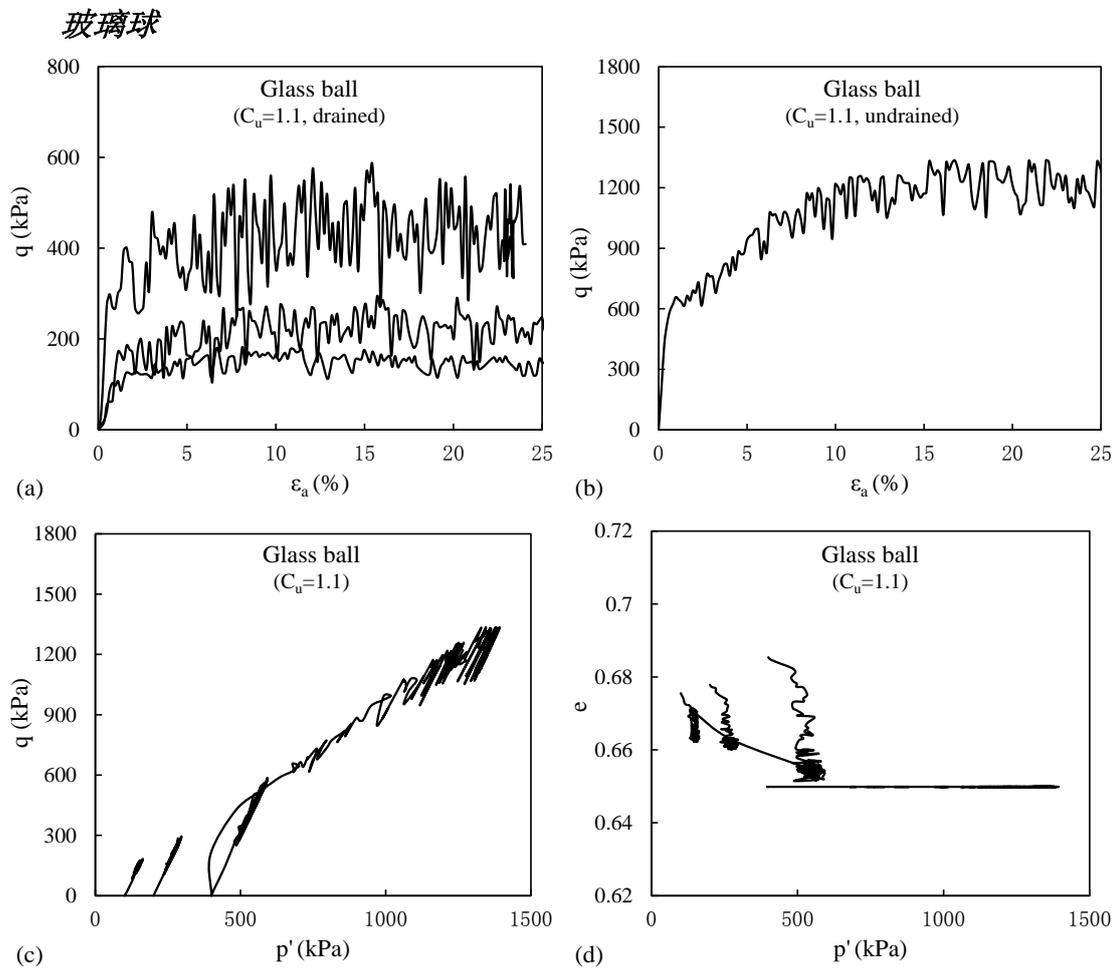


图 附2- 7 玻璃球的排水/不排水力学响应-  $C_u=1.1$

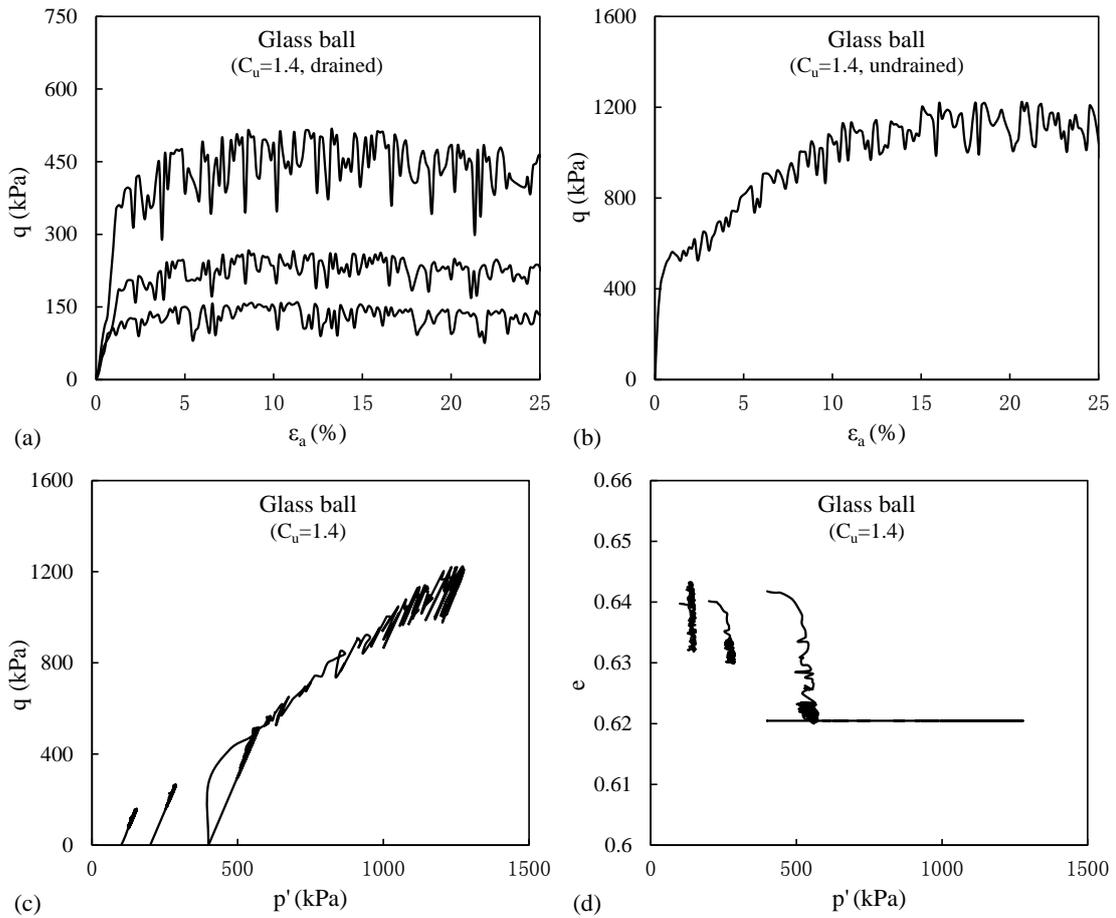
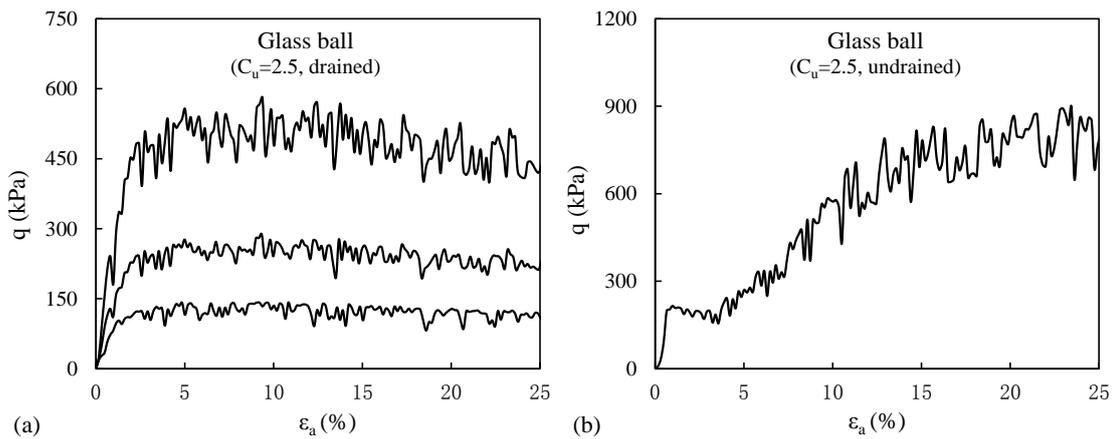


图 附2-8 玻璃球的排水/不排水力学响应-  $C_u=1.4$



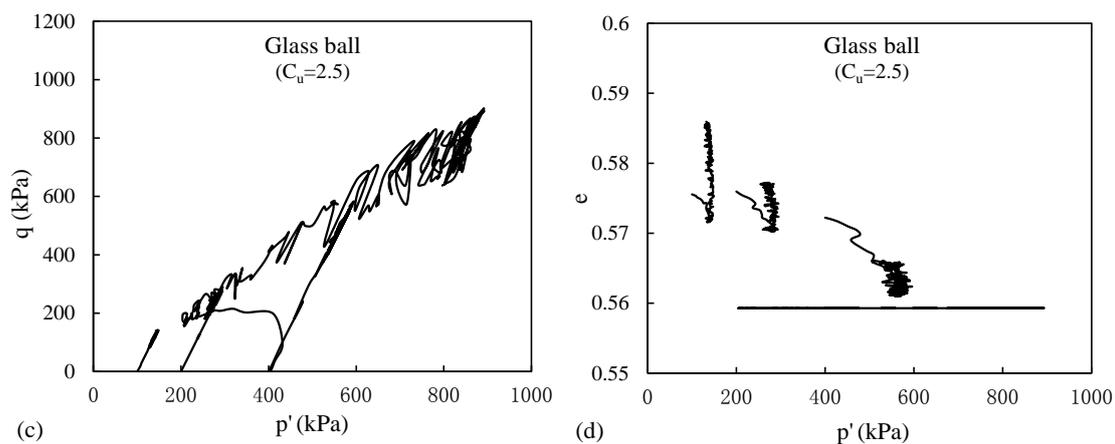


图 附2-9 玻璃球的排水/不排水力学响应- $C_u=2.5$

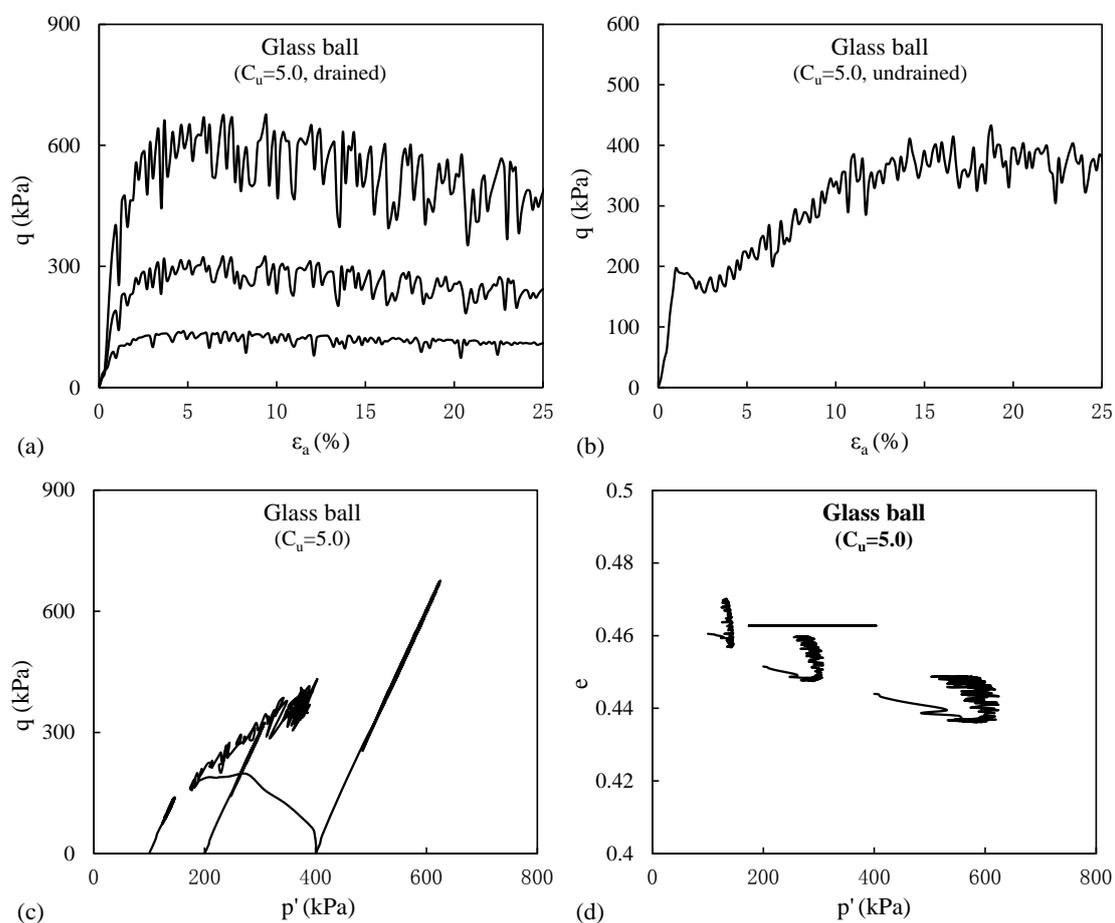


图 附2-10 玻璃球的排水/不排水力学响应- $C_u=5.0$

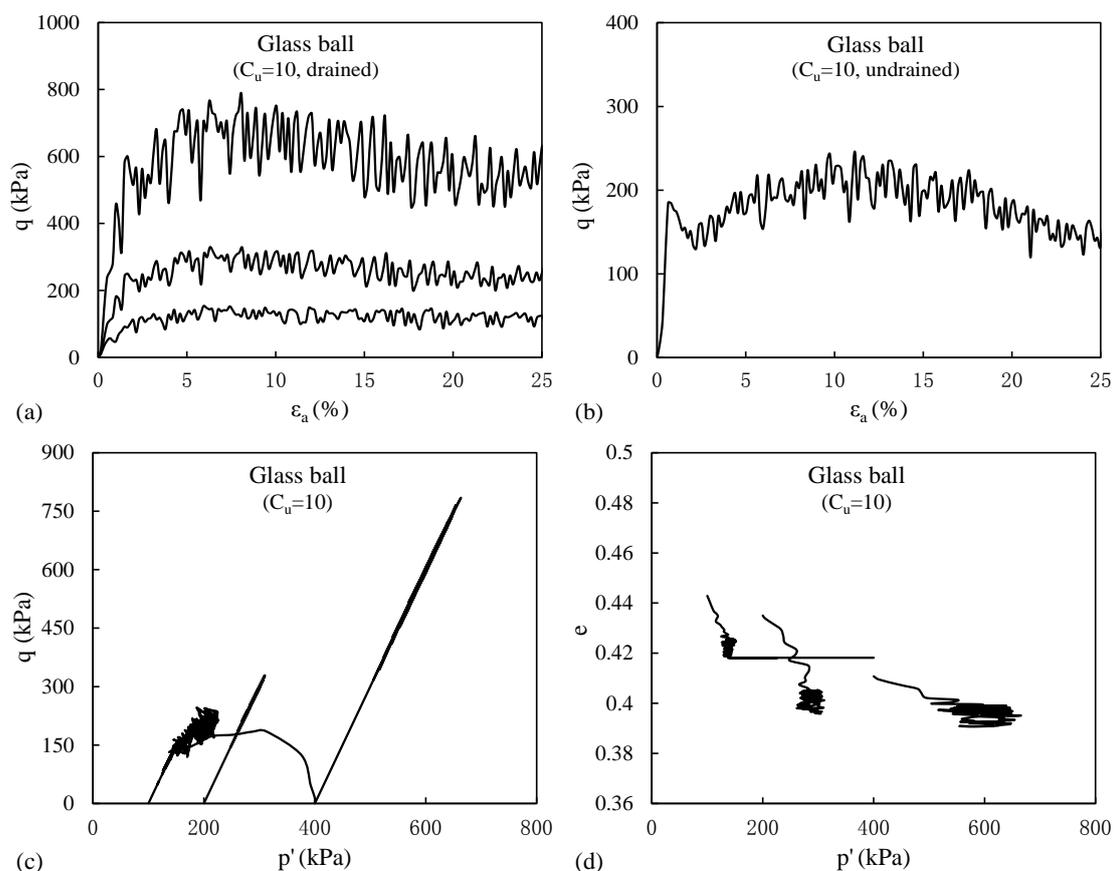
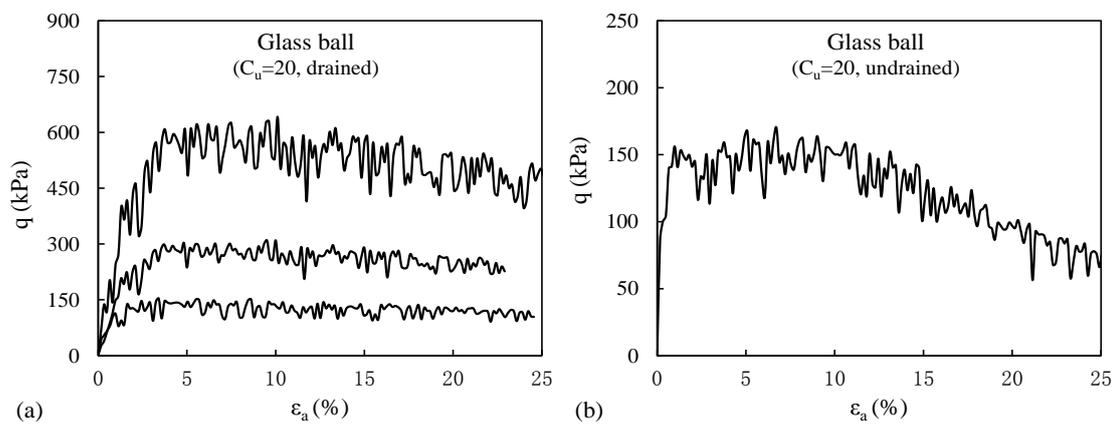


图 附2- 11 玻璃球的排水/不排水力学响应- $C_u=10$



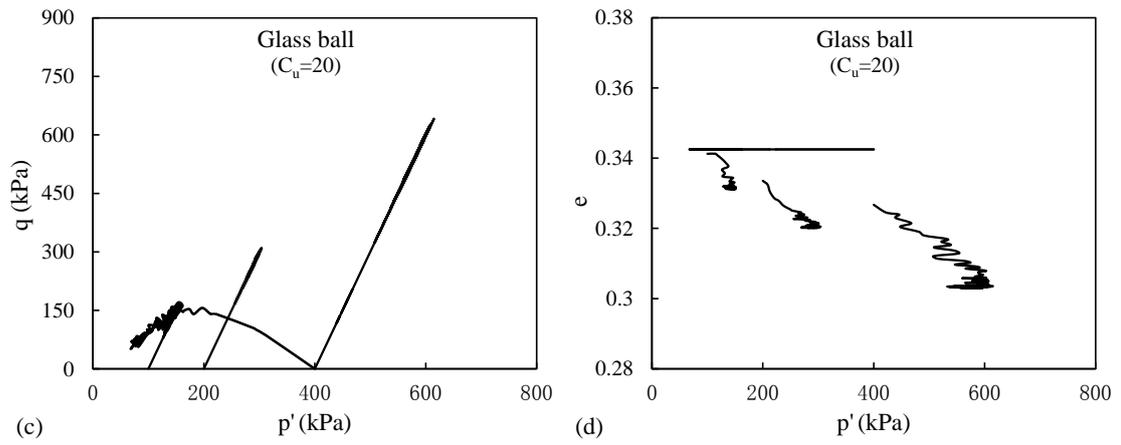


图 附2- 12 玻璃球的排水/不排水力学响应- $C_u=20$

## 致 谢

光阴荏苒犹如白驹过隙，转眼间已到而立之年，求学二十余载，将之圆满句号落在上海交通大学这座百年名校，深感荣幸之至！六年博士的时光里，通过在上海交通大学土力学与地基基础课题组以及南特中央理工大学 *GeM* 课题组的学习，磨练了我坚强的意志，培养了我做人做事认真负责的品质。凝聚在我心中的则是一份感恩！在这里由衷地对给予我帮助的老师、朋友和亲人表示诚挚的感谢！

博士论文的顺利完成首先要感谢导师夏小和教授的悉心培养。夏老师理论功底深厚、治学态度严谨，严格把关博士论文的核心内容并给予学生最准确的指引。不仅如此，夏老师还常常在学习生活中的小细节给学生以指点。不仅如此，夏老师还常关心学生身体健康，带动学生进行体育锻炼，劳逸结合，效率优先。夏老师处事公正、豁达大度、热心助人，在做人做学问上都是学生学习的典范。

由衷感谢法方导师尹振宇副教授在本博士论文上的无私指导。正是尹老师促成了学生的中法联合培养。在博士论文的选题、框架构成以及基本理论分析上，尹老师给学生提供了细致入微的指点，让学生受益匪浅。在小论文的写作上，尹老师更是不厌其烦地帮助学生一字一句地修改，给学生讲解帮助学生进步。博士论文的顺利完成，凝聚了尹老师的汗水。尹老师亦师亦友，在生活中常常和学生活动到一起。在南特的时光里，他带着我们一起科研到深夜，也带着我们制作美食，探访名胜，可谓良师益友！

特别感谢作为岩土学科带头人的王建华教授，在整个博士学习期间给予了我很多帮助和指导。王老师具有深厚的岩土工程理论功底，丰富的产学研经验，对采用岩土知识解决实践工程问题，服务社会方面有深入的见地。也正是在王老师的鞭策和指导下，本博士论文才能进一步拓展用于分析实际工程问题。博士期间也跟着王老师学习了很多岩土工程领域的课题，受益颇丰。

还要特别感谢联合指导老师法国南特中央理工大学的 Pierre-Yves Hicher 及其夫人李女士 (special thanks to Pierre-Yves Hicher and Shimu)。The couple is generous and enthusiastic to their students. Actually Madam LEE is also my teacher, the language teacher in some way. During my study in Nantes, Pierre-Yves shown me his patience and strictness, his knowledge and modesty in directing the research and paper writing. With

his help, I went to the Fifth-Biot conference and made my first international presentation, from which I benefited a lot. Madam Lee always corrected our paper till deep night. She also guided the student how to learn French. I was invited to their home many times, to learn, to taste and to join the *Nantes Family*. It was the memorable time in my life.

本博士学位论文得到了陈锦剑副教授的悉心指点，陈老师即是老师又是朋友，十分感激。同时寇新建教授、许金泉教授和杜守继研究员、南特中央理工大学的 Christophe Dano 老师以及格拉茨大学的 Eric Bauer 教授等给予本博士学位论文提出的宝贵的意见，甚是感激。博士学习期间得到了课题组叶冠林副教授（特别感谢叶教授在出国留学上的帮助）、张璐璐副教授、周香莲副研究员和郑东升教授、王婕老师和冯智萍老师等的帮助。

感谢国家留学基金委提供的资助使得本文作者可以到法国进行合作交流，受益匪浅。特别感谢在南特中央理工大学共事的李罡博士，他对本论文的实验研究给予了作者很大的指导和帮助。和他一起共事十分开心，连同李政博士和韩剑博士，他们在生活和学习上给予作者很多帮助和支持，是好哥们。感谢师妹程马遥博士、赵倩博士在南特期间给予的帮助。感谢南特小伙伴们王卫军博士、张益荏博士、严羽博士、徐广涛博士和朱琦博士等的陪伴。

感谢课题组的侯永茂博士、丁勇春博士、徐云峰博士和夏志凡博士等师兄对作者的指导。感谢室友王欢、朱启银、武朝军的陪伴以及小伙伴谈炎培、文锋、张浩、陈楠、韩长玉，骚人组合向国威、吴琼、侯悦琪、许杰在求学期间也给作者带来无穷欢乐和帮助。感谢雷晗、刘一杰、盛佳轲、崔嵩、狄东超、李明广、甄亮、赵卜蒂、吴威皋、夏钺、丛茂强、张抗寒、张旭、黄开勇、金银富、韩磊、孟振、刘博、廖晨聪、夏云龙、冷建、吴则祥、李艳玲、卢阳明、黄亦章、任英楠和赵香山等师弟/妹给予的帮助。感谢博士班级一起努力成长的王志丰、李寅峰、王君鹏、王驰、贾红学、杨淑雁、杨闻宇等同学。感谢所有对作者有过帮助的朋友。

学生生涯即将结束之际，最重要的是要感谢我的父母和亲人，正是你们的支持和理解，我才能顺利完成学业！

此致

敬礼

刘映晶

2014年7月于木兰楼

## 攻读博士学位期间已发表或录用的论文

- [1] **Liu Y J**, Li G, Yin Z Y, et al.. Influence of Grading on Undrained Behavior of Granular Material [J]. *Comptes Rendus Mécanique*, 2014, 342(2): 85-95. (SCI, 论文第二、三章)
- [2] **刘映晶**, 李 罡, 尹振宇, 等. 颗粒级配对粒状材料不排水力学特性的影响[J]. *岩土力学*, 2014 (EI, 录用, 论文第二章)
- [3] Li G, **Liu Y J**, Dano C, et al.. Grading-dependent behavior of granular materials: from discrete to continuous modelling [J]. *Journal of Engineering mechanics*, ASCE, 2014. (SCI, 录用, 论文第三章)
- [4] 李 罡, **刘映晶**, 尹振宇, 等. 粒状材料临界状态的颗粒级配效应[J]. *岩土工程学报*, 2014, 36(3): 452-457. (EI, 论文第二章)
- [5] **Liu Y J**, Yin Z Y, Hicher P Y, et al.. Macro and Micro Analysis for Grading-dependent Mechanical Behavior of Granular Materials[C]. *Proceedings of the Fifth Biot Conference on Poromechanics*, ASCE, Vienna, 2013 (EI, 论文第四章)
- [6] **Liu Y J**, Li G, Yin Z Y, et al.. Influence of grading on undrained behavior of granular materials by DEM [C]. *Proceedings of the First China-France Geotechnical Workshop: Advances in Geotechnical Engineering*, Paris, France, 2013:38-41. (论文第三章)
- [7] **Liu Y J**, Wang J H, Xia X H, et al.. Grading dependent stress-strain behavior of granular material[C]. *The fifth China-Japan Geotechnical Symposium*, Chengdu, China, 2013. (论文第三章)
- [8] Gang LI, **Ying-Jing LIU**, Zhen-Yu YIN, Christophe DANO and Pierre-Yves HICHER. Experimental study of effect of grain size distribution on undrained behavior of granular material [C]. *Proceedings of the First China-France Geotechnical Workshop: Advances in Geotechnical Engineering*, Paris, France, 2013: 22-25.

- [9] 王辅方,刘映晶,向国威,等.核电低压缸及凝汽器的地震响应分析[J]. 上海交通大学学报, 46(001): 114-118, 2012.(EI)
- [10] 刘映晶, 陈锦剑, 王建华, 等.逆作土方通道式施工工艺对基坑变形的影响[J]. 上海交通大学学报, 46(001): 89-93, 2012.(EI)
- [11]刘映晶, 陈锦剑, 王建华, 等. 基坑逆作施工与上部运营铁路的相互影响分析[J].岩土工程学报, 2010.7, 32(S1):142-145. (EI)

#### 在审论文:

- [12] 刘映晶, 王建华, 尹振宇, 等. 考虑级配效应的粒状材料本构模拟[J].岩土工程学报, 2014 (EI, 修改再审, 论文第五章)

#### 软件著作权:

- [1] 尹振宇, 夏云龙, 朱启银, 金银富, 李艳玲, 刘映晶. 各向异性天然软土流变模型计算软件 AniCreep, 2013SR005205.

#### 参与科研项目:

- [1] 国家自然科学基金项目 深埋圆形地下结构土压力分布模式研究, 第四, 批准号: 41172251
- [2] 国家自然科学基金项目 波浪作用下饱和砂质海床液化引起海底管线失稳的机理研究, 第五, 批准号: 41076053
- [3] 低碳长距离逆作土方高效运输工艺研究, 上海市科委科研项目
- [4] 上海西站大型综合交通枢纽基坑工程的环境影响分析, 上海市基础工程公司
- [5] 软土地基深基坑内凸区高层建筑变形控制的研究与实践, 浙江宝业建设集团有限公司, 获得上海市科学技术成果, 登记号9312012Y0664, 发证机关: 上海科学技术委员会
- [6] 上海11号线龙华路站基坑降水开挖以及地铁振动龙华塔的影响分析, 上海市隧道工程轨道交通设计研究院
- [7] 十六铺地区综合改造工程基坑开挖理论分析, 上海市申江两岸开发建设投资(集团)有限公司

- [8] 4m超大口径钢筋砼顶管结构性能分析与研究, 上海市政工程设计研究总院
- [9] 厦门高集海堤原水管道迁改工程顶管施工现场监测

科研相关成果:

<软土地基深基坑内凸区高层建筑变形控制的研究与实践>, 获得上海市科学技术成果, 登记号 9312012Y0664, 发证机关: 上海科学技术委员会